

# 基于车辆悬臂放大响应的桥梁频率识别数值分析

李祖栋<sup>1</sup> 项长生<sup>2†</sup>

(1. 中交综合规划设计院有限公司, 北京 100024)

(2. 兰州理工大学 土木工程学院, 兰州 730050)

**摘要** 桥梁频率是反映桥梁结构特性的重要参数, 利用一辆安装加速度传感器的车辆驶过桥梁对桥梁的频率进行识别, 避免了在桥梁上直接安装传感器而存在的效率低、操作复杂、成本高等缺陷. 通过在过桥车辆上安装一个质量较小、带有刚性悬臂的“单轴悬臂放大器”并结合快速傅里叶变换(FFT)能明显提高桥梁频率的可见性. 此外, 讨论了不同参数对桥梁频率识别的影响. 结果表明: 桥梁频率的分辨率会随着车速的增加而降低; 悬臂长度的增加对桥梁频率的识别有利; 车辆阻尼对桥梁频率识别的影响是微小的; 桥面粗糙度对桥梁频率的识别不利, 引入多车激励之后能识别出桥梁的前几阶频率; 由于桥梁阻尼的耗能作用, 识别出的桥梁前几阶频率对应的加速度幅值会大幅降低, 此时, 单轴悬臂放大器的作用效果仍然明显.

**关键词** 桥梁频率, 单轴悬臂放大器, 车辆阻尼, 桥面粗糙度, 多车激励

中图分类号: U446

文献标志码: A

## Numerical Analysis of Bridge Frequency Identification Based on Vehicle Cantilever Amplification Response

Li Zudong<sup>1</sup> Xiang Changsheng<sup>2†</sup>

(1. CCCC Comprehensive Planning and Design Institute Co., Ltd., Beijing 100024, China)

(2. School of Civil Engineering Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu 730050, China)

**Abstract** Bridge frequency is an important parameter reflecting the structural characteristics of a bridge. Using a vehicle equipped with an acceleration sensor to pass over the bridge for frequency identification avoids the inefficiencies, complexity, and high costs associated with installing sensors directly on the bridge. By installing a lightweight ‘single-axis cantilever amplifier’ with a rigid cantilever on the crossing vehicle and combining it with Fast Fourier Transform (FFT), the visibility of bridge frequencies can be significantly improved. The effects of different parameters on bridge frequency identification are discussed. The results show that: the resolution of bridge frequency decreases as vehicle speed increases; increasing the cantilever length is beneficial for bridge frequency identification; vehicle damping has little effect on bridge frequency identification; road surface roughness is unfavorable for frequency identification, but after introducing multiple vehicle excitations, the first few bridge frequencies can be identified; due to the energy dissipation from the bridge damping, the acceleration amplitude corresponding to the first few identified bridge frequencies is significantly reduced, yet the effect of the single-axis cantilever amplifier remains obvious.



其中,  $u_c$  为移动车辆与桥梁表面接触点处的位移。

桥梁的运动方程为

$$EI \frac{\partial^4 u(x, t)}{\partial x^4} + \bar{m} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = -[m_v g + k_v(u_c - y_v)]\delta(x - vt) \quad (3)$$

桥梁的位移为

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^N q_{bn}(t) \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (4)$$

经推导计算, 求得车辆与振动放大器的加速度分别为

$$\ddot{y}_v(t) = \sum_{n=1}^N A_{sn} \{-A_{vn} \omega_v^2 \cos(\omega_v t) + 4A_{dn} \Omega_n^2 \cos(2\Omega_n t) + A_{bln} \omega_{bln}^2 \cos(\omega_{bln} t) - A_{brn} \omega_{brn}^2 \cos(\omega_{brn} t)\} \quad (5)$$

$$\ddot{y}_a(t) = \sum_{n=1}^N A_{sn} \{-\omega_a^2 B_{an} \cos(\omega_a t) - A_{vn} B_{vn} \omega_v^2 \cos(\omega_v t) + 4A_{dn} B_{dn} \Omega_n^2 \cos(2\Omega_n t) + A_{bln} B_{bln} \omega_{bln}^2 \cos(\omega_{bln} t) - A_{brn} B_{brn} \omega_{brn}^2 \cos(\omega_{brn} t)\} \quad (6)$$

式中,  $\omega_v$  为车辆频率,  $\omega_a$  为放大器频率,  $\Omega_n$  为驱车频率的一半,  $\omega_{bln}$  是桥梁的左移频率,  $\omega_{brn}$  是桥梁的右移频率。

$B_{vm}$ 、 $B_{dn}$ 、 $B_{bln}$ 、 $B_{brn}$  可以表示为相同的形式:

$$B_i = \frac{1}{1 - \beta_i^2} \quad (7)$$

$\beta_i$  表示频率  $\omega_i$  与振动放大器  $\omega_a$  的比值。

对比式(5)和式(6)发现, 振动放大器加速度解析式中的各项均比车辆加速度解析式多了一项系数, 此系数称为传递系数  $B_i$ , 随着单轴振动放大器的刚度与质量的调节而发生变化, 此即为振动放大器加速度信号放大的原理<sup>[17]</sup>。

