

基于超二次曲面距离梯度的航天器模块自组装^{*}

黄赛琦 张炜 姜雷霆 文浩[†]

(南京航空航天大学 航空航天结构力学及控制全国重点实验室,南京 210016)

摘要 大型空间结构的部署是未来航天技术发展的关键问题,将模块化航天器作为空间结构子模块进行在轨组装是主流的解决方案之一.为确保组装任务的安全实施,亟需开展多航天器间接过程中的精准避碰操作.现有的航天器在轨组装防碰撞研究大多使用球形包络近似表示航天器形状,无法精确表述航天器外形轮廓.针对精准防碰撞运动规划需求,提出了一种基于超二次曲面距离梯度的控制方法.相较于球形包络方法,利用超二次曲面能够更准确地对航天器外形特征进行凸体描述.通过构建优化问题求解航天器间的最近距离,以实现精准碰撞检测.进而对优化问题进行灵敏度分析,获得最近距离相对于航天器位姿的梯度,并将其引入人工势函数建立航天器间的避碰组装控制律.最后通过多航天器避碰组装控制数值仿真验证了该方法的有效性.

关键词 在轨组装, 超二次曲面, 灵敏度分析, 避碰控制

中图分类号:V249

文献标志码:A

Self-Assembly of Spacecraft Modules Based on the Superquadrics Distance Gradient^{*}

Huang Saiqi Zhang Wei Jiang Leiting Wen Hao[†]

(State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract The deployment of large space structures is a key issue in the future development of space technology. On-orbit assembly using modular spacecraft is one of the mainstream solutions. Ensuring the safety of this mission requires precise collision avoidance control during the close-proximity approach of multiple spacecraft. Most of the existing research on spacecraft on-orbit assembly uses spherical envelopes to approximate the shape of the spacecraft, which cannot accurately describe the geometric features of the spacecraft. To meet the demand for precise collision avoidance in motion planning, a control method based on the distance gradient of superquadrics is proposed. Compared to spherical envelopes, superquadrics provide a more accurate convex representation of a spacecraft's shape. The closest distance between spacecraft is determined by solving an optimization problem, enabling accurate collision detection. Furthermore, a sensitivity analysis of the optimization problem is carried out to obtain the gradient of the closest distance with respect to the spacecraft's pose. This gradient is then introduced into an artificial potential function to establish the collision avoidance and assembly control law. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified through numerical simulations of multi-spacecraft collision avoidance and assembly control.

2025-10-06 收到第 1 稿,2025-12-05 收到修改稿.

^{*} 国家自然科学基金资助项目(12494562);National Natural Science Foundation of China(12494562).

[†] 通信作者 E-mail:wenhao@nuaa.edu.cn

Key words on-orbit assembly, superquadrics, sensitivity analysis, collision avoidance

引言

随着航天技术的飞速进步,在深空探测和载人航天等领域的重大需求牵引下,新一代空间站、长基线太空望远镜、空间太阳能电站等大型空间结构受到越来越多的关注^[1-3]。然而,由于运载火箭单次运送能力有限,以空间站为代表的许多超大型航天器无法通过整体发射、在轨展开的方式实现^[4-6]。在轨组装技术则另辟蹊径,将空间结构分为易于搭载的一组或多组结构模块后独立发射入轨,最终利用结构模块在轨装配出完整的航天器结构。近年来,大型空间结构在轨组装技术研究取得了显著进展,一些新的任务概念不断涌现,如美国的 Dragonfly 项目^[7],欧盟主导的 MIRROR 项目^[8]等。

在轨组装可分为“有人参与”和“自主”组装两种类型。有人参与的在轨组装主要通过地面远程控制或航天员在轨操作完成,利用空间站外部工作平台、机械臂和辅助工具进行模块安装,具有较高的灵活性。然而地面远程控制易受对地通讯时滞和质量影响,而宇航员在轨操作则面临安全风险以及高昂维生成本。随着自主交会、对接以及在轨服务技术的逐渐成熟,自主组装有望成为航天器在轨组装的主流技术。在轨自主组装有两种主要形式,一是由专门的空间机器人自动完成结构模块的取运和装配^[10-13],二是利用自主飞行结构模块间的自主交会、对接实现空间结构组装^[14-17]。受益于航天器交会对接领域已有的大量工程实践经验,后一种模式具有相对较好的技术基础,也是本文关注的重点。

基于自主交会对接的在轨组装涉及大量模块航天器间的近程机动,如何避免因几何干涉导致的星间碰撞是关系任务成败的关键问题。一种研究思路是将任务拆分成多个阶段,通过引入伴飞、对准等前置机动环节降低对接过程碰撞风险。如 Xu 等通过设置安全对接区域,基于分阶段优化制导策略实现了既定的避碰接近任务^[18]。Wei 等在多阶段控制策略中加入安全距离的控制约束,从而实现模块间的避碰^[19]。另有研究则通过构造以卫星间距离为参数的人工势函数或者任务约束来实现避碰控制。如 Okasha 等提出了一种离散多脉冲技术,引入基于卫星安全距离的排斥力,实现在轨组装接

近操作期间的避碰控制^[20]。Zhang 等提出了基于预定义性能的鲁棒控制方法,计算卫星中心点和预设点的距离,进而构建空间组装任务中的避碰问题^[21]。Koenig 等不考虑航天器形状,设置安全距离约束,提出了一种在受扰动情况下航天器编队安全部署的方案^[22]。Palacios 等基于人工势函数实现航天器编队飞行中的避碰控制^[23]。Boyarko 等将卫星间的距离作为构建优化问题的约束,解决了航天器与翻滚目标的对接问题^[24]。Foust 等受伊斯兰瓷砖艺术的启发,提出了一种基于异构自主机动模块集群组装大型空间结构的方案^[25]。尽管这些研究在避碰控制和分阶段策略的研究上取得了显著进展,但大多数研究忽略了航天器的具体外形轮廓,而是将航天器简化为点或球体进行研究,这种过度简化会影响避碰控制的精确性。如果针对复杂构型航天器,采用多个球体对航天器整体包络进行覆盖,碰撞检测点数量随着航天器构型复杂度提升而增大,导致距离检测的计算量大幅增加。

