

# 高 Q 值 MEMS 谐振器结构拓扑优化设计\*

吴奇玥<sup>1</sup> 刘中华<sup>1</sup> 宦荣华<sup>2†</sup>

(1. 厦门大学 建筑与土木工程学院, 厦门 361005)

(2. 浙江大学 应用力学研究所, 杭州 310027)

**摘要** 高品质因子(Q值)是决定 MEMS 谐振器传感灵敏度与频率稳定性的核心指标. 然而, 微纳尺度下的能量耗散机制复杂, 传统基于几何直觉的结构设计难以在多阻尼耦合环境下实现 Q 值的最大化. 针对这一问题, 本文提出了一种面向高 Q 值的 MEMS 梁式谐振器拓扑优化设计方法. 首先, 基于热弹性理论与弹性波辐射理论, 构建了包含热弹性阻尼(TED)与锚点损耗的多物理场综合仿真模型, 通过引入完美匹配层(PML)与热-结构耦合方程, 实现了对谐振器总能量耗散的精确量化. 在此基础上, 采用变密度拓扑优化算法, 以最大化一阶模态 Q 值为目标, 对硅基双端固支梁进行了结构演化设计. 研究获得了两种具有显著低损耗特征的新型拓扑构型, 物理机理分析表明, 优化结构通过特殊的材料分布, 一方面有效切断了横向热流路径, 抑制了热弹性耗散; 另一方面实现了锚点区域应变能的“软夹紧”重分布, 减少了向基底的能量泄漏. 仿真验证结果显示, 相较于近似频率的传统实心直梁, 优化构型的 Q 值最大提升了 5.6 倍. 本研究验证了多物理场协同拓扑优化策略的有效性, 为高性能 MEMS 谐振器的设计提供了新的理论指导与技术路径.

**关键词** MEMS 谐振器, 拓扑优化, 品质因子, 热弹性阻尼, 锚点损耗

中图分类号: O313

文献标志码: A

## Topology Optimization Design of High-Q MEMS Resonator Structures\*

Wu Qiyue<sup>1</sup> Liu Zhonghua<sup>1</sup> Huan Ronghua<sup>2†</sup>

(1. School of Architecture and Civil Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

(2. Department of Mechanics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

**Abstract** A high quality factor (Q-factor) is a critical parameter determining the sensing sensitivity and frequency stability of MEMS resonators. However, given the complex energy dissipation mechanisms at the micro/nano-scale, conventional design approaches relying on geometric intuition struggle to maximize the Q-factor within an environment of multiple coupled damping sources. To address this challenge, this paper proposes a topology optimization design methodology tailored for high-Q MEMS beam resonators. First, grounded in thermoelasticity and elastic wave radiation theories, a comprehensive multiphysics simulation framework incorporating both thermoelastic damping (TED) and anchor loss is established. By integrating Perfectly Matched Layers (PMLs) with coupled thermal-structural equations, the total energy dissipation of the resonator is quantified with high precision. Subsequently, a density-based topology optimization algorithm is employed to evolve the structure of a silicon clamped-clamped beam, with the objective of maximizing the Q-factor of the fundamental mode. The study yields

2026-01-14 收到第 1 稿, 2026-02-05 收到修改稿.

\* 国家自然科学基金资助项目(12172323), 国家重点研发计划资助项目(2022YFB3203600); National Natural Science Foundation of China (12172323), National Key R & D Program of China (2022YFB3203600).

† 通信作者 E-mail: rhuan@zju.edu.cn

two novel topological configurations exhibiting significantly reduced energy loss. Physical mechanism analysis reveals that the optimized material distribution effectively interrupts transverse heat-flow pathways, thereby suppressing TED, while simultaneously inducing a “soft-clamping” redistribution of strain energy near the anchors to minimize energy leakage into the substrate. Simulation results demonstrate that, compared with a conventional solid straight beam of identical dimensions, the optimized designs achieve an approximately six-fold enhancement in the overall Q-factor. This work confirms the effectiveness of the multiphysics-coupled topology optimization strategy, providing new theoretical guidance and technical pathways for the design of high-performance MEMS resonators.

