

分析力学专刊序^{*}

张毅^{1†} 郭永新^{2,3}

(1. 苏州科技大学 土木工程学院, 苏州 215011)

(2. 辽宁大学 物理学院, 沈阳 110036)

(3. 辽宁大学 空间科学与技术研究院, 沈阳 110036)

摘要 围绕几何力学、变分积分分子与几何数值分析、变分原理、保结构计算与约化、超细长弹性杆分析力学、变换理论、Noether 对称性等研究主题, 本专刊介绍了分析力学领域的一些最新成果。

关键词 分析力学, 变分积分分子, 几何数值算法, 变分原理, Noether 对称性, 变换理论

中图分类号: O316

文献标志码: A

Preface to Special Issue on Analytical Mechanics^{*}

Zhang Yi^{1†} Guo Yongxin^{2,3}

(1. School of Civil Engineering, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou 215011, China)

(2. College of Physics, Liaoning University, Shenyang 110036, China)

(3. Institute of Space Science and Technology, Liaoning University, Shenyang 110036, China)

Abstract Focusing on the research topics of geometric mechanics, variational integrator and geometric numerical analysis, variational principle, structure-preserving calculation and reduction, analytical mechanics of super slender elastic rods, transformation theory, Noether symmetry, etc., this special issue introduces some of the latest achievements in the field of analytical mechanics.

Key words analytical mechanics, variational integrator, geometric numerical algorithm, variational principle, Noether symmetry, transformation theory

序言

分析力学作为动力学与控制学科的重要分支, 主要聚焦于受约束的质点系, 通过引入广义坐标来描述质点系的位形。它以变分原理为基础, 推导出运动微分方程, 并深入探究方程的性质以及积分方法。历经长期发展, 分析力学已然成为解决诸多复杂问题的强大理论工具, 广泛应用于结构分析、机器人动力学与振动、航天力学、天体力学、多体系

统动力学、连续介质力学等众多领域, 在各种工程实际问题中, 甚至在量子力学、经典与量子场论以及相对论等理论物理学领域, 都发挥着不可或缺的作用^[1]。我国分析力学的发展, 以 1958 年汪家诤先生出版《分析动力学》^[2] 为开端。然而, 分析力学研究的全面系统开展以及研究队伍的逐步形成, 主要始于 1984 年。当年, 梅凤翔先生在中国兵工学会主办的蓬莱暑假讲习班上, 带来了“非完整系统力学基础”的精彩宣讲, 其内容深入浅出, 引发学界的广

2025-01-29 收到第 1 稿, 2025-02-24 收到修改稿。

^{*} 国家自然科学基金资助项目(12272248, 12232009), National Natural Science Foundation of China (12272248, 12232009)。

[†] 通信作者 E-mail: zhy@mail. usts. edu. cn

泛关注. 次年, 其讲义正式出版^[3]. 作为国内第一部非完整力学专著, 它深刻影响了我国一代又一代的分析力学研究者, 这种影响力一直延续至今. 1992年春季, 梅凤翔先生在北京理工大学主持分析力学讨论班, 以“Birkhoff 系统动力学”为主题, 积极倡导并深入开展 Birkhoff 系统动力学的研究, 并于1996年出版专著《Birkhoff 系统动力学》^[4]. 四十余载, 在以梅凤翔先生为代表的老一辈力学家的倡导和引领下, 我国分析力学领域成绩斐然. 在非完整力学、Birkhoff 系统动力学、对称性与守恒量等研究方向上, 不仅取得了一系列具有国际先进水平的成果, 在某些方面更是居于国际领先地位, 彰显了我国在分析力学领域深厚的学术底蕴与强劲的研究实力.

今年, 距离梅凤翔先生离开我们已经五周年. 为了深切缅怀梅凤翔先生对我国分析力学领域做出的卓越贡献, 传承梅先生的学术精神, 激励更多的青年学子投身于分析力学领域的研究, 推动分析力学学科高质量发展, 特精心组织“分析力学专刊”. 该专刊内容丰富, 共收录了12篇论文, 其中包含2篇综述文章. 这些论文涉及几何力学、变分积分分子与几何数值分析、高斯原理、保结构计算与约化、超细长弹性杆分析力学、变换理论、Noether 对称性、结构动力分析、时间尺度分数阶力学等多个研究方向, 旨在展示近期分析力学研究中的创新性成果及其在工程实际中的应用.