基于上述单轴振动放大器的放大原理, 本文设计了一种带有悬臂的振动放大器, 称之为“单轴悬臂放大器”, 结构示意图如图2所示。

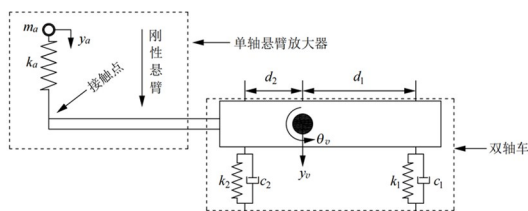


图2 双轴车结构示意图(安装单轴悬臂放大器)

Fig. 2 Structure diagram of two-axle vehicle (installation of single-axis cantilever amplifier)

单轴悬臂振动放大器的信号放大原理简要阐述如下: 车辆在行驶过程中会发生俯仰, 也就产生

了车辆的转动加速度, 而车体转动时是以车辆的质心为轴进行转动, 由于悬臂的存在, 会将车体绕质心转动的状态转化为接触点位置的上下移动, 质心的角速度一定时, 悬臂越长, 接触点位置处的线速度越大, 并且单轴悬臂振动放大器中包含单轴振动放大器的结构, 因此加速度信号从接触点向上传递的过程中会继续放大, 在后文数值计算中将详细介绍悬臂放大器的放大效应。

## 2 数值分析

相比于单轴车, 双轴车的稳定性更好, 并且更接近实际的车辆结构形式。以某一 20 + 25 + 20 m 的三跨连续梁桥为例, 桥梁惯性矩  $I = 0.88 \text{ m}^4$ , 弹性模量  $E = 34.5 \text{ GPa}$ , 密度  $D = 2700 \text{ kg/m}^3$ 。经有限元计算, 桥梁的前三阶频率分别为  $\omega_{b1} = 5.63 \text{ Hz}$ ,  $\omega_{b2} = 8.58 \text{ Hz}$ ,  $\omega_{b3} = 10.57 \text{ Hz}$ 。采用一辆刚度  $k_1 = 170 \text{ kN/m}$ ,  $k_2 = 140 \text{ kN/m}$ , 质量  $m_c = 1500 \text{ kg}$ , 转动惯矩  $I_a = 500 \text{ m}^4$ , 前后轴阻尼  $c_1 = c_2 = 1000 \text{ N} \cdot \text{s/m}$  的双轴车以  $v = 10 \text{ m/s}$  (36 km/h) 速度匀速驶过桥梁, 双轴车的结构示意图如图3所示, 质心距离前后轴的水平距离分别为  $d_1 = 1.33 \text{ m}$ 、 $d_2 = 0.67 \text{ m}$ 。经理论计算<sup>[11,18]</sup>, 双轴车的竖向振动频率  $\omega_y = 2.05 \text{ Hz}$ , 转动频率  $\omega_\theta = 4.41 \text{ Hz}$ 。利用安装于双轴车上的加速度传感器采集车辆过桥时的竖向与转动加速度, 加速度时程曲线如图4所示, 由图4可知, 车体转动加速度幅值大于车体竖向加速度幅值。对车辆加速度信号进行快速傅里叶变换 (FFT) 得到的频谱图如图5所示, 由图5可知, 通过双轴车采集到的信号可以识别出桥梁的前三阶频率。双轴车车体的竖向加速度频谱图包含车体的转动加速度, 车体的转动加速度中包含车体的竖向加速度, 二者相互耦合<sup>[11,18,19]</sup>。

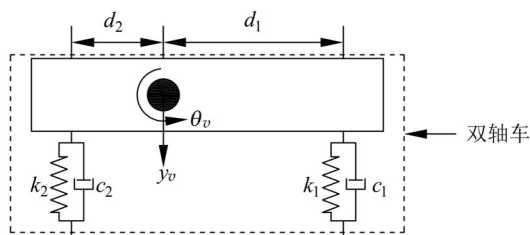


图3 双轴车结构示意图

Fig. 3 Structure diagram of two-axle vehicle

在数值分析时, 通过有限元建立车辆与桥梁模型, 利用有限元软件中的约束方程功能, 实现车辆与桥梁之间的位移协调。车辆在桥梁上行驶的过程

中,任一时刻车轮的竖向位移与此位置桥梁的竖向位移的差值即为此点桥面的不平整度值,对于不考虑桥面粗糙度的工况而言,其差值为零.

