

双调谐质量惯容非线性能量阱的 地震响应控制性能研究*

吴昊[†] 马煜东 王砚

(西安理工大学 土木建筑工程学院, 西安 710048)

摘要 为了提高动力吸振器的有效工作频带,并且改善其所需调谐质量过大造成的工程实际使用方面的限制,本文将惯容器与非线性能量阱相结合,构建了一种新的动力吸振器——双调谐质量惯容非线性能量阱(inertial double tuned mass nonlinear energy sink, IDTM-NES),并对其减震性能进行了研究.以单自由度被控结构为例,利用 Runge-Kutta 算法对 IDTM-NES 的构造参数进行数值优化,并与经典的调谐质量阻尼器(tuned mass damper, TMD)和非线性能量阱(nonlinear energy sink, NES)相对比分析了结构的地震激励响应,研究了阻尼耗能曲线随时间变化规律.此外,以小波变换为手段,研究了振动响应能量的时频分布规律.研究结果表明:相比于 TMD 和 NES, IDTM-NES 能够更为有效地减小被控主结构和调谐子结构的地震响应,更好地提高控制系统的阻尼耗能表现,并且在考虑主结构刚度变化的情况下,也具有更为优异的鲁棒性; IDTM-NES 能够在更宽阔的频域内产生丰富的瞬态共振俘获行为,这也揭示了 IDTM-NES 能够高效减震的工作机理.

关键词 惯容器, 非线性能量阱, 双调谐质量, 地震响应控制, 共振俘获

中图分类号: TU352.1

文献标志码: A

Research on the Seismic Response Control Performance of Inertial Double Tuned Mass Nonlinear Energy Sink*

Wu Hao[†] Ma Yudong Wang Yan

(Faculty of Civil Engineering and Architecture, Xi'an university of technology, Xi'an 710048, China)

Abstract In order to improve the effective working frequency band and overcome the practical limitations caused by the large tuning mass required, the inertial double tuned mass nonlinear energy sink (IDTM-NES) is proposed by combining an inerter with a nonlinear energy sink, and its seismic reduction performance is studied. A single-degree-of-freedom system with IDTM-NES is established, and its construction parameters are numerically optimized using the Runge-Kutta algorithm. The different seismic excitation responses and the damping energy dissipation curve over time are compared with TMD and NES. In addition, the time-frequency distribution of vibration response energy is studied through wavelet transform. The research results indicate that the IDTM-NES can better improve the damping energy dissipation performance and effectively reduce the seismic response of the controlled main structure and tuned substructure, and also has better robustness considering the stiffness changes of the main structure. Furthermore, the results demonstrate the rich instantaneous resonance capture behavior is generated by the IDTM-NES in a wider frequency domain, which reveals the damping mechanism of IDTM-NES.

Key words inerter, nonlinear energy sink, double tuned mass, seismic response control, resonance capture

引言

为了改善经典动力吸振器的减震效果,研究者们引入非线性刚度,构造出了非线性能量阱(nonlinear energy link, NES),它可以实现振动能量从主结构向非线性振子的靶向传递,具有更宽的吸振频带和更高的吸振效率^[1]. Gendelman 等^[2-4]研究了 NES 参数对靶向传递实现条件和吸振效率的影响,指出了强非线性 NES 系统的靶向传递是由瞬时共振俘获引起的. Starosvetsky 等^[5]对系统的分岔特性进行了分析,表明合适的 NES 参数可以有效地吸收系统所激起的模态能量. 陈立群等^[6]采用差分进化算法和参数分析方法,对双弹簧 NES 的参数进行了优化. 刘中坡等^[7]在模态空间中建立起了 NES 刚度与线性振子能量、频率和振型之间关系表达式,并由此对最优刚度进行了计算. 谭平等^[8]推导了基底简谐激励下 NES 减震系统的慢变微分方程,得到了系统的鞍结分岔边界条件及 Hopf 分岔边界条件. 陈洋洋等^[9]对负刚度 NES 在地震激励下的减震性能进行了优化分析,研究了瞬时内共振俘获行为. 童俊辉等^[10]将 NES 应用于深海柔性张力腿的振动抑制中,研究了系统的动力学建模及参数优化问题. 陆泽琦等^[11]提出将线性吸振器与 NES 相结合组成混合吸振系统,研究了参数设置对吸振性能的影响规律,并通过实验验证了其减震效果.

Kerschen 和张也弛等^[12,13]指出 NES 相对被控结构质量比需要足够大才能触发最优靶向能量传递,这意味着 NES 的高效吸振性能也是需要较大的调谐质量来保证的,这就给工程实际应用带来限制. 为了克服这一困难,研究者们将惯容器引入到动力吸振器中. Saito 等^[14]开发了一种由惯容器、黏滞流体阻尼器和弹簧单元串联而成的复合减震单元,称为调谐质量黏滞阻尼器(tuned viscous mass damper, TVMD). Ikago 等^[15]对 TVMD 进行了参数优化设计,证明了 TVMD 比线性黏滞阻尼器具有更好的振动控制效果. Larzar 等^[16]提出了一种与 TVMD 类似的复合减震体系——调谐惯容阻尼器(tuned inerter damper, TID),用于控制

建筑结构在基础激励下的响应. 文永奎等^[17,18]探讨了 TVMD 和 TID 在调谐频率处的高阻尼效应以及附加刚度对结构动力特征的影响机制,验证了不同频谱特征地震下的有效性. 张瑞甫等^[19,20]对惯容减震系统进行分类,研究了地震动参数和惯容减震系统关键参数对单自由度体系响应变化规律的影响. 近年来,已有研究者开展了惯容器在 NES 中的应用研究. 高原等^[21]构造了负刚度惯容型 NES,分析了非线性刚度元件对减震性能的影响. 刘志彬等^[22]设计了一种附加惯容器的非对称 NES,分析了脉冲型荷载作用下的关键参数优化问题,研究了地震激励下的响应规律和减震机理.