准确计算航天器间距离及其对位姿参数的导数对于避碰策略设计具有重要意义。提高碰撞检测精度的一种途径是将几何近似表示为凸体基元或其组合,采用 GJK (Gilbert-Johnson-Keerthi) 等凸体间碰撞检测算法计算几何体间距离^[26]。但当凸体基元为非严格凸体时,此类方法存在距离相对于位姿参数导数不连续的问题。为此,已有研究通过超二次曲面等严格凸体描述航天器外形。例如, Badawy 等基于超二次曲面描述航天器外形,并使用径向欧几里得距离构建人工势场来实现航天器的在轨组装^[27]。Wen 等针对带柔性附件航天器机动及避障问题,设计了航天器位姿运动的无源控制律,基于径向欧几里得距离实现了防碰撞控制^[28]。Chen 等利用椭球描述柔性航天器外形包络,使用径向欧几里得距离构建人工势场,控制柔性航天器实现在轨组装^[29]。然而,上述基于径向欧几里得距离的方法只是对最近距离的近似,即使计算距离为正,航天器也可能已经发生碰撞。

本文采用超二次曲面描述模块航天器几何外形,结合人工势函数方法实现组装过程的运动控制和避碰控制。为避免径向欧几里得距离的近似误差,采用凸优化方法准确求解超二次曲面间的距

离.通过分析优化结果对凸优化问题参数的灵敏度,求解超二次曲面间距离相对于航天器位姿参数的导数,进而利用导数信息确定避碰势函数的梯度.通过综合基于吸引势函数的运动控制和基于避碰势函数的避碰控制,构建了模块航天器位姿控制律.最后通过数值仿真演示验证了所提出的组装运动及避碰控制方法的有效性.

1 任务描述及力学模型

为实现避碰组装控制,首先需要任务场景和航天器的运动进行数学描述.本文将整个组装任务划分为两个阶段,预组装阶段和对接阶段.图1以两个模块航天器的组装过程为例,展示了这两个阶段的航天器构型变化.在预组装阶段,航天器将从分离较远的初始构型[图1(a)]运动到距离较近的预组装构型[图1(b)];在对接阶段,航天器将进一步缓慢运动至最终组装构型[图1(c)],并完成对接锁定.

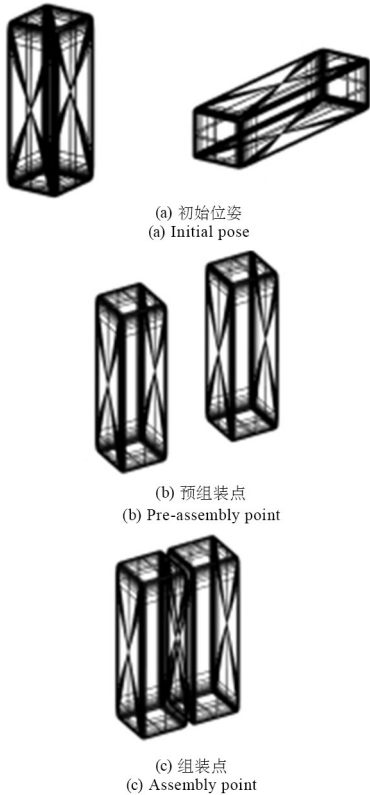


图1 在轨组装示意图

Fig. 1 Three typical configurations in on-orbit assembly process

为了便于描述,定义 $O_i-x_iy_iz_i$ 为航天器 i 的连体坐标系, $O_1-x_1y_1z_1$ 为地心惯性坐标系,其中原点 O_i 位于航天器 i 的质心,连体坐标系与航天器惯性主轴对齐.为简化分析,忽略重力及空间

环境干扰因素的影响.由于航天器机动时间尺度显著短于其轨道周期,故本文不计轨道动力学影响.因此航天器 i 的动力学方程可以简化为

$$m_i \ddot{\mathbf{p}}_i = \mathbf{F}_i$$

$$\mathbf{I}_i \dot{\boldsymbol{\omega}}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{I}_i \boldsymbol{\omega}_i = \mathbf{M}_i \quad (1)$$

其中, m_i 、 \mathbf{I}_i 、 $\ddot{\mathbf{p}}_i$ 和 $\boldsymbol{\omega}_i$ 分别为航天器 i 的质量、惯性矩、加速度和角速度, $\ddot{\mathbf{p}}_i = (\ddot{p}_x^i, \ddot{p}_y^i, \ddot{p}_z^i)^T$, $\boldsymbol{\omega}_i = (\omega_x^i, \omega_y^i, \omega_z^i)^T$; \mathbf{F}_i 和 \mathbf{M}_i 分别为控制力和控制力矩.

为了精确描述航天器 i 的姿态,采用姿态四元数 \mathbf{q}_i 对其进行表示.同时,为了实现航天器姿态的精确控制,采用误差四元数 \mathbf{q}_{ie} 来表示目标姿态四元数 \mathbf{q}_{id} 与实际姿态四元数 \mathbf{q}_i 之间的偏差,其计算如下

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_{ie} &= \mathbf{q}_{id}^{-1} \otimes \mathbf{q}_i \\ &= \begin{bmatrix} q_{id0} & -q_{id1} & -q_{id2} & -q_{id3} \\ q_{id1} & q_{id0} & -q_{id3} & q_{id2} \\ q_{id2} & q_{id3} & q_{id0} & -q_{id1} \\ q_{id3} & -q_{id2} & q_{id1} & q_{id0} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_{i0} \\ q_{i1} \\ q_{i2} \\ q_{i3} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