**Key words** MEMS resonator, topology optimization, quality factor, thermoelastic damping, anchor loss

## 引言

高 Q 值 MEMS 谐振器已在高灵敏度传感器<sup>[1-5]</sup>、低噪声振荡器<sup>[6-9]</sup>以及高性能滤波器<sup>[10-12]</sup>中得到广泛应用。传统的 MEMS 谐振器优化方法多依赖于设计者的几何直觉与经验构造<sup>[13-15]</sup>,这种基于参数化扫描的设计方式受限于相对狭窄的设计空间,难以系统地探索材料分布的物理极限。与此同时,拓扑优化作为一种结构设计的前沿工具<sup>[16,17]</sup>,打破了传统几何参数的束缚。该方法能够在给定的设计域和边界条件下,驱动材料在物理场中自主演化出最佳的空间分布。相较于传统规则结构,拓扑优化生成的结构往往具有非直观的复杂构型,在降低能量损耗方面展现出巨大的潜力。

近年来,随着算法的成熟,拓扑优化逐渐被广泛引入 MEMS 谐振器的高 Q 值设计领域,主要集中在以下三个方面:首先是面向热弹性阻尼(TED)抑制的拓扑设计<sup>[18]</sup>。针对 TED 这一微型谐振器的主要损耗机制,研究者的核心目标是通过优化材料分布来重构结构内部的应力场与热流场。拓扑优化算法可以在维持目标频率的前提下,生成复杂的多孔或网状微结构,这些非规则孔隙能够精准阻断高应力区的热流扩散路径,破坏热-弹耦合条件,从而实现优于传统开槽结构的低阻尼设计。其次是面向声子晶体辅助的锚点损耗抑制设计<sup>[19]</sup>。为了最大化隔离效果,拓扑优化被用于设计具有极宽带隙的声子晶体单胞构型。优化后的复杂单胞结构具有极高的波散射能力,能够覆盖更宽的频率范围,有效阻止谐振器能量向基底泄漏。最后是面向耗散稀释增强的软夹紧设计<sup>[20,21]</sup>。针对氮化硅等高张力材料谐振器,提升 Q 值的关键在于最大化耗散稀

释效应。拓扑优化通过演化出具有“软夹紧”特性的支撑结构(如分形结构或变截面系索),将模态曲率集中于无损耗的内部区域,同时最小化锚点处的曲率并最大化结构内的张力势能占比,从而大幅提升系统的品质因数。

尽管拓扑优化已在结构设计领域展现出巨大潜力,但将其应用于高 Q 值 MEMS 谐振器设计仍面临挑战。现有研究往往局限于单一损耗机制的优化,难以准确调控微纳尺度下多源阻尼的强耦合特性,这种局限性导致优化结果往往难以在实际多阻尼环境中实现全局最优。鉴于此,本文聚焦于阻尼主导的能量耗散机制建模与结构形态优化的耦合问题,旨在通过构建包含多物理场耦合的拓扑优化策略,突破单一机制的限制,系统揭示不同阻尼机制对品质因子的综合影响,探索能够显著抑制能量耗散的结构分布策略。

## 1 拓扑优化模型构建

为了解决变密度法<sup>[22]</sup>中固有的数值不稳定性(如棋盘格效应)及灰度单元问题,并实现对复杂多物理场问题的求解,本章构建了包含“材料插值—滤波—投影—求解”的完整计算架构。

为在固定网格上表征材料的拓扑状态,引入相对密度  $x_e \in [0, 1]$  作为独立的设计变量。采用固体各向同性材料惩罚模型<sup>[23]</sup>(solid isotropic material with penalization, SIMP),消除物理上无意义的中间密度(灰度单元)。SIMP 模型的核心思想是通过引入惩罚因子  $p$ ,建立单元密度与材料物理属性(如杨氏模量)之间的非线性幂函数关系<sup>[24]</sup>。该模型强制降低中间密度单元的刚度贡献,驱动设计变量向 0(孔洞)或 1(实体)二值化收敛。其数学表达

式为:

$$E(x_e) = E_{\min} + (E_0 - E_{\min})x_e^p \quad (1)$$

$$\rho(x_e) = \rho_{\min} + (\rho_0 - \rho_{\min})x_e \quad (2)$$

式中,  $E_0$  和  $\rho_0$  分别为实体材料的杨氏模量和密度;  $E_{\min}$  和  $\rho_{\min}$  为避免刚度矩阵奇异而引入的极小值。