目前关于惯容器在 NES 中的抗震应用研究刚刚展开,而且已有的研究将惯容器的一端与地面相连接,这种连接方式导致惯容器退化为只与绝对加速度相关的普通质量元件,而丢掉了惯容器特有的两端惯性特性. 因此本文参考文献[23,24]的构造方法,在负刚度 NES 内部设置惯容器,使惯容器两端分别与被控结构和 NES 的调谐质量相连接,从而构造出新的双调谐质量惯容非线性能量阱(inertial double tuned mass nonlinear energy sink, IDTM-NES). 利用数值算法对 IDTM-NES 构造参数进行优化,研究了其减震性能,并对其减震机理进行了探讨.

1 动力学模型建立

本文在负刚度 NES 的基础上,将惯容器与 NES 的阻尼器并联设置,构造出 IDTM-NES 的单自由度结构模型,如图 1 所示. m_s 、 k_s 、 c_s 为单自由度被控结构的质量、刚度和阻尼系数. m_1 、 c_1 为调谐子结构的质量和阻尼系数, m_m 为惯容器的表观

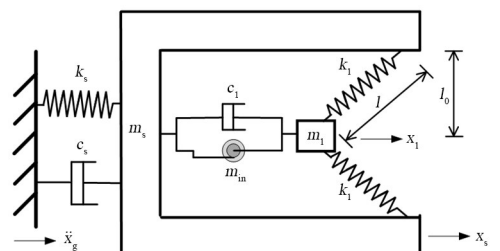


图 1 IDTM-NES 的力学模型
Fig. 1 Mechanical model of IDTM-NES

质量. k_1 为连接被控结构和调谐子结构的弹簧刚度系数, l 为弹簧的自由松弛长度. x_s 和 x_1 分别表示被控主结构以及调谐子结构相对地面的位移, \ddot{x}_g 表示地震加速度输入.

当斜弹簧的松弛长度 $l > l_0$ 时, 调谐质量块在水平方向上存在两个稳定静力平衡位置, 分别如图 2 中实线和虚线所示, 以及在它们对称处的一个不稳定静力平衡位置, 弹簧的恢复力 F_N 可表达为:

$$F_N = 2k_1(x_1 - x_s - \sqrt{l^2 - l_0^2}) \times \left\{ 1 - l[l_0^2 + (x_1 - x_s - \sqrt{l^2 - l_0^2})^2]^{-\frac{1}{2}} \right\} \quad (1)$$

此恢复力具有强非线性性质, 并且表现出负刚度特性, 刚度的时变使得调谐子结构能够宽频吸振. 非线性吸振器的力-位移和刚度-位移关系如图 2 所示.

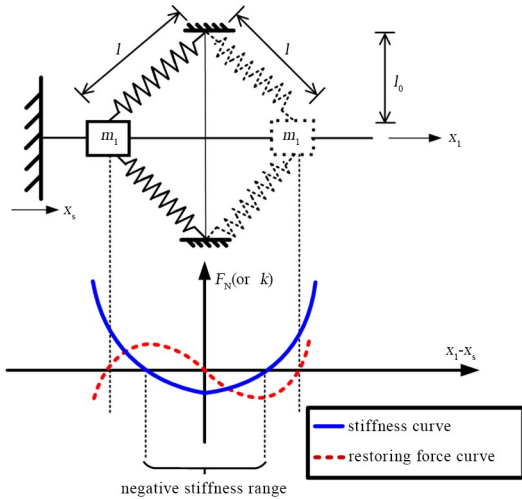


图 2 非线性刚度力学模型

Fig. 2 Mechanical model of nonlinear stiffness

惯容器力学模型如图 3 所示. 根据定义, 节点力与节点加速度之间有如下关系:

$$F_{in} = m_{in}(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_s) \quad (2)$$

式中 F_{in} 表示惯容器产生的惯性力, \ddot{x}_1 和 \ddot{x}_s 分别表示调谐子结构以及被控主结构相对地面的加速度. 由于产生的惯性力与相对加速度成正比, 所以表观质量 m_{in} 可以达到自身质量的数千倍, 具有显著的质量增效特性.

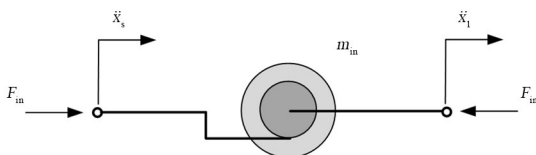


图 3 惯容器力学模型

Fig. 3 Mechanical model of inerter

由达朗贝尔原理可得结构的动力学方程表达如式(3)所示:

$$\begin{cases} (m_s + m_{in})\ddot{x}_s + (c_s + c_1)\dot{x}_s + k_s x_s - \\ m_{in}\ddot{x}_1 - c_1\dot{x}_1 - F_N = -m_s\ddot{x}_g \\ (m_1 + m_{in})\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 - m_{in}\ddot{x}_s - \\ c_1\dot{x}_s + F_N = -m_1\ddot{x}_g \end{cases} \quad (3)$$

由于负刚度弹簧提供的恢复力具有强非线性性质, 在地震作用下的响应难以用传统的半解析方法准确预测, 因此本文采用 Runge-Kutta 数值算法对动力学方程进行计算.