并对误差四元数元素做如下分解

$$\mathbf{q}_{ie} = (q_{ie0}, \bar{\mathbf{q}}_{ie}^T)^T \quad (3)$$

其中 $\bar{\mathbf{q}}_{ie} = (q_{ie1}, q_{ie2}, q_{ie3})^T$ 为 \mathbf{q}_{ie} 的子向量,其变化率满足以下运动学关系

$$\dot{\bar{\mathbf{q}}}_{ie} = \frac{1}{2} \mathbf{Q} \boldsymbol{\omega}_i \quad (4)$$

式中矩阵 \mathbf{Q} 定义为

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_{ie0} & q_{ie3} & -q_{ie2} \\ -q_{ie3} & q_{ie0} & q_{ie1} \\ q_{ie2} & -q_{ie1} & q_{ie0} \end{bmatrix} \quad (5)$$

2 距离计算和灵敏度分析

2.1 超二次曲面间的最近距离计算

当采用单个球形包络对复杂构型航天器进行描述时,存在空间利用率低和距离判断不准确的问题;若采用多个球形包络对航天器整体描述,碰撞检测点数量随着航天器构型复杂度提升而增大,导致在距离检测中大幅增加碰撞检测的计算量.采用长方体或凸多面对航天器进行包络虽可行,但当两个多面体包络间存在平行的外平面时,最近点对不唯一,导致距离函数对位姿参数的导数不连续,难以适用于基于梯度的优化算法^[30].

本文利用超二次曲面对航天器外形轮廓进行

描述,将航天器间碰撞检测问题转化为分析超二次曲面间最近距离问题.典型的超二次曲面的函数方程定义如下:

$$f(\mathbf{x}) = \left[\left(\frac{x_1}{a} \right)^{\epsilon_1} + \left(\frac{y_1}{b} \right)^{\epsilon_1} \right]^{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} + \left(\frac{z_1}{c} \right)^{\epsilon_2} \quad (6)$$

其中, $\mathbf{x} = (x_1, y_1, z_1)$ 代表空间任意一点在航天器连体坐标系下的位置坐标, a, b 和 c 分别代表超二次曲面在 x, y 和 z 轴上的半轴长, ϵ_1 和 ϵ_2 是控制超二次曲面边缘光滑度的参数. 图 2 展示了超二次曲面形状在不同 ϵ_1 和 ϵ_2 组合下的示例. 当 $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 2$ 时超二次曲面退化为球体, 对于其他形式超二次曲面, 最近距离并无解析解, 因而不少研究工作采用径向欧几里得距离^[27-29]作为近似替代.

以图 3 所示的超二次曲面 A 和 B 为例, 其径向欧几里得距离为图中 $W_A W_B$ 红色线段的长度. 图 3 中点 O_A 和 O_B 分别为超二次曲面 A 和 B 的几何中心, W_A 和 W_B 分别为点 O_A 和点 O_B 的连线与超二次曲面 A 和 B 的交点. 将点 O_A 在航天器 B 的体坐标系下的坐标记为 $\mathbf{r}_{OA} = (x_{AB}, y_{AB}, z_{AB})$, 将点 O_B 在航天器 A 的体坐标系下的坐标表示为 $\mathbf{r}_{OB} = (x_{BB}, y_{BB}, z_{BB})$. 两航天器间的径向欧几里得距离计算公式如下:

$$d_{AB} = \left[1 - f_A(\mathbf{r}_{OB})^{\frac{1}{\epsilon_2}} - f_B(\mathbf{r}_{OA})^{\frac{1}{\epsilon_2}} \right] \|\mathbf{r}_{O_A O_B}\| \quad (7)$$

其中 $\|\mathbf{r}_{O_A O_B}\|$ 表示点 O_A 和点 O_B 的欧几里得距离.

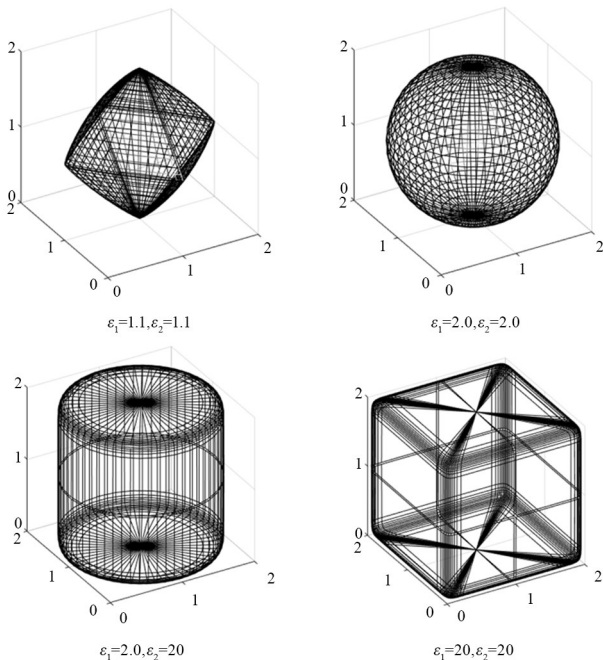


图 2 不同参数对应的超二次曲面形状

Fig. 2 Shapes of superquadrics with different parameters

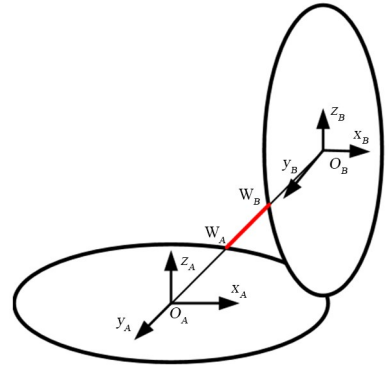


图 3 超二次曲面间的径向欧几里得距离

Fig. 3 Euclidean distance between superquadrics

然而,当曲面距离较近时,将径向欧几里得距离用于碰撞检测可能会得出错误结论.以图 3 为例,超二次曲面 A 和 B 已经产生几何干涉,但径向欧几里得距离仍为正值.