通常取  $p \geq 3$  以确保足够的中间密度惩罚力度,但在实际计算中,常采用延拓策略,即在迭代初期使用较小的值(如  $p=1$ )以保持凸性便于搜索,随后逐步增加  $p$  值以获得清晰的黑白拓扑。在基于梯度的拓扑优化中,直接优化密度变量常会导致“棋盘格效应”和“网格依赖性”。为此,引入了滤波与投影相结合的正则化技术。为了控制结构的最小特征尺寸并平滑灵敏度场,采用基于亥姆霍兹偏微分方程(Helmholtz PDE)的滤波技术<sup>[19]</sup>。该方法不直接使用设计变量  $x$ ,而是将其转化为滤波后的物理密度  $\tilde{x}$ ,其控制方程为:

$$-R_{\min}^2 \nabla^2 \tilde{x} + \tilde{x} = x \quad (3)$$

式中,  $\nabla^2$  为拉普拉斯算子,  $R_{\min}$  为滤波半径。通过  $R_{\min}$  参数隐式地规定了结构中允许出现的最小长度尺度,从而确保优化结果满足微纳加工的光刻工艺要求。

虽然滤波消除了数值不稳定性,但其平滑特性会在实体与孔洞边界引入较宽的灰度过渡带。为了重获清晰的结构边界,在滤波后引入基于双曲正切函数的投影算子,将  $\tilde{x}$  映射为投影密度  $\bar{x}$ :

$$\bar{x} = \frac{\tanh(\beta\eta) + \tanh[\beta(\tilde{x} - \eta)]}{\tanh(\beta\eta) + \tanh[\beta(1 - \eta)]} \quad (4)$$

式中,  $\eta$  为投影阈值(通常取 0.5),  $\beta$  为投影斜率。  $\beta$  值决定了映射函数的陡峭程度,初始阶段设定较小的  $\beta$  值(从 2 开始逐步增大到 64),此时投影函数较平缓,允许灰度过渡带的存在以便于灵敏度信息的传播;随着优化趋于收敛,逐步增大  $\beta$  值,使投影函数逼近阶跃信号,从而消除灰度边界,获得边缘锐利的最终拓扑构型。

针对 MEMS 谐振器涉及的多物理场耦合及复杂非线性约束问题,传统的优化准则法适用性受限。因此,本文采用 Svanberg 提出的移动渐近线法(method of moving asymptotes, MMA)<sup>[25]</sup> 作为核心求解器。MMA 算法通过引入移动的渐近线,将隐式、非线性的原始优化问题在当前设计点附近近似为一系列显式、可分离的凸子问题。对于第  $k$  次迭代, MMA 构造的近似函数形式如下:

$$\tilde{f}^{(k)}(x) = r_0 + \sum_{j=1}^n \left( \frac{p_{ij}^{(k)}}{U_j^{(k)} - x_j} + \frac{q_{ij}^{(k)}}{x_j - L_j^{(k)}} \right) \quad (5)$$

式中,  $U_j^{(k)}$  和  $L_j^{(k)}$  分别为上、下渐近线,它们根据前几步的迭代振荡情况动态调整,以控制搜索空间的范围。  $p_{ij}^{(k)}$  和  $q_{ij}^{(k)}$  系数由目标函数的一阶敏度信息确定,确保了子问题的凸性。通过求解该对偶子问题,可高效获得新的设计变量,具有极佳的收敛稳定性。

综上所述,集成了 SIMP 插值、滤波、投影修正及 MMA 求解器的完整拓扑优化流程如图 1 所示,具体步骤如下。

(1)初始化:定义设计域网格,初始化设计变量(通常设为体积分数),并设定初始优化参数。

(2)正则化处理:

(a)滤波。求解亥姆霍兹方程,将设计变量平滑为。

(b)投影。利用投影算子,将映射为锐化后的物理密度。

(c)插值。利用 SIMP 模型,根据更新每个单元的杨氏模量和密度。

(3)有限元分析:组装全局刚度与质量矩阵,求解多物理场耦合方程,获得特征频率。

(4)灵敏度分析:计算目标函数及约束函数对物理密度的灵敏度,并利用链式法则反求其对原始设计变量的灵敏度。

(5)MMA 求解与更新:构建 MMA 近似子问题并求解,得到新的设计变量。

(6)收敛性判断与参数延拓:

检查是否满足收敛准则。若未收敛,则执行延拓策略,逐步增大惩罚因子和投影斜率,以推进边

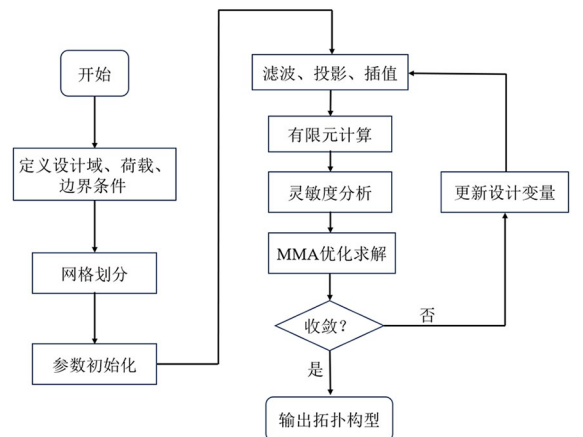


图1 拓扑优化流程图

Fig.1 Schematic flowchart of the topology optimization procedure

界清晰化,随后返回第2步继续循环.若收敛,则输出最终的拓扑构型.

## 2 硅基谐振器的拓扑优化设计

为了准确评估拓扑演化过程中结构的能量耗散特性,本文基于 COMSOL Multiphysics 软件构建了包含 TED 与锚点损耗的多物理场耦合模型.考虑到谐振器实际工作于高真空封装环境,模型中忽略了空气阻尼的影响.本研究谐振器的相关尺寸和材料见表 1.

表 1 谐振器的尺寸和相关材料参数

Table 1 Geometric dimensions of the resonator and associated material properties

Parameter	Symbol	Value
Beam length	$L$	$800 \mu\text{m}$
Beam width	$H$	$16 \mu\text{m}$
Beam height	$T$	$25 \mu\text{m}$
Young's modulus	$E$	$170 \text{ GPa}$
Poisson's ratio	$\nu$	$0.28$
Coefficient of thermal expansion	$\alpha$	$2.60 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$
Specific heat	$C_p$	$700 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Density	$\rho$	$2329 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Thermal conductivity	$k$	$130 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Reference temperature	$T_0$	$293.15 \text{ K}$

### 2.1 TED 的耦合建模

针对微米尺度下主导的 TED 机制,采用 COMSOL 中的“热弹性”多物理场接口.该接口通过强耦合方式连接“固体力学”与“固体传热”模块:一方面,将结构振动产生的应变场作为热源项引入热传导方程;另一方面,将温度场产生的热膨胀作为体载荷引入运动方程<sup>[26-28]</sup>.

为了模拟弹性波向半无限大基底的辐射与耗散,模型在锚点外围构建了完美匹配层(perfectly matched layer, PML).PML 通过复坐标变换技术,充当无反射的吸收域,能够高效吸收从谐振器经由锚点传播至基底的弹性波,从而消除因仿真域截断引起的虚假反射,精确量化锚点损耗<sup>[29-32]</sup>.

基于上述耦合模型,谐振器的动力学方程被转化为复特征值问题.利用大型稀疏矩阵求解器直接计算系统的复特征频率  $\omega = \omega_r + i\omega_i$ .其中,实部  $\omega_r$  对应谐振频率,虚部  $\omega_i$  代表包含了 TED 和锚点损

耗的总能量衰减速率.谐振器的总负载品质因数  $Q_{\text{total}}$  可直接由下式提取: $Q_{\text{total}} = \omega_r / (2 |\omega_i|)$

如图 2 所示,初始结构由核心谐振梁、两端的锚固区以及外围的完美匹配层组成.中间的细长矩形区域为待优化的梁主体.算法将在此区域内依据灵敏度信息自动演化材料分布,生成特定的拓扑孔隙特征.其几何尺寸设定为长  $L = 800 \mu\text{m}$ ,宽  $H = 16 \mu\text{m}$ ,厚  $T = 25 \mu\text{m}$ .梁两端连接的矩形块体代表锚点.为了提供稳固的机械支撑并符合实际制造工艺,该区域被设定为非设计域,即在优化迭代过程中始终保持为实体材料.为了准确计算锚点损耗,模型外围包裹了 PML 吸收层(图中蓝色边框区域),用于模拟半无限大基底对弹性波的吸收效应.