2 IDTM-NES 的参数分析

为了研究问题方便, 定义 IDTM-NES 的无量纲参数如下:

弹簧长度比 $L = l_0/l$; 刚度比 $\beta = k_1/k_s$; 主结构阻尼比 $\xi_s = c_s/2\sqrt{k_s m_s}$; 子结构相对主结构阻尼比 $\xi_1 = c_1/2\sqrt{k_s m_s}$; 调谐子结构质量比 $\mu_1 = m_1/m_s$; 惯容器质量比 $\mu_2 = m_{in}/m_s$.

系统定常参数取值如表 1 所示. 以此为基础, 利用 Runge-Kutta 数值算法进行地震作用下结构时程响应计算, 对减震系统的设计参数 L, β, ξ_1 进行遍历寻优. 设计参数的取值空间设置为: $0.01 \leq L \leq 0.9, 0.01 \leq \beta \leq 0.5, 0.01 \leq \xi_1 \leq 0.1$.

表 1 系统定常参数

Table 1 Fixed parameters of IDTM-NES system

Name	Notation	Value
Mass of the tuned substructure	m_1	20 kg
Stiffness of vibration absorber	k_1	2000 N/m
Damping ratio of main structure	ξ_s	0.02
Mass ratio of tuned substructure	μ_1	2%
Mass ratio of inerter	μ_2	4%

设定的参数优化目标函数为:

$$J = \min(\Delta_{\max}/\Delta_{0,\max}) \quad (4)$$

其中 Δ_{\max} 和 $\Delta_{0,\max}$ 分别为有控和无控状态下, 被控主结构的最大位移响应.

寻优过程中, 针对设计参数空间内的每一种可能的参数取值, 计算结构在所有地震波样本激励下 $\Delta_{\max}/\Delta_{0,\max}$ 的平均值, 然后通过对比, 确定 J 的取值以及对应的参数, 即为最优参数. 为了进行比较, 对 NES 采用相同的方法进行参数寻优.

寻优过程所用地震波采用文献[25]的地震功

率谱进行生成,能够很好地反映实际地震动时频非平稳特性.本文所用地震震级设定为 8 级,震源距 20 km,一共生成 30 条人工地震波供参数优化使用,地震加速度峰值统一调整为 0.4g,如图 4 所示.

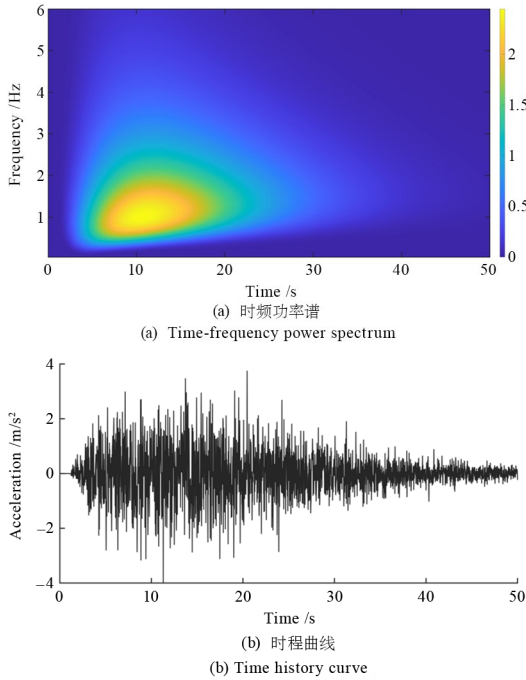


图 4 人工地震波

Fig. 4 Artificial seismic wave

图 5 展示了阻尼比 ξ_1 不同取值时,结构的参数优化目标函数 J 随弹簧长度比 L 和刚度比 β 的变化情况.对比可以发现,随着 ξ_1 的取值变大,结构的减震性能也随之提高,因此我们在参数优化范围内可以尽量选择大的阻尼比.此外,随着刚度比 β 的变大,结构减震性能会先提高再降低,出现一个最优区间,并且该最优区间会随着长度比 L 的变大而右移.最终,我们通过计算给出了最优的参数取值如表 2 所示.在阻尼比 ξ_1 取最优值时,长度比 L 和刚度比 β 优化过程如图 6 所示.

同时选取具有相同调谐质量比的 TMD 作为减震性能的对比分析对象.根据文献[26]建议的最优数值解计算公式(5),确定 TMD 最优参数取值如表 2 所示.

表 2 不同控制方式的最优参数值

Table 2 Optimized parameters of different control schemes

Type	$\xi_{1\text{opt}}$	β_{opt}	L_{opt}
IDTM-NES	0.09	0.16	0.15
NES	0.07	0.08	0.35
TMD	0.09	0.20	/