辽宁大学刘世兴和郭永新等^[5]的《变分积分分子在刚体动力学仿真中的应用》针对传统数值方法难以完全真实地长时间描述系统的动力学特性问题, 采用李群描述刚体运动的位形, 根据离散 Hamilton 变分原理与离散 Legendre 变换导出刚体系统在 Hamilton 体系下一般格式的李群变分积分分子和 Hamel 变分积分分子, 对三维车摆模型进行仿真计算. 研究表明, Hamel 变分积分分子较一般格式的李群变分积分分子精度更高, 且在长时间保持系统结构、能量等方面存在显著优势, 具有潜在工程应用前景, 如研究小天体长时间演化问题等.

北京理工大学史东华等^[6]的《一种几何精确梁的 Poisson 积分分子》针对无限维 Hamilton 系统, 提出了一种快速的离散几何数值积分算法. 首先, 通过引入对偶标架算子导出约化 Poisson 括号, 由此得到的 Hamilton 方程组恰好对应 Hamel 场方程

及其相容性条件, 进而离散 Poisson 括号并结合辛 Euler 格式和隐式中点格式得到 Poisson 积分分子. 其次, 通过对几何精确梁的数值仿真, 表明所得 Poisson 积分分子与 Hamel 场积分分子相比在保持能量和动量的同时提高了计算效率. 此算法可望推广到空间高维场论以及多物理场的情形.

苏州科技大学张毅等^[7]的《变加速相对运动的广义高斯原理与动力学方程》针对变加速动力学, 提出并建立了变加速相对运动的广义高斯最小约束原理. 变加速动力学不仅与非线性动力学以及混沌现象密切相关, 而且在工程技术和日常生活中都有实际应用, 如结构物抗风抗震、车辆乘坐的舒适度等. 文章建立了变加速相对运动的广义高斯原理, 通过定义广义约束函数, 证明真实运动使约束函数取得极小. 引入相对运动的加速度能和急动度能, 导出了广义坐标下变加速相对运动的高斯原理和动力学方程.

北京信息科技大学夏丽莉等^[8]的《含多余坐标的完整系统的保结构约化》针对含多余坐标的完整力学系统, 采用对称性分析理论, 研究 Lie 对称性与约化. 利用 Maple 程序包解析求解 Lie 对称性确定方程, 得到线性无关的最大解集. 将约束表示为可积速度约束, 实现活动标架建模. 在满足约束分布和对称性向量场(Lie 对称群轨道切向量场)的空间上, 实现有多余坐标的完整系统的保结构约化, 并给出相应的数值算法, 为完整系统的保结构约化提供一个简单可行的方法.

北方工业大学孔新雷等^[9]的《离散 Birkhoff 系统的 Noether 定理》采用几何力学方法研究离散 Birkhoff 系统的 Noether 定理. 首先, 通过研究 Pfaff1-形式在李群作用下的不变性给出了经典 Noether 定理的几何描述. 其次, 通过直接离散变分原理构建离散 Birkhoff 系统的差分方程和离散 Noether 定理. 研究表明, 离散 Birkhoff 系统的 Noether 定理不仅为设计高效精确的数值差分格式提供了有益指导, 而且为离散动力系统的对称性约化奠定了理论基础.

济南大学王鹏和上海应用技术大学薛纭^[10]的《超细长弹性杆分析力学及应用》综述了超细长弹性杆分析力学、对称性与守恒量、生长弹性细杆分析力学及稳定性研究的若干进展并提出了未来研究的若干方向. 超细长弹性杆是描述 DNA 分子超

螺旋构型、生物系统的生长位形等的重要模型. 由于 DNA 分子的超大变形、复杂接触及生长等因素的存在为其建模和计算带来困难. 基于 Kirchhoff 动力学比拟建立的超细长弹性杆分析力学方法为其建模和分析开辟了新途径.

江苏大学姜文安等^[11]的《变换理论求解非线性常微分方程的若干进展》综述利用变换理论求解非线性常微分方程精确解的研究进展. 介绍了两类非线性方程的变换方法及其解析解: 一类方程是含任意参数的, 如 Bernoulli 方程、欧拉方程等; 另一类方程其参数满足可积条件, 包括杜芬振子、Liénard 型非线性方程、Riccati 方程、广义亥姆霍兹振子、杜芬-范德波尔方程等. 给出开展非线性系统解析解研究的若干建议.

辽宁大学刘畅等^[12]的《一类时变非线性系统的精确解》针对非线性系统的解通常不明显, 传统的线性变换不能满足解的要求问题, 提出了一种时空非线性变换来约化一类时变非线性系统. 通过坐标变换导出系统的可积条件, 得到了约化的常系数线性微分方程. 利用逆变换和常系数线性微分方程的精确解, 导出原系统的精确解, 并给出了一个推论, 即贝塞尔半阶方程的精确解. 通过数值仿真, 验证了该方法所得精确解的有效性.