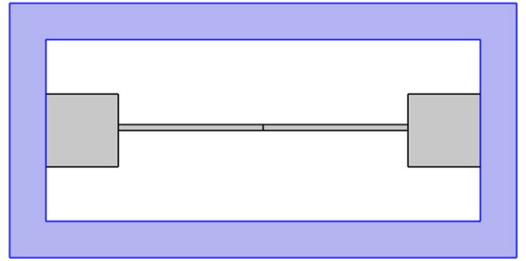


图 2 梁式谐振器拓扑优化几何模型

Fig. 2 Geometric model of the beam resonator for topology optimization

基于上述建立的材料插值模型与正则化映射机制,本研究以最大化谐振器的  $Q$  值为核心目标.为了防止材料去除导致结构刚度过度衰减或发生模态跳变,引入一阶特征频率下限作为关键约束.由此构建的拓扑优化数学模型如下所示:

$$\text{Find: } \mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}^T$$

$$\text{Minimize } J(\mathbf{x}) = \frac{1}{Q_{\text{total}}(\bar{\mathbf{x}})}$$

$$\frac{V(\bar{\mathbf{x}})}{V_0} \leq V_{\text{req}}$$

$$\text{Subject to: } f_1(\bar{\mathbf{x}}) \geq f_{\text{min}}$$

$$0 \leq \mathbf{x} \leq 1 \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{x}$  为设计变量,  $\bar{\mathbf{x}}$  为经过滤波与投影后的物理密度向量;  $Q_{\text{total}}$  为综合了热弹性阻尼与锚点损耗的总  $Q$  值;  $V(\bar{\mathbf{x}})$  为优化后的材料体积,  $V_0$  为设计域初始体积,  $V_{\text{req}}$  为体积分约束值(本研究中分别取 60% 和 70% 以探索不同构型);  $f_1$  为结构的一阶谐振频率,  $f_{\text{min}}$  为设定的频率下限(设定为初始频率的 60%). 在优化模型中,我们将一阶特征频率设定为下限约束 $[f_1(\bar{\mathbf{x}}) \geq f_{\text{min}}]$ ,而非等式

约束.这是因为在拓扑演化过程中,抑制TED和锚点损耗往往需要通过削减材料来重构应力场和热流路径,这必然伴随着结构等效刚度的降低.使用下限约束能够赋予算法更大的设计空间,以探索更具低损耗特性的非直观拓扑构型.

### 3 仿真验证与结果分析

对优化得到的两种典型构型(命名为构型I和构型II)与传统直梁进行了全三维有限元仿真对比.对比分析涵盖了模态振型、Q值提升幅度以及具体的物理降阻机理.

针对两种不同的体积约束条件进行了求解,最终获得了如图3所示的两种典型拓扑构型,上排为三维几何重构视图,下排为对应的材料物理密度分布云图(蓝色为挖去材料部分,红色为保留部分).值得注意的是,直接由拓扑优化算法输出的原始密度场虽然在数学上满足最优性条件,但在物理上往往包含少量孤立的微细岛屿、极窄的连杆或锯齿状边界.这些细微特征通常在实际制造中难以复现,且容易引起网格划分困难.为了兼顾结构的可制造性与数值计算的稳定性,本研究对原始优化结果进行了几何重构与结构修正,剔除了尺寸小于工艺极限的微小孔隙与孤立材料岛;在保持整体拓扑构型不变的前提下,对材料分布进行了平滑处理与微调,使其几何边界更加规则,便于加工制造.

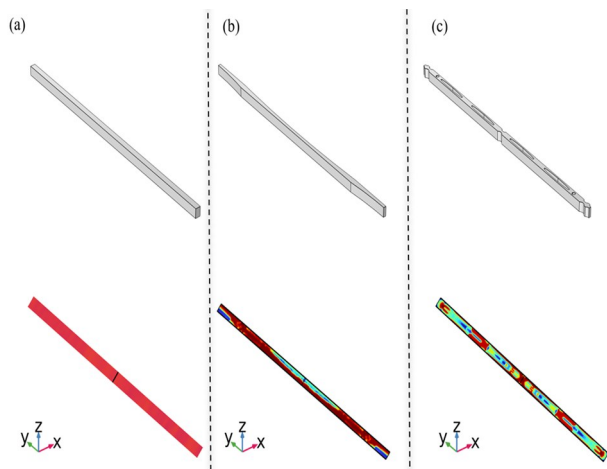


图3 基于不同约束条件优化得到的两种最终拓扑构型:  
(a)初始实心参考梁;(b)优化构型I;(c)优化构型II.

Fig. 3 Two optimized topologies obtained under different design constraints: (a) Initial solid reference beam; (b) Optimized topology I; (c) Optimized topology II

#### 3.1 模态特征

本节首先验证优化结构是否保持了预期的振

动模态.图4展示了参考直梁与两种优化构型的一阶面内弯曲模态振型.结果显示,尽管构型I和构型II内部出现了复杂的材料去除与拓扑重构,但其整体振型依然保持了完整的弯曲特征(面内振动),未出现寄生模态干扰.