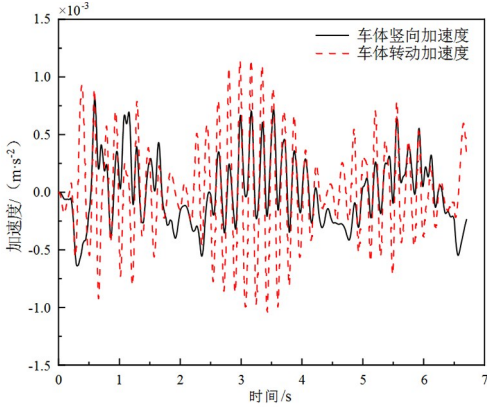


图 4 车体竖向、转动加速度(无放大器)

Fig. 4 Vertical and rotational acceleration of vehicle body (without amplifier)

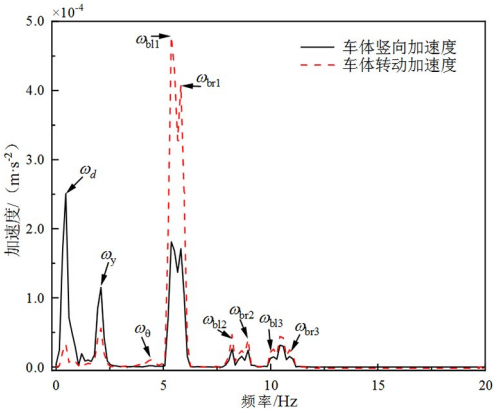


图 5 车体竖向、转动加速度频谱图(无放大器)

Fig. 5 Spectrum diagram of vertical and rotational acceleration of vehicle body (without amplifier)

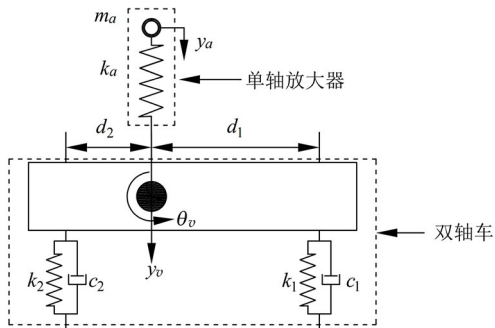


图 6 双轴车结构示意图(安装单轴放大器)

Fig. 6 Structure diagram of two-axle vehicle (Install single-axis amplifier)

桥梁与车辆的参数保持不变,在双轴车上安装一个质量  $m_a = 18 \text{ kg}$ ,刚度  $k_a = 120 \text{ kN/m}$  的单轴振动放大器,以  $v = 10 \text{ m/s}$  ( $36 \text{ km/h}$ ) 的速度匀速驶过桥梁,安装单轴振动放大器的双轴车结构示意图如图 6 所示. 安装于双轴车的单轴振动放大器采集到的加速度信号如图 7 所示. 由于单轴放大器的质量很小,因此,安装放大器与否对双轴车的加速

度影响是微小的,几乎可以忽略不计. 单轴放大器加速度幅值明显大于双轴车的竖向加速度幅值,对加速度信号进行 FFT,得到单轴放大器频谱图如图 8 所示,由图 8 可见,单轴放大器明显提高了桥梁频率的可见性.

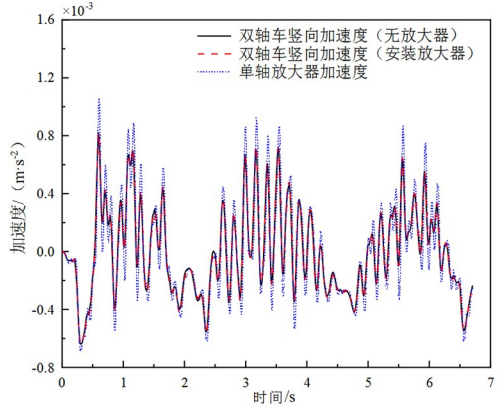


图 7 单轴放大器加速度

Fig. 7 Acceleration of single-axis amplifier

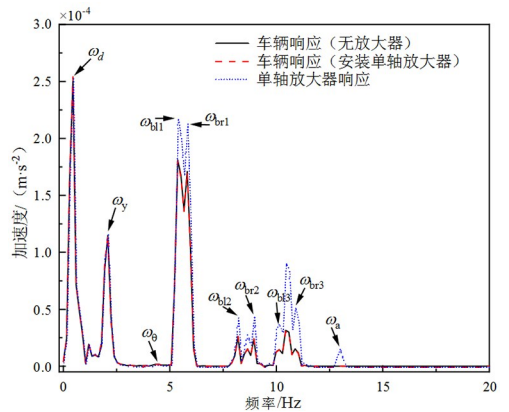


图 8 单轴放大器频谱图

Fig. 8 Spectrum diagram of single-axis amplifier

桥梁与车辆的参数保持不变,单轴悬臂放大器中的质量  $m_a$ 、刚度  $k_a$  与前文相同,只增加一个刚性悬臂,在数值分析时,忽略刚性悬臂自身质量,刚性悬臂的长度(接触到双轴车车尾的水平距离)设置为  $2 \text{ m}$ . 安装单轴悬臂放大器的双轴车以  $v = 10 \text{ m/s}$  ( $36 \text{ km/h}$ ) 的速度匀速驶过桥梁,单轴悬臂放大器加速度信号如图 9 所示,由图 9 可知,加速度信号通过刚性悬臂传递,其幅值较双轴车的竖向、转动加速度有了明显的提升,而加速度信号从接触点向上传递到放大器时,又经历了一个单轴放大器,加速度峰值被进一步放大. 对加速度进行 FFT 之后得到的单轴悬臂放大器频谱图如图 10 所示,由图 10 可以看出前几阶桥梁频率均被成功识别,单轴悬臂放大器的幅值  $>$  接触点响应  $>$  车辆竖向、转动加速度,证明了单轴悬臂放大器的有效