为了精确计算超二次曲面间的最近距离(如图 4 所示),构造如下优化问题:

$$\begin{aligned} \text{Minimize: } d(\mathbf{r}, \mathbf{P}) &= \|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B\|_2^2 \\ \text{subject to: } \mathbf{f}(\mathbf{r}, \mathbf{P}) &= \begin{bmatrix} f_A(\mathbf{x}_A) - 1 \\ f_B(\mathbf{x}_B) - 1 \end{bmatrix} = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (8)$$

式中 f_i 为描述曲面 i 的连续可微隐函数, $i \in \{A, B\}$, 优化变量 \mathbf{r} 和问题参数 \mathbf{P} 的表达式为

$$\mathbf{r} = (\mathbf{r}_A^T, \mathbf{r}_B^T)^T, \mathbf{P} = (\mathbf{q}_A^T, \mathbf{p}_A^T, \mathbf{q}_B^T, \mathbf{p}_B^T)^T \quad (9)$$

其中 \mathbf{p}_i 是曲面 i 几何中心相对于惯性系的坐标, \mathbf{q}_i 为曲面 i 的姿态四元数, 向量 \mathbf{x}_i 是超二次曲面 i 上任意一点相对该曲面体坐标系的位置坐标向量, \mathbf{r}_i 表示与 \mathbf{x}_i 对应的惯性系坐标, 满足以下关系:

$$\mathbf{x}_i(\mathbf{r}, \mathbf{P}) = \mathbf{R}(\mathbf{q}_i)^T \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{p}_i) \quad (10)$$

式中 $\mathbf{R}(\mathbf{q}_i)$ 表示惯性系和超二次曲面 i 连体坐标系间的方向余弦矩阵.

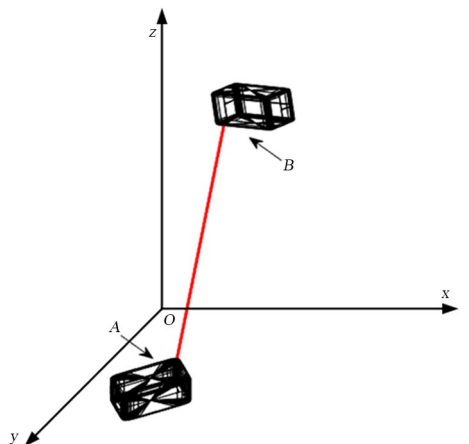


图 4 超二次曲面间最近距离

Fig. 4 Minimum distance between superquadrics

本文采用超二次曲面对复杂航天器进行建模,其优势在于能够高精度贴合航天器的外形,但超二次曲面之间的最小距离无法解析求解,需依赖数值优化方法进行迭代计算.对于超二次曲面之间的最小距离问题,其迭代收敛过程通常具有 $O(k)$ 的时间复杂度,其中 k 为优化器达到收敛的迭代次数.相比之下,球形包络的距离计算仅需一次欧氏距离减去半径之和,时间复杂度为常数级 $O(1)$.

2.2 超二次曲面间距离对位姿的梯度

根据链式法,可以通过下式计算函数 $d(\mathbf{r}, \mathbf{P})$ 对参数 \mathbf{P} 的灵敏度(梯度)

$$\frac{\partial d}{\partial \mathbf{P}} = d' + \dot{d}r' \quad (11)$$

其中 d' 表示距离 d 对参数 \mathbf{P} 的梯度, r' 表示位置参数 \mathbf{r} 对参数 \mathbf{P} 的 Jacobian 矩阵, \dot{d} 是距离 d 对位置向量 \mathbf{r} 的梯度.由于式(11)中 r' 难以直接获得^[31],为此定义如下拉格朗日函数

$$L(\mathbf{r}, \mathbf{P}, \boldsymbol{\lambda}) = d + \boldsymbol{\lambda}^\top \mathbf{f} \quad (12)$$

其中 $\boldsymbol{\lambda}$ 为拉格朗日乘子向量.

将优化问题(8)对应参数 \mathbf{P} 的最优解定义为 $\bar{\mathbf{r}}$, 相应的最短距离定义为 $\bar{d}(\mathbf{P}) = d(\bar{\mathbf{r}}, \mathbf{P})$. 在最优解 $\mathbf{r} = \bar{\mathbf{r}}$ 处, Lagrange 函数满足 Karush-Kuhn-Tucker 条件

$$\nabla L_r = \dot{d} + \boldsymbol{\lambda}^\top \dot{\mathbf{f}} = 0 \quad (13)$$

定义函数 $\bar{\mathbf{f}}(\mathbf{P}) = \mathbf{f}(\bar{\mathbf{r}}, \mathbf{P})$, 则最优解满足

$$\frac{d\bar{\mathbf{f}}}{d\mathbf{P}} = \mathbf{f}' + \dot{\mathbf{f}}r' = 0 \quad (14)$$

将式(13)右乘 r' 可得

$$\dot{d}r' + \boldsymbol{\lambda}^\top \dot{\mathbf{f}}r' = 0 \quad (15)$$

把式(14)代入式(15)可知

$$\dot{d}r' = \boldsymbol{\lambda}^\top \dot{\mathbf{f}}r' \quad (16)$$

联合式(11)可知在最优解 $\mathbf{r} = \bar{\mathbf{r}}$ 处有

$$\frac{\partial d}{\partial \mathbf{P}} = d' + \boldsymbol{\lambda}^\top \mathbf{f}' \quad (17)$$

因此最短距离 $\bar{d}(\mathbf{P})$ 对参数 \mathbf{P} 的灵敏度(梯度)为

$$\frac{d\bar{d}}{d\mathbf{P}} = d'(\bar{\mathbf{r}}, \mathbf{P}) + \boldsymbol{\lambda}^\top \mathbf{f}'(\bar{\mathbf{r}}, \mathbf{P}) \quad (18)$$

然而,在原始优化问题(8)中,由于存在 \mathbf{f} 是非线性约束,可能导致问题的可行域呈现非凸性.即使目标函数本身是凸的,整体优化问题仍可能是

非凸的,这使得优化过程中的解可能会陷入局部最小值.由于原始优化问题(8)是非凸优化问题,计算存在困难且难以收敛,为了更好地计算最近距离优化问题,将非凸问题转化为等效的凸优化问题.转化的凸优化问题如下

$$\begin{aligned} & \text{Minimize: } d(\mathbf{r}, \mathbf{P}) \\ & \text{subject to: } \mathbf{f}(\mathbf{r}, \mathbf{P}) \leq 0 \end{aligned} \quad (19)$$

求解凸优化问题(19),将优化结果引入(18)即可得到超二次曲面间最近距离对航天器位姿的梯度向量.