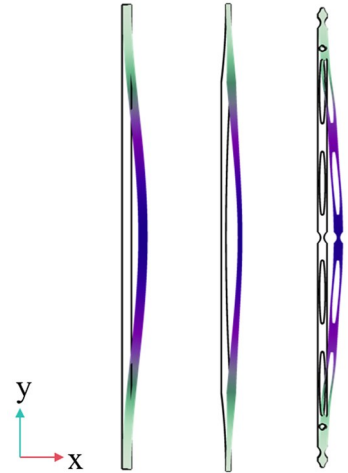


图4 直梁与两种优化构型的一阶面内弯曲模态图  
(左:直梁中;构型I右:构型II)

Fig. 4 First in-plane bending mode shapes of the straight beam and the two optimized topologies (left: straight beam; middle: topology I; right: topology II)

#### 3.2 Q值提升效果对比

各构型性能参数的有限元仿真结果对比见表2.由于拓扑演化过程中材料的去除降低了结构的等效刚度,优化构型I和II的一阶特征频率相较于初始实心构型(220 kHz)分别下降至173 kHz和136 kHz.为了评估拓扑构型对损耗抑制的纯粹贡献,排除仅因频率降低对Q值的固有影响,我们专门设计了两组频率对标的实心直梁作为参考(即表中标构型I和II).具体操作上,我们保持梁宽等其他参数不变,通过微调几何长度,将实心直梁长度由 $800\ \mu\text{m}$ 分别增加至 $900\ \mu\text{m}$ 和 $1000\ \mu\text{m}$ ,使其基频分别降低至172 kHz和140 kHz,从而实现与优化构型在频率点上的近似对标.考虑到本文研究的谐振器处于面内弯曲模态,其频率对厚度变化并不敏感,因此采用调整长度的方式来实现频率补偿.

表2中的提升倍数是指优化构型与对标构型的Q值之比.表中数据表明,在相似频率基准下进行对比,优化构型较对标实现了最高5.6倍的Q值提升.这有力证明了性能提升源于拓扑构型对热流路径与应变能分布的本质重构,而非由频率偏移导致的数值增长,证实了多物理场协同优化策略在

抑制谐振器损耗方面的显著优越性。

表2 各构型性能参数的有限元仿真结果对比  
Table 2 Comparison of FEM simulation results of performance parameters for different configurations

构型	一阶特征频率/kHz	$Q_{\text{total}}$	提升倍数
初始构型	220	8040	/
对标构型 I	172	8740	/
对标构型 II	140	9479	/
优化构型 I	173	48898	5.6
优化构型 II	136	46140	4.9

### 3.3 能量耗散机理分析

图5展示了传统直梁与两种优化构型在多物理场下的数值对比,揭示了Q值提升的物理机理。首先,在应变能分布方面,观察图5(a)可知,相比于传统直梁表现出的高能量密度特征,两种优化构型的应变能密度数值呈现出整体下降趋势,导致能够通过锚点耦合至基底并产生泄漏的弹性波能量减少,从而一定程度上抑制了锚点损耗。其次,在热学方面,图5(b)和图5(c)展示了各结构的温度分布和TED耗散功率密度。传统直梁内部存在大范围的高耗散区域(图中红色所示),数值较高。而经过拓扑优化后,构型I和构型II内部的耗散功率密度数值减小,且高耗散区域的面积收缩。

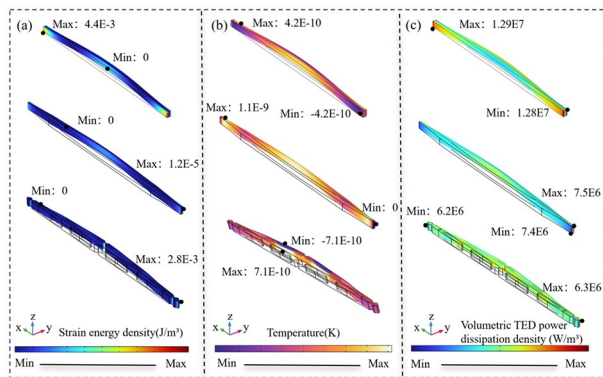


图5 直梁(上)、构型I(中)和构型II(下)的有限元仿真结果:  
(a)应变能密度;(b)温度场;(c)体积TED功率耗散  
密度(所有子图中的全局极值均由黑点标记)