性.对比图8与图10可知,采用单轴放大器时,一阶桥梁频率对应的加速度幅值约为  $2 \times 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ,采用单轴悬臂放大器时,一阶桥梁频率对应的加速度幅值约为  $8 \times 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ,从数值上看,扩大3~4倍;此外,相比于单轴放大器,采用单轴悬臂放大器识别的桥梁二阶、三阶频率也有明显的提升.综上所述,相比于双轴车安装单轴放大器,单轴悬臂放大器的放大作用更明显,更大程度上提高了桥梁频率的分辨率.

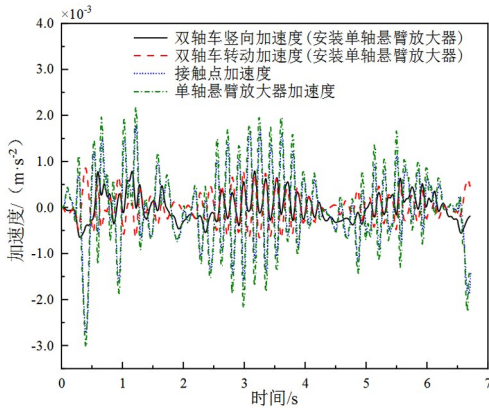


图9 单轴悬臂放大器加速度

Fig. 9 Acceleration of single-axis cantilever amplifier

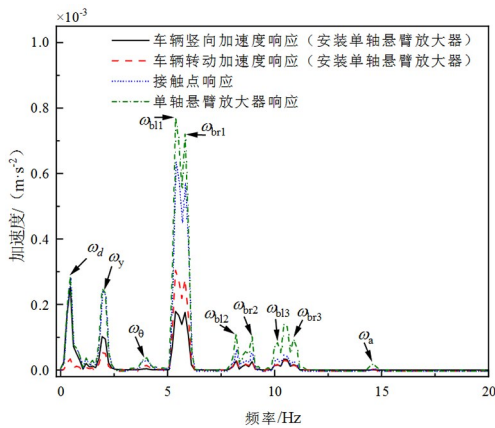


图10 单轴悬臂放大器频谱图

Fig. 10 Spectrum diagram of single-axis cantilever amplifier

### 3 参数研究

为检测单轴悬臂放大器在应对实际中可能存在的复杂环境下的作用效果,探究各参数对悬臂放大器的影响机理,本节对车速、悬臂长度、车辆阻尼、桥面粗糙度、桥梁阻尼比进行研究.

#### 3.1 车速

分别设置  $v$  为  $5 \text{ m/s}$  ( $18 \text{ km/h}$ )、 $10 \text{ m/s}$  ( $36 \text{ km/h}$ )、 $15 \text{ m/s}$  ( $54 \text{ km/h}$ )、 $20 \text{ m/s}$  ( $72 \text{ km/h}$ ) 四种不同的车速,并将安装单轴放大器采集到的加

速度信号与安装单轴悬臂放大器采集到的加速度信号进行对比,得到不同车速下的加速度响应频谱图如图11所示.由图11可知,随着车速的增加,车辆响应、单轴放大器响应、单轴悬臂放大器响应的加速度幅值都随之增大,其原因为:车速增加时,车辆对桥梁的激励增加,车辆与桥梁之间的相互作用增强.

随着速度的增加,频谱图中的分辨率明显降低(各阶桥梁左移频率与右移频率之间的间距增大,桥梁各阶频率对应的突起分辨率降低),其原因为:车速增加,车辆通过桥梁的作用时间短,安装于车辆上的传感器采集到的信号少.即使车辆以不同的速度行驶,单轴放大器与单轴悬臂放大器均能识别出桥梁的前三阶频率,并且单轴悬臂放大器在提高桥梁频率对应的加速度幅值方面的作用仍然是明显的.综合考虑桥梁频率检测时花费的时间以及频率识别的准确性,建议车辆以  $v = 10 \text{ m/s}$  ( $36 \text{ km/h}$ ) 的速度行驶,在后文的研究中,将采用此速度.

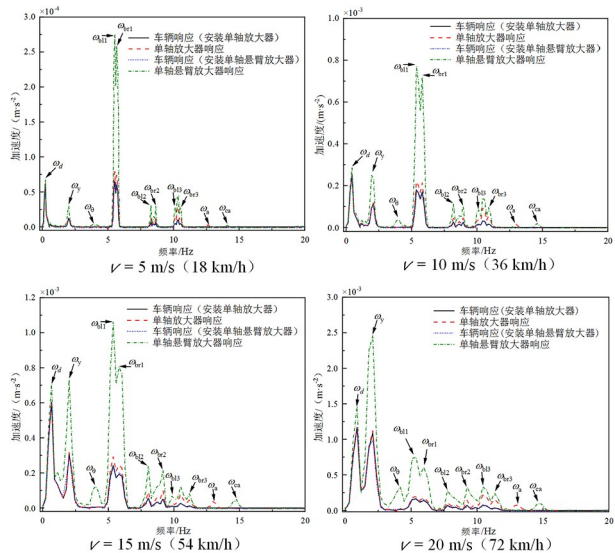


图11 加速度响应频谱图(不同车速)