本文所研究的航天器模块自组装问题可建模为一个带非线性不等式约束的非线性规划(NLP)问题.得益于超二次曲面距离函数的良好几何性质,相关碰撞避免约束在局部范围内具有近似凸性.目前,针对此类 NLP 问题,本文采用原一对偶内点法,使用求解器 IPOPT 求解.值得注意的是, IPOPT 的核心算法框架依赖于牛顿法对扰动(KKT)条件的求解,而牛顿方向的构造本质上需要拉格朗日函数关于决策变量的 Hessian 矩阵.

当模块数量庞大时,优化问题的变量和约束急剧增加,导致计算效率很低.尤其在中小规模 NLP (变量数 < 100) 的求解框架下,若强行扩展至大规模场景,原本高效的精确 Hessian 矩阵会因线性代数求解成本激增而变得不可行.因此,通过剔除距离较远的障碍物减少问题规模,简化碰撞检测策略,提升求解效率.

上述实验均在 Intel Core i7-12700K CPU、32 GB RAM、Windows 11 专业版系统上完成,采用 C++ 实现,使用 IPOPT 线性求解器.实际在运行过程中,优化问题的下一次优化用上一次的解作为初始猜测,显著提高收敛速度.对于一对典型超二次曲面(边缘光滑度参数 $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 20$, 尺度参数 $a = b = c = 0.1$),在多次独立计算下仍能平均在 2 ms 内稳定收敛(容差 10^{-8}).对于以单个球形包络表示的刚体,其表面间欧氏距离及对应梯度具有解析闭式解,仅需一次向量范数与归一化操作.单次距离与梯度联合计算的平均耗时为 0.012 μs ,计算时间可忽略不计.

尽管球体方法在速度上快出多个数量级,但其几何表达能力受限,仅能提供粗略的包络信息;而超二次曲面虽计算成本增加,却能以单一参数化模型精确逼近复杂刚体轮廓,并支持连续可微的距离

场,从而支撑高精度动态避障任务.因此,建立分层几何表示的简化碰撞检测策略,首先通过球形包围用于快速剔除无碰撞可能的刚体对,超二次曲面则用于关键刚体对的精细距离评估.

3 基于人工势场法的避碰控制

本节使用人工势场法设计避碰控制,基于超二次曲面间最近距离对航天器位姿的梯度,对航天器施加排斥力和力矩.全局势函数在期望状态具有全局最小值,可分解为吸引势函数和排斥势函数^[32].

3.1 全局势函数定义

利用航天器和目标位置之间的最近距离定义平移吸引势,误差四元数用于定义转动吸引势,转动吸引势的目的是使误差四元数最终趋近于 $(1, 0, 0, 0)^T$.因此,当吸引力势函数为全局最小值时,航天器将位于目标位置和姿态.吸引势函数定义为

$$V_{\text{att}} = \frac{k_1}{2}(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{id})^T(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{id}) + \frac{k_2}{2}(\bar{\mathbf{q}}_{ie}^T \bar{\mathbf{q}}_{ie}) \quad (20)$$

其中 k_1 、 k_2 分别为平移吸引势和转动吸引势的增益系数, \mathbf{p}_i 和 \mathbf{p}_{id} 分别表示航天器 i 几何中心位置和目标位置.对全局势函数中增加排斥势函数,可以实现平移和转动过程中的避碰.构建排斥势函数如下:

$$V_{ri,j} = A_0 [1 - \exp(-|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{id}|^2)] \frac{e^{-\alpha d}}{d} \quad (21)$$

其中,参数 A_0 是排斥势函数增益系数,决定了航天器之间的最大排斥势^[33];参数 α 是衰减系数,较大的 α 值会导致排斥势能在较短的距离内迅速衰减.

全局势函数是航天器的吸引势函数和各个航天器排斥势函数的线性组合.在存在 $m-1$ 个其他航天器的情况下,航天器 i 的全局势函数如下

$$V_i = V_{\text{att}} + V_{\text{rep}} = V_{\text{att}} + \sum_{j=1, j \neq i}^m V_{ri,j} \quad (22)$$

对于多个障碍物的问题大规模优化问题可以通过简化算法排除过远的障碍物,减少需要考虑的障碍数量.

3.2 避碰控制器设计

通过计算航天器的全局势函数 V_i 相对于位置 \mathbf{p}_i 的梯度,并引入航天器 i 的速度项作为阻尼项,建立航天器 i 的力控制输入如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_i &= -\left(\frac{\partial V_i}{\partial \mathbf{p}_i}\right)^T - \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{p}}_i \\ &= -k_1(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{id}) - \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{p}}_i - \sum_{j=1, j \neq i}^m \frac{\partial V_{ri,j}}{\partial d_{i,j}} \left(\frac{\partial d_{i,j}}{\partial \mathbf{p}_i}\right)^T \end{aligned} \quad (23)$$

其中 \mathbf{p}_i 是航天器 i 的位置向量, \mathbf{p}_{id} 是航天器 i 的目标位置向量, $\dot{\mathbf{p}}_i$ 是航天器 i 的速度向量, \mathbf{K}_d 是对角正定阻尼矩阵. $\partial d_{i,j}/\partial \mathbf{p}_i$ 表示航天器 i 和航天器 j 表面间的最近距离 $d_{i,j}$ 对航天器 i 位置 \mathbf{p}_i 的导数.