Fig. 5 Finite element simulation results for the straight beam (top), topology I (middle), and topology II (bottom): (a) Strain energy density; (b) Temperature field; (c) Volumetric TED power dissipation density (Global extrema in all subfigures are marked by black dots)

综上所述,优化后的拓扑结构通过同时降低应变能密度与结构内部的热耗散功率密度,实现了对总能量损耗的有效控制,从而获得了Q值的显著提升。

## 4 结论

本文提出了一种面向基频模式下TED与锚点损耗协同抑制的拓扑优化设计策略。通过构建包含PML边界与热-结构强耦合方程的多物理场仿真框架,实现了对微纳尺度谐振器能量耗散的精确量化与结构构型的自主演化。主要研究成果与发现总结如下。

(1)通过对演化构型(构型I与构型II)的数值分析发现,优化后的拓扑结构在保持工艺可行性的前提下,显著优于传统设计。仿真结果表明,优化构型I与构型II的品质因数分别达到了48 898和46 140,相比于相近频率的对标构型实现了最大5.6倍的性能增益。这一结果在不同的体积约束条件下均通过了有限元数值仿真验证,证实了该拓扑优化策略在多阻尼耦合环境下的鲁棒性与有效性。

(2)Q值的显著提升源于两种协同物理机制的共同作用,这阐明了拓扑演化背后的物理本质。一是应变能重分布:优化后的拓扑构型通过演化出特定的柔性连接特征,显著降低了存储于锚点附近的应变能占比。这种分布特性引发了“软夹紧”效应,将振动能量有效地局域化在梁体中心,从而最小化了弹性波向基底的泄漏。二是热流路径阻断:结构内部引入的非规则孔隙分布构建了热阻断网络。这种空间调制的截面特征迫使横向热流路径发生曲折与中断,有效阻碍了由温度梯度驱动的热传导,从而大幅降低了不可逆热弹性耗散。

综上所述,本研究建立的多物理场协同拓扑优化框架突破了传统单一损耗机制优化的局限,证明了通过材料分布的理性设计可同时实现对内部热耗散与外部波辐射的精准调控,为高性能MEMS谐振器的设计提供了新的理论依据。

## 参考文献

- [1] SHARMA I, SUMETSKY M. Widely FSR tunable high Q-factor microresonators formed at the intersection of straight optical fibers [J]. *Optica*, 2025, 12(6): 890.
- [2] MUKHIN N, LUCKLUM R. Periodic tubular structures and phononic crystals towards high-Q liquid ultrasonic inline sensors for pipes [J]. *Sensors*, 2021, 21(17): 5982.