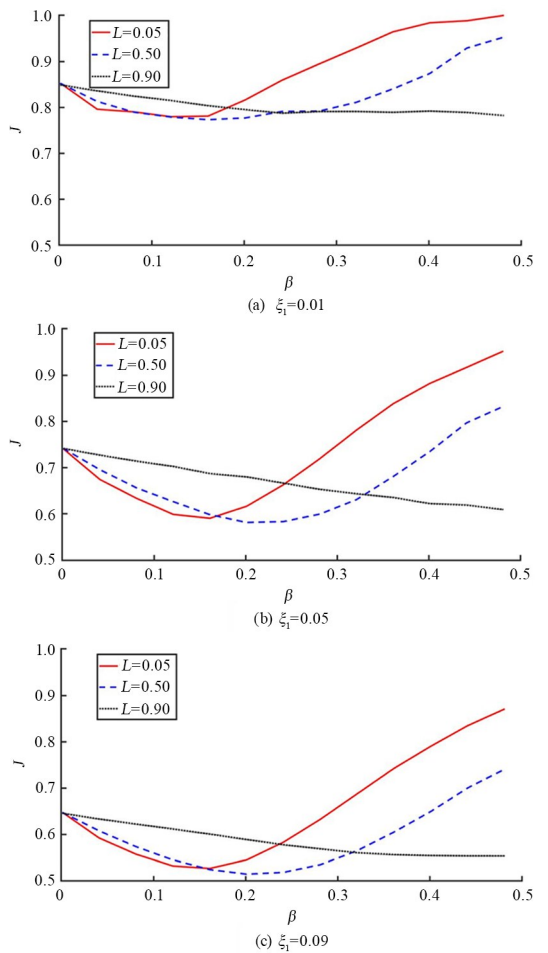


图 5 振动控制性能随控制系统参数 ξ_1, β, L 的变化规律
Fig. 5 The variation law of vibration control performance with control system parameters ξ_1, β, L

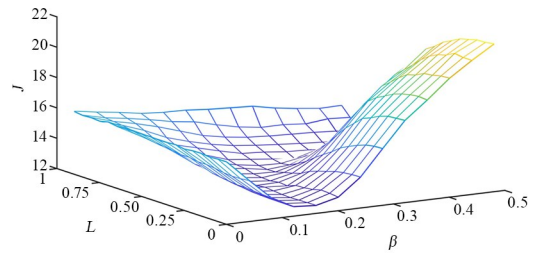


图 6 β, L 与振动控制性能关系 ($\xi_1 = \xi_{1,\text{opt}}$)
Fig. 6 Relationship between β, L and vibration control performance ($\xi_1 = \xi_{1,\text{opt}}$)

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha_{\text{opt}} &= \frac{1}{1 + \mu_1} - (0.241 + 1.7\mu_1 - 2.6\mu_1^2)\xi_s - \\ &\quad (1 - 1.9\mu_1 + \mu_1^2)\xi_s^2 \\ \xi_{\text{opt}} &= \sqrt{\frac{3\mu_1}{8(1 + \mu_1)}} + (0.13 + 0.12\mu_1 + \\ &\quad 0.4\mu_1^2)\xi_s - (0.01 + 0.9\mu_1 + 3\mu_1^2)\xi_s^2 \end{aligned} \right. \quad (5)$$

其中, α_{opt} 是 TMD 的最优频率比,可由其计算最优刚度比 β_{opt} ; ξ_{opt} 是 TMD 的最优阻尼比.

3 IDTM-NES 的控制效果研究

3.1 幅频响应分析

图 7 以归一化的形式对比分析了无控结构以及三种减震系统的幅频响应. 图 7(a)可以看出, 三种减震装置均能有效降低被控结构的共振响应, 共振响应的峰值较为平缓. 其中 IDTM-NES 的减震效果最好, 在共振处及更低频范围都有最小的响应幅值. NES 的控制效果与 TMD 相近, 共振处略大, 这可能是因为参数设定时的调谐质量取值较小, 不能完全发挥振动能量的靶向传递特性.

图 7(b)展现了三种减震系统的调谐子结构振动情况. 可以看出, IDTM-NES 的子结构振幅最小, 这是因为惯容器起到了耗能增效的作用. 此外, 在共振频率处和低频区, IDTM-NES 的子结构均出现了相对较大幅度的振动, 这说明了减震系统具有较宽阔的吸振频带. 由于在工程实际中, 动力吸振器的调谐质量有时可以直接用结构自身的构件去替代, 比如用墙体或者巨子型结构中的子结构作为调谐质量, 因此我们希望子结构在起到吸能减震作用的同时, 振动响应也能尽可能小, 这也表明 IDTM-NES 具有很好的工程应用前景.

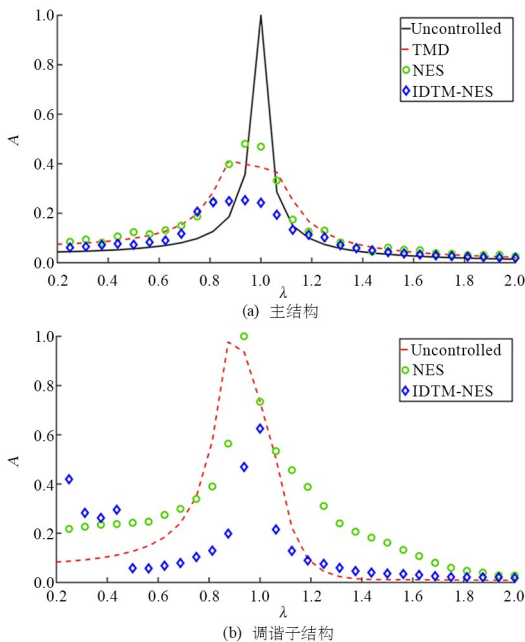


图 7 幅频响应
Fig. 7 Frequency response of substructure

3.2 非线性时程响应分析

利用人工地震波和经典的实际地震波对结构

进行激励, 分析非线性时程响应情况, 部分结果展现在图 8 中. 其中人工波作用时, IDTM-NES 的主结构位移响应峰值为 0.024 m, 比无控结构位移响应峰值 0.049 m 低 51.0%, 比 TMD 主结构位移响应峰值 0.039 m 低 38.5%, 比 NES 主结构位移响应峰值 0.029 m 低 17.2%. El-centro 地震波作用时, IDTM-NES 的主结构位移响应峰值 0.053 m 也要比无控结构位移响应峰值 0.099 m 低 46.5%, 比 TMD 的主结构位移响应峰值 0.061 m 低 13.1%, 比 NES 的主结构位移响应峰值 0.065 m 低 18.5%. 可以看出 IDTM-NES 的控制效果非常明显, 被控主结构的位移时程响应峰值及振动衰减速度都要优于 TMD 和 NES.