类似地,建立航天器 i 的力矩控制输入如下

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_i &= -\left(\frac{\partial V_i}{\partial \boldsymbol{\theta}_i}\right)^T - \mathbf{K}_{d2} \boldsymbol{\omega}_i \\ &= -k_2 \mathbf{q}_{ie0} - \mathbf{K}_{d2} \boldsymbol{\omega}_i - \frac{1}{2} \mathbf{Q}^T \frac{\partial V_{\text{rep}}}{\partial \bar{\mathbf{q}}_{ie}} \\ &= -k_2 \mathbf{q}_{ie0} - \mathbf{K}_{d2} \boldsymbol{\omega}_i - \frac{1}{2} \mathbf{Q}^T \sum_{j=1, j \neq i}^m \frac{\partial V_{ri,j}}{\partial d_{i,j}} \left(\frac{\partial d_{i,j}}{\partial \bar{\mathbf{q}}_{ie}}\right)^T \end{aligned} \quad (24)$$

其中 $\boldsymbol{\omega}_i$ 是航天器 i 的角速度, \mathbf{K}_{d2} 是对角正定阻尼矩阵. $\partial d_{i,j}/\partial \mathbf{q}_{ie}$ 表示航天器 i 和航天器 j 表面间的最近距离 $d_{i,j}$ 对航天器 i 姿态角 \mathbf{q}_{ie} 的导数.

根据定义的控制律(23)和(24),推导出闭环控制系统

$$\begin{aligned} m_i \ddot{\mathbf{p}}_i &= -\left(\frac{\partial V_i}{\partial \mathbf{p}_i}\right)^T - \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{p}}_i \\ \mathbf{I}_i \dot{\boldsymbol{\omega}}_{ii} &= -\left(\frac{\partial V_i}{\partial \boldsymbol{\theta}_i}\right)^T - \mathbf{K}_{d2} \boldsymbol{\omega}_i - \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{I}_i \boldsymbol{\omega}_i \end{aligned} \quad (25)$$

其中, m_i 为航天器的质量, \mathbf{I}_i 为航天器的惯性矩.

4 数值仿真

定义航天器为 $0.3 \text{ m} \times 0.3 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ 的长方体.航天器超二次曲面边沿光滑度参数 ϵ_1 和 ϵ_2 均设置为20.航天器的势函数控制参数设置为 $k_1 = 0.5$, $k_2 = 0.1$, $A_0 = 8$.力和力矩的对角正定阻尼矩阵为 $\mathbf{K}_d = \text{diag}([4, 4, 4])$, $\mathbf{K}_{d2} = \text{diag}([0.1, 0.1, 0.1])$.所有的航天器初始状态处于静止状态,各个航天器初始位姿,预组装点位姿和组装点位姿如表1所示.航天器的避碰及组装任务进行分阶段处理,航天器需先后到达预组装点 and 组装点.其中,前往预组装点阶段采用基于人工势场法的避碰控制律,待所有航天器相互接近并到达各自预组装点后,切换到组装阶段,组装过程中则只考虑吸引势.因此,从预组装点开始到完成组装过程中设置参数 A_0 为0.其他控制增益在各个阶段相同.

表 1 各航天器在不同位置的位姿
Table 1 The pose of spacecraft in different positions

Spacecraft	Initial pose	The pose in the pre-assembly point	The pose in the assembly point
A	$p_A = (0, -1 \text{ m}, 0)^T$ $q_A = (1, 0, 0, 0)^T$	$p_{Ad} = (0.35 \text{ m}, -0.35 \text{ m}, 0)^T$ $q_{Ad} = (0.707, 0, 0, 0.707)^T$	$p_{Ad} = (0.15 \text{ m}, -0.15 \text{ m}, 0)^T$ $q_{Ad} = (0.707, 0, 0, 0.707)^T$
B	$p_B = (-0.5 \text{ m}, 0, 0)^T$ $q_B = (0.707, 0, 0, 0.707)^T$	$p_{Bd} = (-0.35 \text{ m}, 0.35 \text{ m}, 0)^T$ $q_{Bd} = (0.707, 0, 0, 0.707)^T$	$p_{Bd} = (-0.15 \text{ m}, 0.15 \text{ m}, 0)^T$ $q_{Bd} = (0.707, 0, 0, 0.707)^T$
C	$p_C = (0.5 \text{ m}, 0, 0)^T$ $q_C = (0.707, 0, 0, 0.707)^T$	$p_{Cd} = (-0.35 \text{ m}, -0.35 \text{ m}, 0)^T$ $q_{Cd} = (0.707, 0, 0, 0.707)^T$	$p_{Cd} = (-0.15 \text{ m}, -0.15 \text{ m}, 0)^T$ $q_{Cd} = (0.707, 0, 0, 0.707)^T$
D	$p_D = (0, 1 \text{ m}, 0)^T$ $q_D = (1, 0, 0, 0)^T$	$p_{Dd} = (0.35 \text{ m}, 0.35 \text{ m}, 0)^T$ $q_{Dd} = (0.707, 0, 0, 0.707)^T$	$p_{Dd} = (0.15 \text{ m}, 0.15 \text{ m}, 0)^T$ $q_{Dd} = (0.707, 0, 0, 0.707)^T$