Fig. 11 Spectrum diagram of acceleration response (different vehicle speeds)

#### 3.2 悬臂长度

为研究安装于车辆上的悬臂对桥梁频率识别的影响,将悬臂长度分别设置为  $L = 0.5 \text{ m}$ 、 $L = 1.0 \text{ m}$ 、 $L = 1.5 \text{ m}$ 、 $L = 2.0 \text{ m}$ ,不同悬臂长度下加速度响应频谱图如图12所示.由图12可知,随着悬臂长度的增加,加速度幅值相应地增大,其原因为:悬臂长度增加,车辆的转动效应被放大,悬臂放大器可以获得更为强烈的加速度信号,因此可以放大桥梁各阶频率对应的加速度幅值.虽然较长的悬

臂在提高桥梁频率可见性方面具有显著的效果,但是量测车的便捷性却会随着长度的增加而减弱。在后文的研究中,车辆悬臂长度设置为  $L=2.0\text{ m}$ 。随着悬臂长度的增加,放大器与刚性杆组装成单轴悬臂放大器系统的频率也产生了变化,系统的频率随着悬臂长度的增加而减小。考虑到未来此模型在实际中实施的可行性,刚性悬臂杆适合安装于车辆尾部,并且试验过程中需要在量测车周围设置警示标志或提示。

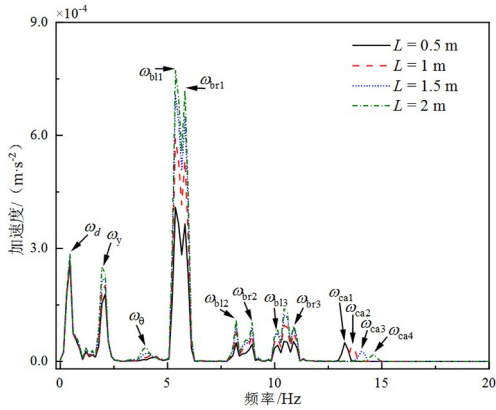


图 12 加速度响应频谱图(不同悬臂长度)

Fig. 12 Spectrum diagram of acceleration response (different cantilever lengths)

### 3.3 车辆阻尼

当制造车辆时,车辆阻尼不可避免,为研究不同车辆阻尼对桥梁频率识别的影响,从而对量测车的制造提供指导意见,本节分别对  $C$  为  $500\text{ N}\cdot\text{s/m}$ 、 $1000\text{ N}\cdot\text{s/m}$ 、 $1500\text{ N}\cdot\text{s/m}$ 、 $2000\text{ N}\cdot\text{s/m}$  四种车辆阻尼进行研究,不同车辆阻尼下加速度响应频谱图如图 13 所示,由图 13 可知,在不同车辆阻尼下,单轴悬臂放大器的放大效应依旧明显,其作用效果优于单轴放大器,大幅提高了桥梁频率对应的加速度幅值。

图 14 为不同车辆阻尼下安装单轴悬臂放大器的双轴车响应,由图 14 可知,随着车辆阻尼的增加,桥梁的加速度幅值出现了细微的增大,其原因为:从信号传递方面分析,随着车辆阻尼的增加,信号在传递过程中的损失增加,安装于车辆上的传感器采集到的包含桥梁模式信息的信号减弱;从车辆自振频率的掩盖作用方面分析,随着车辆阻尼的增加,频谱图中车辆的自振频率对应的加速度幅值减小,对桥梁模式信息的掩盖作用减弱。综上所述,加速度响应频谱图的幅值与二者密切相关。

图 15 为不同车辆阻尼下单轴悬臂放大器的频

谱图,由图 15 可知,随着车辆阻尼的增加,桥梁的一阶频率对应的加速度幅值略微减小,二、三阶频率对应的加速度幅值出现细微的增加,其原因与图 14 相似,此处不再详细阐述。

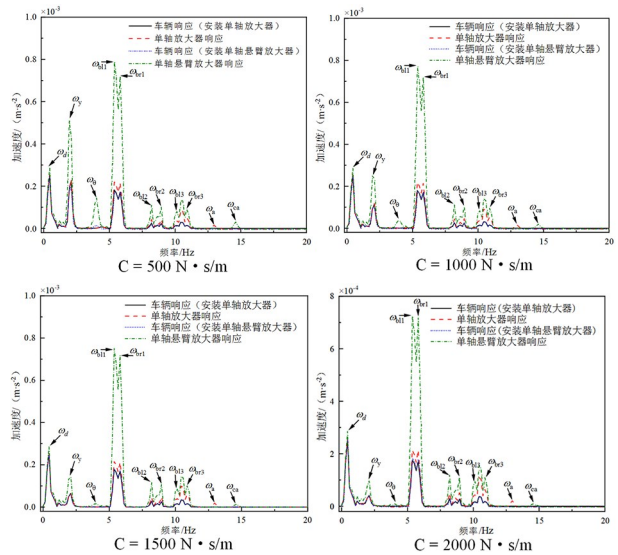


图 13 加速度响应频谱图(不同车辆阻尼)