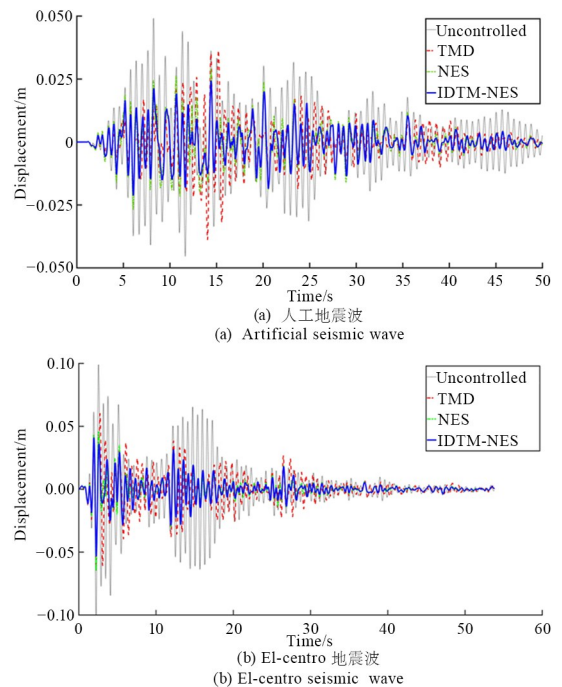


图 8 主结构地震位移响应时程
Fig. 8 Displacement seismic response histories of primary structure

图 9 为人工波和 El-centro 波作用下子结构的时程响应对比图. 其中人工波作用时, IDTM-NES 的子结构位移响应峰值为 0.055 m, 比 TMD 的子结构位移响应峰值 0.126 m 低 56.3%, 比 NES 的子结构位移响应峰值 0.069 m 低了 20.3%. El-centro 波作用时, IDTM-NES 的子结构位移响应峰值 0.083 m 也要比 TMD 的子结构位移响应峰值 0.163 m 低 49.1%, 比 NES 子结构位移响应峰值 0.214 m 低 61.2%. 可以看出 IDTM-NES 对调谐子结构的振动响应控制是明显优于其他两种控制系统的.

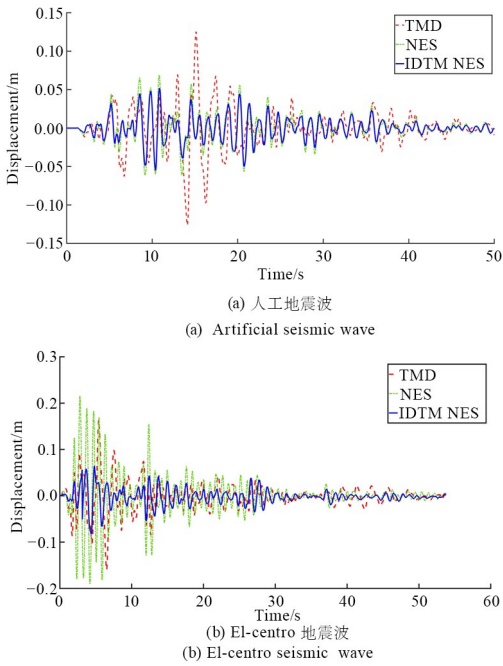
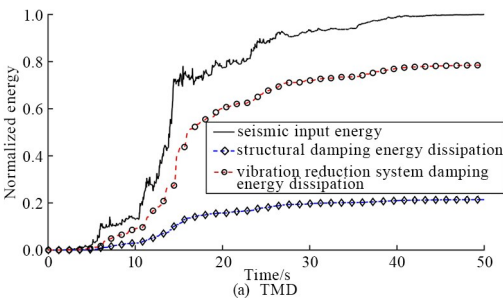


图 9 子结构地震位移响应历程

Fig. 9 Displacement seismic response histories of substructure

3.3 阻尼器耗能分析

地震输入能量由主结构的阻尼以及调谐减震系统的阻尼进行耗散,图 10 展示了对应三种减震系统在人工地震波激励下的阻尼耗能情况,图中能量进行了归一化处理.图 10(a)中 TMD 的地震输入能量归一化后为 1,其中 22%由主结构自身的阻尼进行耗散,剩下 78%由调谐减震系统阻尼耗散.图 10(b)中 NES 的地震输入能量归一化后为 0.95,其中 20%由主结构自身的阻尼进行耗散,剩下 80%由调谐减震系统阻尼耗散.图 10(c)中 IDTM-NES 的地震输入能量归一化后为 0.92,其中只有 12%的能量是由主结构自身阻尼进行耗散,剩下 88%全部由调谐减震系统的阻尼耗散,在阻尼比相同的情况下,IDTM-NES 减震系统的能量耗散比例比 TMD 和 NES 高了 10%和 8%.这个结果说明了 IDTM-NES 能够有效改变振动能量在主结构和减震系统之间的分布比例,具有更好的耗能增效特性.