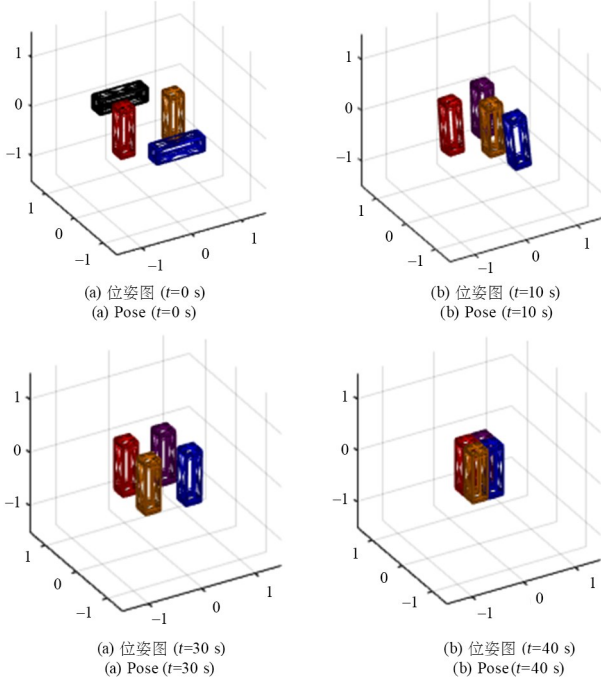


图 5 在轨组装仿真位置图像

Fig. 5 On-orbit assembly simulation pose image

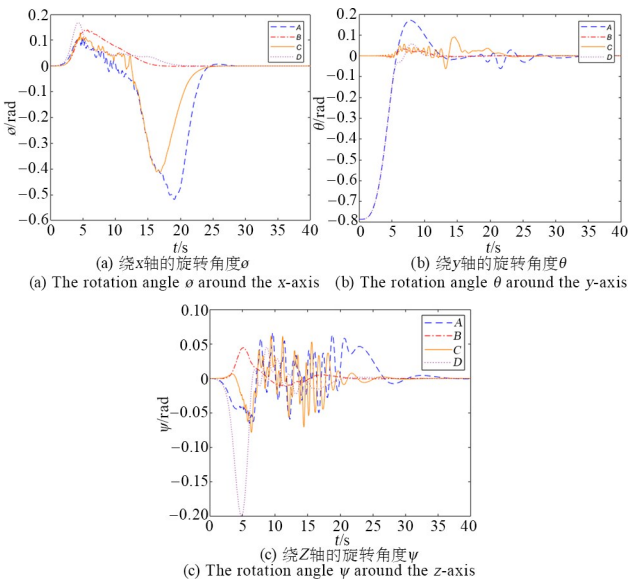


图 6 航天器姿态和目标姿态的欧拉角度差

Fig. 6 Euler angular difference between spacecraft attitude and target attitude

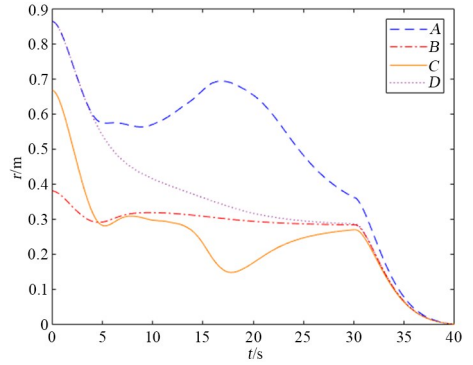


图 7 航天器和目标位置的距离

Fig. 7 Distance between spacecraft and target location

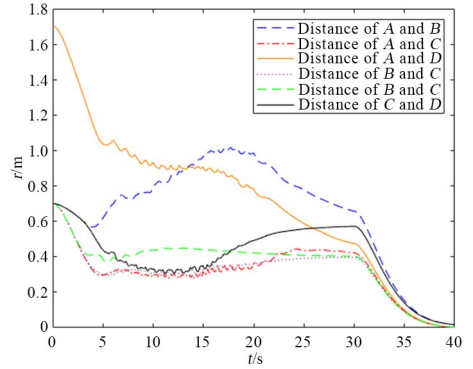


图 8 航天器间的最近距离

Fig. 8 Minimum distance between spacecraft

仿真实验结果如图 5 至图 8 所示。航天器 A、C、B 和 D 分别用蓝色、红色、橙色和紫色长方体表示。图 5 展示了在轨组装任务在 0 s、10 s、30 s 和 40 s 时航天器的位姿，其中，图 5(c) 中各航天器到达预组装点，图 5(d) 中各航天器完成组装。图 6 是航天器姿态距离目标姿态的角度差距随时间变化的曲线，图中绕不同轴的欧拉角度数据表明各个航天器逐渐收敛到目标姿态。图 7 是航天器位置和目标位置的距离随时间变化的曲线，图中数据表明各个航天器最终稳定在目标位置。图 8 为各航天器间最近距离的变化曲线，航天器之间的距离始终大于零。可见，所提出的基于超二次曲面距离梯度的人

工势场法能有效避免碰撞,航天器能无碰撞地组装在一起。

5 结论

针对航天器精确避碰和在轨组装运动控制问题,本文设计了一种分阶段避碰组装控制器。该方法基于超二次曲面对航天器轮廓进行凸体描述,通过建立凸优化问题求解超二次曲面间的最近距离及其对位姿的梯度,并基于梯度构建了响应灵敏的人工势函数,以确保避碰控制力能够始终指向最有效的避碰方向。通过设计典型的多航天器近距离协同组装场景进行仿真验证,结果表明,该控制器能有效引导各模块在复杂机动过程中实现精确可靠的避碰,并最终完成组装任务。