Fig. 13 Spectrum diagram of acceleration response (different vehicle damping)

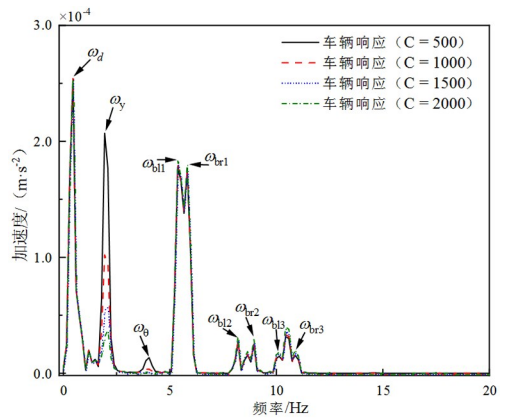


图 14 车辆响应(安装悬臂放大器不同车辆阻尼)

Fig. 14 Vehicle response (different vehicle damping with cantilever amplifier installed)

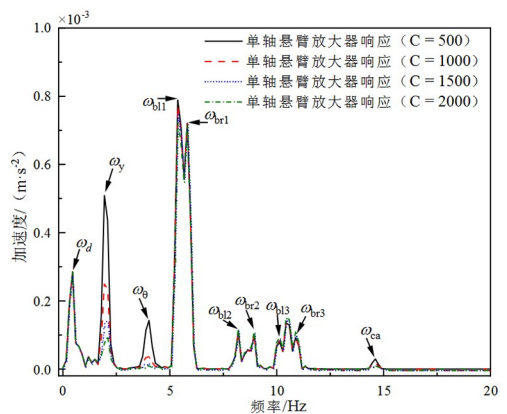


图 15 单轴悬臂放大器响应(不同车辆阻尼)

Fig. 15 Response of single-axis cantilever amplifier (different vehicle damping)

### 3.4 桥面粗糙度

在实际中,桥面不是光滑的,而是存在一定的粗糙度,本节对桥面粗糙度进行分析,根据 ISO 8608:2016<sup>[20]</sup>模拟 A 级桥面粗糙度,如图 16 所示.加入 A 级桥面粗糙度之后得到的加速度响应频谱图如图 17 所示.由图 17 可知,加入 A 级桥面粗糙度之后,采集到的加速度信号中仅能识别出双轴车的竖向振动频率,单轴放大器的自振频率,安装单轴悬臂放大器的双轴车竖向振动频率、转动频率,悬臂频率.其原因为:加入粗糙度之后,安装于车辆上的传感器采集到的桥梁模态信息被桥面粗糙度信息掩盖.为提高桥梁频率的可见性,采用多辆车驶入的方式对桥梁进行激励,增强车辆与桥梁之间的相互作用,从而使采集到的加速度信号中包含更多的桥梁模态信息,并且对在实际中不中断交通的情况下桥梁频率识别的可行性进行研究.多辆车参数如表 1 所示,量测车进入桥梁的时间为 0 s.

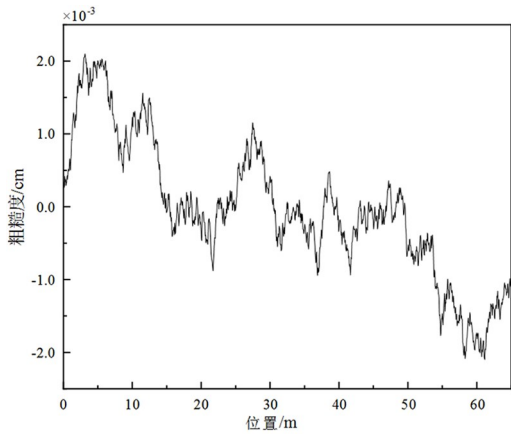


图 16 A 级桥面粗糙度

Fig. 16 Roughness of A-class bridge surface

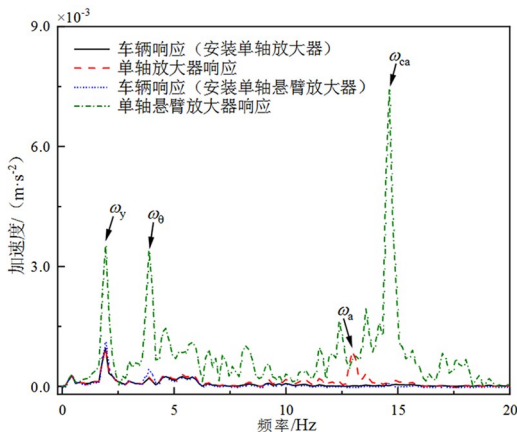


图 17 加速度响应频谱图(A 级粗糙度)

Fig. 17 Spectrum diagram of acceleration response (level A roughness)

表 1 多辆车参数

Table 1 Multiple vehicle parameters

车辆	$v/(m/s)$	$m/kg$	进入桥梁时间/s
1	12	1200	-2.17
2	8	1500	-0.75
3	9	1400	0.78
4	14	1700	1.21

加入多辆车激励之后得到的加速度响应频谱图如图 18 所示.由图 18 可知,加入多辆车激励之后,明显提高了桥梁频率的可见性,能清晰地识别出桥梁的前三阶频率.并且通过单轴悬臂放大器识别的桥梁各阶频率对应的加速度幅值明显大于利用单轴放大器所识别的,进一步说明了设计的单轴悬臂放大器的有效性.