(a) TMD

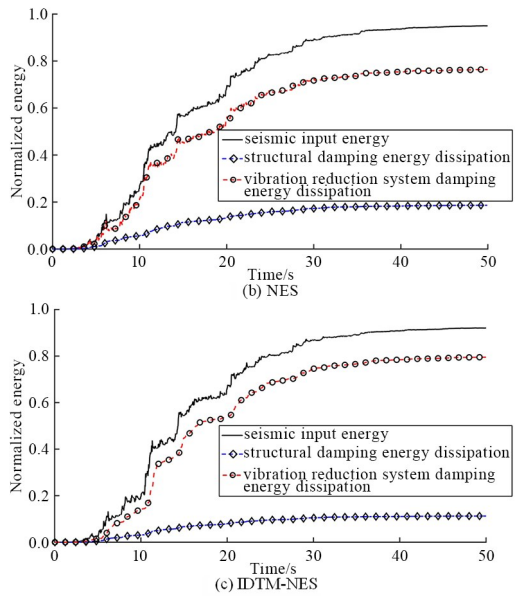


图 10 阻尼耗能曲线

Fig. 10 Damping energy dissipation curve

3.4 刚度退化对减震效果影响分析

考虑到大震作用后结构自振频率的改变,将被控主结构的刚度折减率从 0% (无损)到 50% 进行改变,以此来考察控制系统的鲁棒性.此处用 $R = (\Delta_{0,max} - \Delta_{max}) / \Delta_{0,max}$ 来表示减震率,数值越大表示减震性能越好.为了使结果具有统计意义,选用前文生成的 30 条人工地震波进行激励,最后结果取统计平均值.

图 11 展示的是在不同刚度折减情况下,结构的减震率对比.可以看到 IDTM-NES 的减震率虽然随着刚度折减率的变化略有波动,但始终能够维持在 60% 附近,相较于其他两种减震系统来说具有更加优异的控制鲁棒性.

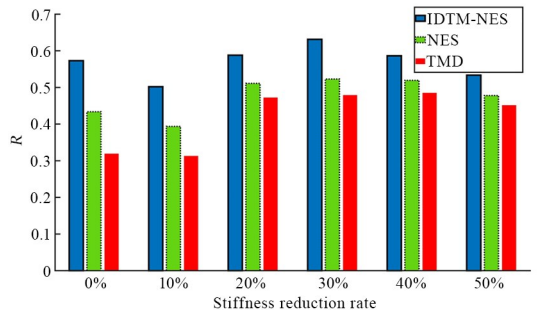


图 11 主结构刚度退化对减震性能的影响

Fig. 11 The influence of primary structure stiffness degradation on seismic reduction performance

4 IDTM-NES 的控制机理分析

地震激励和结构振动的能量都是非平稳分布

的,采用 morlet 小波作为基函数对减震结构体系的振动响应进行小波变换,研究振动能量随时间和频率的分布规律,可以帮助我们分析 IDTM-NES 的振动控制机理。

被控主结构的自振频率在 1.6 Hz,而人工地震波的主要频率成分也集中分布在 2 Hz 以内,所以从图 12(a)可以看到,无控结构的响应能量主要在低频范围内分布,其中在结构自振频率附近分布相对比较集中,振动能量随着时间而逐渐衰减,但是衰减速度较慢。图 12(b)、图 12(d)和图 12(f)展现的是 TMD、NES 和 IDTM-NES 的被控主结构振动能量分布情况,可以看到 IDTM-NES 控制下的被控主结构振动能量衰减最快,这也反映出新的动力吸振器对减震效果提升明显。

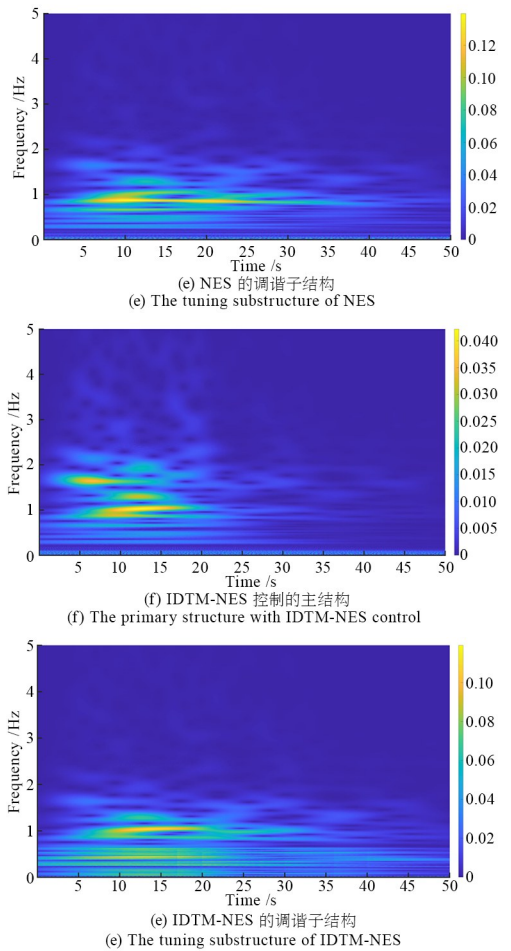
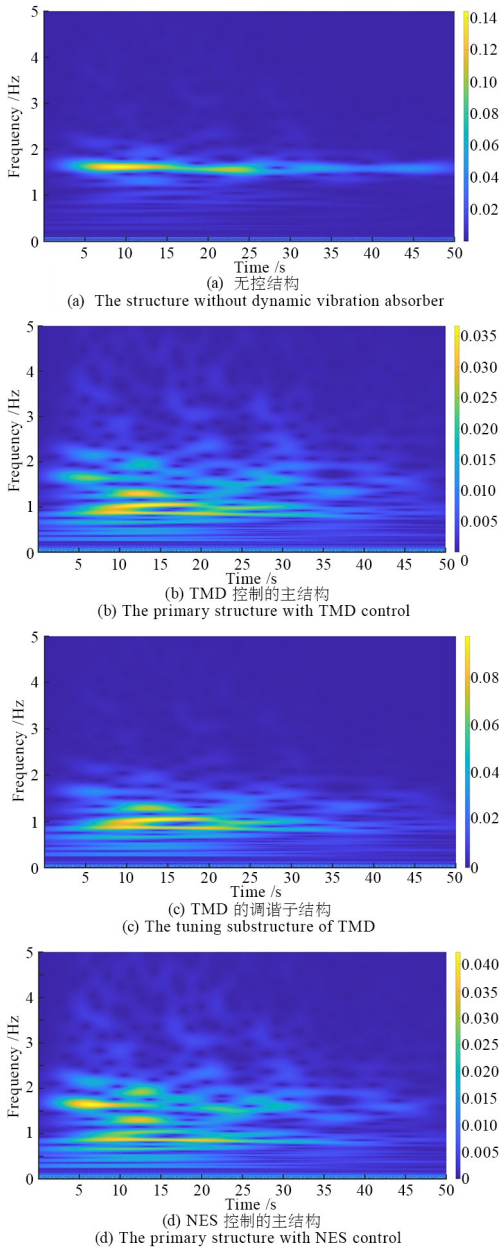