参考文献

- [1] XUE Z H, LIU J G, WU C C, et al. Review of in-space assembly technologies [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2021, 34(11): 21—47.
- [2] HOUGHTON N M, FULTON J, MAZARR A, et al. Utilizing in-space assembly to add artificial gravity capabilities to Mars exploration mission vehicles [C]//AIAA Scitech 2020 Forum. Reston, Virginia; 2020: AIAA, 2020—2016.
- [3] 史玲玲,肖晓龙,张晓峰,等.空间机器人在轨组装多模块单元的对接力控制与地面实验[J].力学学报,2024,56(3):800—816.
SHI L L, XIAO X L, ZHANG X F, et al. Control and ground experiment of docking force for multi-module unit assembly in orbit by space robots [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2024, 56(3): 800—816. (in Chinese)
- [4] 王恩美,邬树楠,吴志刚.在轨组装空间结构面向主动控制的动力学建模[J].力学学报,2020,52(3):805—816.
WANG E M, WU S N, WU Z G. Active-control-oriented dynamic modelling for on-orbit assembly space structure [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2020, 52(3): 805—816. (in Chinese)
- [5] LEE N, BACKES P, BURDICK J, et al. Architecture for in-space robotic assembly of a modular space telescope [J]. Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems, 2016, 2(4): 041207.
- [6] 符康琦,张乐榕,李庆军,等.超大型多模块结构组装过程动力学与姿态控制[J].力学学报,2024,56(2):446—459.
FU K Q, ZHANG L R, LI Q J, et al. Dynamics and attitude control of the assembly process of ultra-large multi-module structures [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2024, 56(2): 446—459. (in Chinese)
- [7] LYMER J, DOGGETT W R, DORSEY J, et al. Commercial application of in-space assembly [C]//AIAA SPACE 2016. Reston, Virginia: AIAA, 2016: 5236.
- [8] ROA GARZON M A, KOCH C, ROGNANT M, et al. PULSAR: testing the technologies for on-orbit assembly of a large telescope [C]//16th Symposium on Advanced Space Technologies in Robotics and Automation, ASTRA 2022. Noordwijk, Netherlands: European Space Agency, 2022.
- [9] 孟光,韩亮亮,张崇峰.空间机器人研究进展及技术挑战[J].航空学报,2021,42(1):1—25.
MENG G, HAN L L, ZHANG C F. Research progress and technical challenges of space robot [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2021, 42(1): 1—25. (in Chinese)
- [10] WOFFINDEN D C, GELLER D K. Navigating the road to autonomous orbital rendezvous [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2007, 44(4): 898—909.
- [11] BONING P, DUBOWSKY S. Coordinated control of space robot teams for the on-orbit construction of large flexible space structures [J]. Advanced Robotics, 2010, 24(3): 303—323.
- [12] HILTZ M, RICE C, BOYLE K, et al. Canadarm: 20 years of mission success through adaptation [C]//International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation, Montreal, Canada: Canadian Space Agency, 2001.
- [13] SUZUKI Y, IMADA T. Concept and technology of HTV-R: an advanced type of H-II transfer vehicle [J]. Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Aerospace Technology Japan, 2012, 10(28): 9—18.
- [14] 沈晓凤,曾令斌,靳永强,等.在轨组装技术研究现状与发展趋势[J].载人航天,2017,23(2):228—235,244.
SHEN X F, ZENG L B, JIN Y Q, et al. Status and prospect of on-orbit assembly technology [J]. Manned Spaceflight, 2017, 23(2): 228—235, 244. (in

- Chinese)
- [15] SAUNDERS C, LOBB D, SWEETING M, et al. Building large telescopes in orbit using small satellites [J]. *Acta Astronautica*, 2017, 141: 183–195.
- [16] ALHORN D C. Autonomous assembly of modular structures in space and on extraterrestrial locations [C]//Space Technology and Applications International Forum (STAIF-2005). New York: AIP, 2005.
- [17] CHEN T, WEN H, HU H Y, et al. Output consensus and collision avoidance of a team of flexible spacecraft for on-orbit autonomous assembly [J]. *Acta Astronautica*, 2016, 121: 271–281.
- [18] XU Z Y, CHEN Y K, XU Z X. Optimal guidance and collision avoidance for docking with the rotating target spacecraft [J]. *Advances in Space Research*, 2019, 63(10): 3223–3234.
- [19] WEI Z T, WEN H, HU H Y, et al. Ground experiment on rendezvous and docking with a spinning target using multistage control strategy [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2020, 104: 105967.
- [20] OKASHA M, PARK C, PARK S Y. Guidance and control for satellite in-orbit-self-assembly proximity operations [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2015, 41: 289–302.
- [21] ZHANG X L, ZHU W B, WU X D, et al. In-space structural assembly using predefined performance based method [J]. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 2021, 93(1): 57–67.
- [22] KOENIG A W, D'AMICO S. Safe spacecraft swarm deployment and acquisition in perturbed near-circular orbits subject to operational constraints [J]. *Acta Astronautica*, 2018, 153: 297–310.
- [23] PALACIOS L, CERIOTTI M, RADICE G. Close proximity formation flying via linear quadratic tracking controller and artificial potential function [J]. *Advances in Space Research*, 2015, 56(10): 2167–2176.
- [24] BOYARKO G, YAKIMENKO O, ROMANO M. Optimal rendezvous trajectories of a controlled spacecraft and a tumbling object [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2011, 34(4): 1239–1252.
- [25] FOUST R C, LUPU E S, NAKKA Y K, et al. Autonomous in-orbit satellite assembly from a modular heterogeneous swarm [J]. *Acta Astronautica*, 2020, 169: 191–205.
- [26] VAN DEN BERGEN G. A fast and robust GJK implementation for collision detection of convex objects [J]. *Journal of Graphics Tools*, 1999, 4(2): 7–25.
- [27] BADAWY A. On-orbit manoeuvring using superquadric potential fields [D]. Glasgow, Scotland: University of Strathclyde, 2007.
- [28] WEN H, CHEN T, JIN D P, et al. Passivity-based control with collision avoidance for a hub-beam spacecraft [J]. *Advances in Space Research*, 2017, 59(1): 425–433.
- [29] CHEN T, WEN H, HU H Y, et al. On-orbit assembly of a team of flexible spacecraft using potential field based method [J]. *Acta Astronautica*, 2017, 133: 221–232.
- [30] GILBERT E G, JOHNSON D W, KEERTHI S S. A fast procedure for computing the distance between complex objects in three-dimensional space [J]. *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 1988, 4(2): 193–203.
- [31] SOBIESZCZANSKI-SOBIESKI J, BARTHELEMY J F, RILEY K M. Sensitivity of optimum solutions of problem parameters [J]. *AIAA Journal*, 1982, 20(9): 1291–1299.
- [32] RIMON E, KODITSCHKEK D E. Exact robot navigation using artificial potential functions [J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1992, 8(5): 501–518.
- [33] MCQUADE F. Autonomous control for on-orbit assembly using artificial potential functions [D]. Glasgow, Scotland: University of Glasgow, 1997.