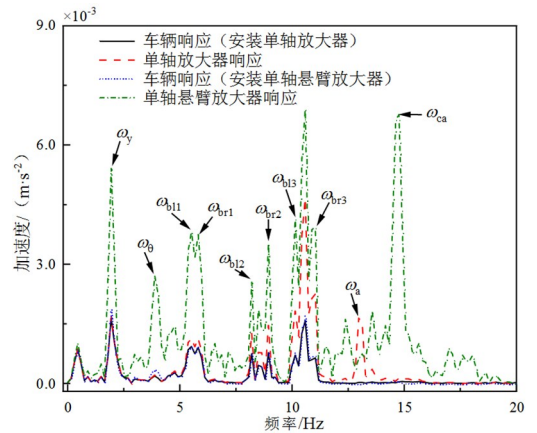


图 18 加速度响应频谱图(多车激励)

Fig. 18 Spectrum diagram of acceleration response (multiple vehicle incentives)

### 3.5 桥梁阻尼比

实际中的桥梁存在阻尼.由于阻尼效应的复杂性,数值计算中使用瑞雷阻尼进行模拟,分别设置  $\xi=0.02$ 、 $\xi=0.05$  两种桥梁阻尼比,加入阻尼之后的频谱图如图 19 所示.由图 19 可知,随着桥梁阻尼比的增加,各阶桥梁频率对应的加速度幅值大幅降低,其原因为:桥梁阻尼具有耗能作用,导致车辆与桥梁之间的耦合作用减弱.当阻尼比  $\xi=0.02$  时,通过单轴放大器与单轴悬臂放大器均能识别出桥梁的前三阶频率,单轴悬臂放大器的放大作用更明显.当桥梁的阻尼比  $\xi=0.05$  时,通过单轴放大器仅能识别出桥梁的第一阶频率,通过单轴悬臂放大器可以识别出桥梁的前两阶频率,表明了设计的单轴悬臂放大器的有效性.

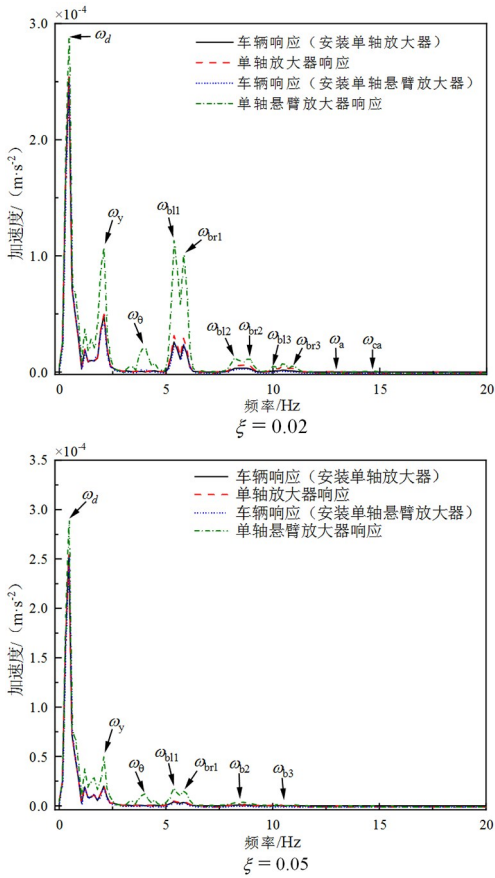


图19 加速度响应频谱图(不同桥梁阻尼)

Fig. 19 Spectrum diagram of acceleration response (different bridge damping)

## 4 结论

本文设计了一种安装于双轴车的单轴悬臂振动放大器,通过与安装于双轴车的单轴振动放大器进行对比,验证了单轴悬臂放大器在桥梁频率识别方面的优越性,讨论了车速、悬臂长度、车辆阻尼、桥面粗糙度、桥梁阻尼比对桥梁频率识别的影响,得出以下结论:

(1)从放大器方面分析,随着悬臂长度的增加,桥梁频率的可见性增强,综合考虑车辆便捷性与检测效果,建议量测车的悬臂长度设置为2 m。

(2)从车辆参数方面分析,随着车速的增加,通过单轴悬臂放大器采集到的桥梁各阶频率对应的加速度幅值增大,桥梁频率的分辨率降低,综合考虑检测效率与识别精确度,建议量测车以10 m/s (36 km/h)的速度行驶。车辆阻尼增加时,一方面降低了信号的传递效率,另一方面却削弱了频谱图中车辆自振频率的幅值,使得车辆自振频率对桥梁频率的掩盖作用减弱,二者的作用效果相互抵消,车辆阻尼对桥梁频率识别的影响是细微的。