图 12 阻尼耗能曲线
Fig. 12 Damping energy dissipation curve

图 12(c)、图 12(e)和图 12(g)对比了 TMD、NES 和 IDTM-NES 的调谐质量振动能量分布情况。可以看出,相比其他两种减震系统, IDTM-NES 的子结构振动能量除了同样分布在主结构自振频率附近以外,还在更广阔的低频频域范围大量分布,这是由于 IDTM-NES 的子结构振动具有很强的非线性,激发了丰富的次谐波内共振行为,可以获得更为强大的能量俘获能力。TMD 由于是线性吸振器,减震频带只能集中于共振频率附近,而 NES 虽然是非线性吸振器,但是在本研究中调谐质量设定较小的情况下,对低频范围的振动能量吸收效果并不理想。因此 IDTM-NES 的减震效果要明显更优。

5 结论

本文将惯容器和 NES 相结合,研究了 IDTM-NES 的构造参数优化取值问题,对比分析了其减震性能,并且对 IDTM-NES 的减震机理进行了研究,得出以下结论:



(1)在给定质量比的情况下, IDTM-NES 的构造参数如刚度比、弹簧长度比、阻尼比存在最优值, 可以通过数值计算给出。

(2)在不同地震波作用下, IDTM-NES 能够更多地增加调谐子结构的能量耗散比例, 相较于 TMD 和 NES 能够更显著地减小被控主结构的振动响应, 而且在考虑被控主结构刚度折减的情况下, 也能够保持更为优异的减震效率。

(3)IDTM-NES 的调谐减震系统具有很强的刚度非线性和较大的惯容器表观质量, 能够激发丰富的次谐波内共振行为, 进而提高控制系统阻尼器的耗能效率, 因此 IDTM-NES 可以在更宽的频率范围进行更加高效的能量俘获和耗散。

参考文献

- [1] 陆泽琦, 陈立群. 非线性被动隔振的若干进展[J]. 力学学报, 2017, 49(3): 550-564.
LU Z Q, CHEN L Q. Some recent progresses in nonlinear passive isolations of vibrations [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2017, 49(3): 550-564. (in Chinese)
- [2] GENDELMAN O V. Bifurcations of nonlinear normal modes of linear oscillator with strongly nonlinear damped attachment [J]. Nonlinear Dynamics, 2004, 37(2): 115-128.
- [3] GENDELMAN O V, STAROSVETSKY Y, FELDMAN M. Attractors of harmonically forced linear oscillator with attached nonlinear energy sink I: Description of response regimes [J]. Nonlinear Dynamics, 2008, 51(1): 31-46.
- [4] GENDELMAN O V, ALLONI A. Dynamics of forced system with vibro-impact energy sink [J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 358: 301-314.
- [5] STAROSVETSKY Y, GENDELMAN O V. Interaction of nonlinear energy sink with a two degrees of freedom linear system: Internal resonance [J]. Journal of Sound and Vibration, 2010, 329(10): 1836-1852.
- [6] 王国旭, 丁虎, 陈立群. 简谐激励下双弹簧非线性能量阱的优化[J]. 动力学与控制学报, 2021, 19(6): 46-51.
WANG G X, DING H, CHEN L Q. Optimization of a nonlinear energy sink with double springs and harmonic excitation [J]. Journal of Dynamics and Control, 2021, 19(6): 46-51. (in Chinese)
- [7] 刘中坡, 吕西林, 王栋, 等. 非线性能量阱刚度优化计算与振动台试验[J]. 振动与冲击, 2016, 35(20): 77-84, 103.
LIU Z P, LV X L, WANG D, et al. Stiffness optimization of nonlinear energy sink and shaking table test [J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(20): 77-84, 103. (in Chinese)
- [8] 谭平, 刘良坤, 陈洋洋, 等. 非线性能量阱减振系统受基底简谐激励的分岔特性分析[J]. 工程力学, 2017, 34(12): 67-74.
TAN P, LIU L K, CHEN Y Y, et al. Bifurcation analysis of nonlinear energy sink absorption system under ground harmonic excitation [J]. Engineering Mechanics, 2017, 34(12): 67-74. (in Chinese)
- [9] 陈洋洋, 陈凯, 谭平, 等. 负刚度非线性能量阱减振控制性能研究[J]. 工程力学, 2019, 36(3): 149-158.
CHEN Y Y, CHEN K, TAN P, et al. A study on structural seismic control performance by nonlinear energy sinks with negative stiffness [J]. Engineering Mechanics, 2019, 36(3): 149-158. (in Chinese)
- [10] 童俊辉, 彭剑, 左云, 等. 基于非线性能量阱的深海柔性张力腿的振动抑制[J]. 动力学与控制学报, 2023, 21(1): 30-35.
TONG J H, PENG J, ZUO Y, et al. Vibration suppression of deep-sea flexible tension legs based on nonlinear energy sink [J]. Journal of Dynamics and Control, 2023, 21(1): 30-35. (in Chinese)
- [11] LU Z Q, CHEN X Y, TAN D D, et al. A hybrid linear dynamic absorber and nonlinear energy sink for broadband absorption of a circular ring [J]. Nonlinear Dynamics, 2024, 112(2): 903-923.
- [12] KERSCHEN G, LEE Y S, VAKAKIS A F, et al. Irreversible passive energy transfer in coupled oscillators with essential nonlinearity [J]. SIAM Journal on Applied Mathematics, 2005, 66(2): 648-679.
- [13] 张也弛, 孔宪仁, 张红亮. 非线性耦合振子间的靶能量传递研究: 保守系统中的完全能量传递[J]. 振动与冲击, 2012, 31(1): 150-155.
ZHANG Y C, KONG X R, ZHANG H L. Targeted energy transfer among coupled nonlinear oscillators: complete energy exchange in a conservative system [J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(1): 150-155. (in Chinese)
- [14] SAITO K, KURITA S, INOUE N. Optimum re-