- [3] SOROKIN B P, NOVOSELOV A S, KVASHNIN G M, et al. Development and study of composite acoustic resonators with Al/(Al, Sc)N/Mo/diamond structure with a high Q factor in the UHF range [J]. *Acoustical Physics*, 2019, 65(3): 263–268.
- [4] KARAPETYAN G Y, KAYDASHEV V E, KUTEPOV M E, et al. Tunable high-Q SAW resonator loaded on a changing capacitance [J]. *Journal of Advanced Dielectrics*, 2020, 10 (1/2): 2060009.
- [5] WANG L L, WANG C, WANG Y, et al. A review on coupled bulk acoustic wave MEMS resonators [J]. *Sensors*, 2022, 22(10): 3857.
- [6] CHENG L, ZHAO M D, HE Y, et al. Spiral resonator referenced low noise microwave generation via integrated optical frequency division [J]. *Photonics Research*, 2025, 13(7): 1991.
- [7] LI Y, HU H B, ZHENG L J, et al. Opto-acoustic resonance-enabled ultra-low phase noise microwave generation via coupled optoelectronic oscillators [J]. *Applied Physics Letters*, 2025, 127(8): 081102.
- [8] JIN Z H, WENG D L, JIANG H, et al. Long-term frequency stabilization of MEMS oscillators based on axial force feedback control [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2025; 10775463251361965.
- [9] WEI X Y, XU M K, YANG Q Q, et al. MEMS Huygens clock based on synchronized micromechanical resonators [J]. *Engineering*, 2024, 36: 124–131.
- [10] CHEN C Y, LI M H, LI C S, et al. Design and characterization of mechanically coupled CMOS-MEMS filters for channel-select applications [J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2014, 216: 394–404.
- [11] WU Z Y, ZHAO J Y, WANG W, et al. A novel narrowband MEMS filter with extensional mode resonators [J]. *Microelectronics Journal*, 2024, 152: 106393.
- [12] WANG W, LIU W L, ZHAO J Y, et al. A mechanically coupled MEMS filter with high-Q width extensional mode resonators [J]. *Journal of Semiconductors*, 2024, 45(8): 082301.
- [13] WU Z Y, NIU B, HONG Y Y, et al. A novel high-Q Lamé mode bulk acoustic resonator [J]. *Microelectronic Engineering*, 2025, 295: 112279.
- [14] MINAMISAWA R A, SÜESS M J, SPOLENAK R, et al. Top-down fabricated silicon nanowires under tensile elastic strain up to 4.5% [J]. *Nature Communications*, 2012, 3: 1096.
- [15] SONG X X, GAO L, XI J Q, et al. A MEMS resonant Lorentz-force magnetometer with both structural topology optimization and parametric pumping for Q-factor enhancement [C]// 35th IEEE International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS). New York: IEEE, 2022: 947–950.
- [16] HØJ D, WANG F W, GAO W J, et al. Ultra-coherent nanomechanical resonators based on inverse design [J]. *Nature Communications*, 2021, 12: 5766.
- [17] ZUO K T, ZHAO Y D, XIE Y J, et al. Design MEMS actuators with topology optimization method [C]// 1st IEEE International Conference on Nano/Micro Engineered and Molecular Systems. New York: IEEE, 2007: 1517–1522.
- [18] GERRARD D D, CHEN Y H, CHANDORKAR S A, et al. Topology optimization for reduction of thermo-elastic dissipation in MEMS resonators [C]//19th International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems (Transducers). New York: IEEE, 2017: 794–797.
- [19] SIGMUND O, JENSEN J S. Systematic design of phononic band-gap materials and structures by topology optimization [J]. *Philosophical Transactions: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2003, 361(1806): 1001–1019.
- [20] GAO W J, WANG F W, SIGMUND O. Systematic design of high-Q prestressed micro membrane resonators [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2020, 361: 112692.
- [21] ALGRA H J, LI Z C, LANGELAAR M, et al. Dissipation dilution-driven topology optimization for maximizing the Q factor of nanomechanical resonators [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2025, 444: 118060.
- [22] 张锦涛, 孙加亮, 金栋平. 基于拓扑优化的叶片结构呼吸振动抑制研究 [J]. *动力学与控制学报*, 2024, 22(8): 50–57.
- ZHANG J T, SUN J L, JIN D P. Breathing vibration suppression of a blade structure based on topology optimization [J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2024, 22(8): 50–57. (in Chinese)
- [23] ANDREASSEN E, CLAUSEN A, SCHEVENELS M, et al. Efficient topology optimization in MATLAB

- using 88 lines of code [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2011, 43(1): 1–16.
- [24] 邓迪文, 孙加亮. 结构模态阻尼比的动力学拓扑优化设计[J]. *动力学与控制学报*, 2025, 23(12): 54–65.
- DENG D W, SUN J L. Dynamic topology optimization of structural modal damping ratio [J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2025, 23(12): 54–65. (in Chinese)
- [25] NI B W, WANG X J, LV T Q, et al. Non-probabilistic thermo-elastic reliability-based topology optimization (NTE-RBTO) of composite laminates with interval uncertainties [J]. *Engineering with Computers*, 2022, 38(6): 5713–5732.
- [26] CANDLER R N, DUWEL A, VARGHESE M, et al. Impact of geometry on thermoelastic dissipation in micromechanical resonant beams [J]. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2006, 15(4): 927–934.
- [27] BAO M H, YANG H. Squeeze film air damping in MEMS [J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2007, 136(1): 3–27.
- [28] BAO M H. Analysis and design principles of MEMS devices [M]// Amsterdam: Elsevier, 2005: 115–174.
- [29] BERENGER J P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves [J]. *Journal of Computational Physics*, 1994, 114(2): 185–200.
- [30] TEIXEIRA F L, CHEW W C. Complex space approach to perfectly matched layers: a review and some new developments [J]. *International Journal of Numerical Modelling; Electronic Networks, Devices and Fields*, 2000, 13(5): 441–455.
- [31] FRANGI A, BUGADA A, MARTELLO M, et al. Validation of PML-based models for the evaluation of anchor dissipation in MEMS resonators [J]. *European Journal of Mechanics A-Solids*, 2013, 37: 256–265.
- [32] FEDELI P, FRANGI A, LAGHI G, et al. Near vacuum gas damping in MEMS: simplified modeling [J]. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2017, 26(3): 632–642.