(3)从桥梁结构特性分析,加入A级桥面粗糙度时,无法识别出桥梁的频率,通过引入多辆车增大对桥梁的激励可以识别出桥梁的前三阶频率,此时单轴悬臂振动放大器的作用效果仍然优于单轴振动放大器。由于桥梁阻尼的耗能作用,频谱图中桥梁前几阶频率对应的加速度幅值被大幅削弱,相比于单轴放大器,设计的单轴悬臂放大器在提高桥频可见性方面仍具有优势。

## 参考文献

- [1] YANG Y B, LIN C W, YAU J D. Extracting bridge frequencies from the dynamic response of a passing vehicle [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 272(3/4/5): 471—493.
- [2] YANG Y B, CHANG K C. Extraction of bridge frequencies from the dynamic response of a passing vehicle enhanced by the EMD technique [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 322(4/5): 718—739.
- [3] YANG J P, LEE W C. Damping effect of a passing vehicle for indirectly measuring bridge frequencies by EMD technique [J]. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 2018, 18(1): 1850008.
- [4] ZHU L C, MALEKJAFARIAN A. On the use of ensemble empirical mode decomposition for the identification of bridge frequency from the responses measured in a passing vehicle [J]. *Infrastructures*, 2019, 4(2): 32.
- [5] YANG Y B, XU H, MO X Q, et al. An effective procedure for extracting the first few bridge frequencies from a test vehicle [J]. *Acta Mechanica*, 2021, 232(3): 1227—1251.
- [6] YANG Y B, XIONG F, WANG Z L, et al. Extraction of bridge frequencies inclusive of the higher modes by the ESMD using the contact-point response [J]. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 2020, 20(4): 2050045.
- [7] YANG Y B, ZHANG B, QIAN Y, et al. Contact-point response for modal identification of bridges by a moving test vehicle [J]. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 2018, 18(5): 1850073.
- [8] YANG Y B, LI Y C, CHANG K C. Using two connected vehicles to measure the frequencies of

- bridges with rough surface: a theoretical study [J]. *Acta Mechanica*, 2012, 223(8): 1851–1861.
- [9] KONG X, CAI C S, KONG B. Numerically extracting bridge modal properties from dynamic responses of moving vehicles [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2016, 142(6): 04016025.
- [10] YANG Y B, XU H, WANG Z L, et al. Using vehicle-bridge contact spectra and residue to scan bridge's modal properties with vehicle frequencies and road roughness eliminated [J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2022, 29(8): e2968.
- [11] 张彬. 基于移动智能监测的桥梁模态和损伤识别 [D]. 重庆: 重庆大学, 2019.  
ZHANG B. Modal identification and damage detection of bridges based on mobile intelligent monitoring [D]. Chongqing: Chongqing University, 2019. (in Chinese)
- [12] XU H, HUANG C C, WANG Z L, et al. Damped test vehicle for scanning bridge frequencies: Theory, simulation and experiment [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2021, 506: 116155.
- [13] SADEGHI ESHKEVARI S, MATARAZZO T J, PAKZAD S N. Bridge modal identification using acceleration measurements within moving vehicles [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2020, 141: 106733.
- [14] YANG Y B, XU H, WANG Z L, et al. Refined detection technique for bridge frequencies using rocking motion of single-axle moving vehicle [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022, 162: 107992.
- [15] SHI K, MO X Q, XU H, et al. Furthering extraction of torsional - flexural frequencies for thin-wall beams from the rocking motion of a two-wheel test vehicle [J]. *Thin-Walled Structures*, 2022, 175: 109224.
- [16] SHI Z H, UDDIN N. Extracting multiple bridge frequencies from test vehicle-a theoretical study [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2021, 490: 115735.
- [17] YANG Y B, WANG Z L, SHI K, et al. Adaptive amplifier for a test vehicle moving over bridges: theoretical study [J]. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 2021, 21(3): 2150042.
- [18] 项长生, 李祖栋, 袁华智. 基于车辆振动放大响应的连续梁桥频率识别研究[J]. *公路工程*, 2023, 48(3): 1–8, 17.  
XIANG C S, LI Z D, YUAN H Z. Research on frequency identification of continuous beam bridge based on vehicle vibration amplified response [J]. *Highway Engineering*, 2023, 48(3): 1–8, 17. (in Chinese)
- [19] 李祖栋, 项长生, 亓兴军, 等. 基于车辆响应的连续梁桥损伤识别数值分析[J]. *地震工程与工程振动*, 2023, 43(2): 202–211.  
LI Z D, XIANG C S, QI X J, et al. Numerical analysis of damage identification of continuous beam bridge based on vehicle response [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Dynamics*, 2023, 43(2): 202–211. (in Chinese)
- [20] International Organization for Standardization. *Mechanical vibration-Road surface profiles-Reporting of measured data ISO 8608: 2016* [S]. Geneva: British Standards Institution, 2016.