- response control of 1-DOF system using linear viscous damper with inertial mass and its Kelvin-type modeling [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2007, 53: 53–66.
- [15] IKAGO K, SAITO K, INOUE N. Seismic control of single-degree-of-freedom structure using tuned viscous mass damper [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2012, 41(3): 453–474.
- [16] LAZAR I F, NEILD S A, WAGG D J. Using an inerter-based device for structural vibration suppression [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2014, 43(8): 1129–1147.
- [17] WEN Y K, CHEN Z Q, HUA X G. Design and evaluation of tuned inerter-based dampers for the seismic control of MDOF structures [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2017, 143(4): 04016207.
- [18] 文永奎, 陈政清, 韩冰, 等. TVMD的减振机理及其提升连续梁减震性能的研究[J]. *振动工程学报*, 2018, 31(4): 599–610.
WEN Y K, CHEN Z Q, HAN B, et al. Control mechanism of TVMD and its performance improvement for seismic mitigation of continuous bridge [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2018, 31(4): 599–610. (in Chinese)
- [19] 潘超, 张瑞甫, 王超, 等. 单自由度混联II型惯容减震体系的随机地震响应与参数设计[J]. *工程力学*, 2019, 36(1): 129–137, 145.
PAN C, ZHANG R F, WANG C, et al. Stochastic seismic response and design of structural system with series-parallel-II inerter system [J]. *Engineering Mechanics*, 2019, 36(1): 129–137, 145. (in Chinese)
- [20] ZHANG R F, ZHANG L Q, PAN C, et al. Targeted modal response control of structures using inerter systems based on master oscillator principle [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2021, 206: 106636.
- [21] 高原, 张振, 方勃. 基于负刚度惯容型非线性能量汇的整星振动抑制[J]. *动力学与控制学报*, 2024, 22(1): 87–96.
- GAO Y, ZHANG Z, FANG B. Whole-spacecraft vibration suppression based on negative stiffness inertial nonlinear energy sink [J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2024, 22(1): 87–96. (in Chinese)
- [22] 刘志彬, 谭平, 王菁菁, 等. 新型非对称惯容 NES 减震控制性能研究[J]. *振动与冲击*, 2023, 42(2): 116–125.
LIU Z B, TAN P, WANG J J, et al. Performance analysis of a novel asymmetric inerter NES for seismic response mitigation [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2023, 42(2): 116–125. (in Chinese)
- [23] JAVIDIALESAADI A, WIERSCHEM N E. Optimal design of rotational inertial double tuned mass dampers under random excitation [J]. *Engineering Structures*, 2018, 165: 412–421.
- [24] 张瑞甫, 曹嫣如, 潘超, 等. 典型激励下调谐质量惯容系统 TMIS 的轻量化结构控制[J]. *工程力学*, 2022, 39(9): 58–71.
ZHANG R F, CAO Y R, PAN C, et al. Lightweight structural control based on tuned mass inerter system(TMIS) under typical excitation [J]. *Engineering Mechanics*, 2022, 39(9): 58–71. (in Chinese)
- [25] 吴昊, 张洵安. 基于 HHT 方法的非平稳人工地震动模拟[J]. *地震工程与工程振动*, 2011, 31(6): 30–37.
WU H, ZHANG X A. Simulation of non-stationary artificial seismic ground motions based on HHT theory [J]. *Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2011, 31(6): 30–37. (in Chinese)
- [26] SOONG T T, DARGUSH G F. *Passive energy dissipation systems in structural engineering* [M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 1999.