北京理工大学王本亮等^[13]的《摆动 Atwood 机混沌行为的几何分析》利用 Riemann 几何方法来研究非线性动力系统混沌, 并将该方法应用于一种具有附加库仑相互作用的三维摆动 Atwood 机. 文章计算了 Atwood 机系统在给定的 Jacobi 度量下的标量曲率, 同时比较了描述测地线分布的 JLC 方程与 Poincaré 截面, 二者展示了相同的定性信息. 结果表明在具有附加库仑相互作用的 SAM 系统中, 沿其构形空间流形测地线的曲率为正值波动. 该研究展示了基于 Riemann 几何的动力学混沌现象的几何描述是有效的.

商丘师范学院谢煜等^[14]的《基于 Noether 对称性方法的 Buck-Boost 变换器时间响应分析》将 Noether 对称性方法应用于 Buck-Boost 变换器的分析中, 通过研究 Buck-Boost 变换器的对称性和守恒量, 给出 Buck-Boost 变换器的精确解, 并应用于变换器时间响应分析中, 得到变换器瞬态和稳态响应. 通过实验对比了分别由 Noether 对称性方法与 Runge-Kutta 四五阶方法计算的时间响应, 结果

表明 Noether 对称性方法在保持高精度的同时可大幅提高系统时间响应的计算速度.

西北工业大学王博等^[15]的《黏弹性封装层合异质结构动力学行为分析》旨在研究黏弹性材料封装的薄膜/基底结构在外加载荷下的非线性动态力学响应. 首先, 建立黏弹性材料封装的三层薄膜基底结构的动力学模型; 其次, 根据扩展的拉格朗日方程建立三层结构的控制方程; 最后, 通过对比辛 Runge-Kutta 法和经典 Runge-Kutta 法, 验证了前者在保能量方面的优势, 讨论了黏弹性材料参数对薄膜/基底结构动力学响应的影响规律. 该研究为基于黏弹性封装的柔性电子设计提供了理论参考.

苏州科技大学宋传静等^[16]的《时间尺度联合分数阶约束力学系统 Noether 定理》将时间尺度微积分与分数阶微积分相结合, 研究时间尺度上分数阶力学系统的 Noether 对称性与守恒量. 首先, 给出时间尺度联合 Caputo 导数的定义和分部积分公式. 其次, 建立时间尺度联合 Caputo 分数阶变分原理并导出运动微分方程. 最后, 证明时间尺度联合 Caputo 分数阶 Noether 定理并得到守恒量. 由于时间尺度联合 Caputo 导数的广泛性, 已有的相关结果可作为该文之特例.

本专刊精心汇聚分析力学研究的最新成果, 为分析力学研究者提供了重要的参考和借鉴. 但是分析力学研究方向众多, 应用领域广泛, 专刊所收录的只是部分方向成果, 难以涵盖全貌. 在紧扣国家重大需求开展理论研究、高效简化复杂理论, 以及促进分析力学与多学科交叉融合方面, 还有很大探索空间. 例如在几何力学、非完整系统稳定性、分叉混沌, 以及如何与人工智能、大数据结合等领域, 都有待于深入探索. 后续, 我们将不懈努力, 推动分析力学在理论创新与实际应用两个层面上协同共进, 实现其高质量发展.

参考文献

- [1] 梅凤翔, 吴惠彬, 李彦敏. 分析力学史略[M]. 北京: 科学出版社, 2019.
MEI F X, WU H B, LI Y M. A brief history of analytical mechanics [M]. Beijing: Science Press, 2019. (in Chinese)
- [2] 汪家詠. 分析动力学[M]. 北京: 高等教育出版社,

- 1958.
- WANG J H. Analytical dynamics [M]. Beijing: Higher Education Press, 1958. (in Chinese)
- [3] 梅凤翔. 非完整系统力学基础[M]. 北京: 北京工业学院出版社, 1985.
- MEI F X. Foundations of mechanics of nonholonomic systems [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1985. (in Chinese)
- [4] 梅凤翔, 史荣昌, 张永发, 等. BIRKHOFF 系统动力学[M]. 北京: 理工大学出版社, 1996.
- MEI F X, SHI R C, ZHANG Y F, et al. Dynamics of Birkhoffian system [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1996. (in Chinese)
- [5] 牛奔, 王煥民, 朱进, 等. 变分积分分子在刚体动力学仿真中的应用 [J]. 动力学与控制学报, 2025, 23(3): 1—8.
- NIU B, WANG H M, ZHU L, et al. Application of variational integrators in rigid body dynamics simulation[J]. Journal of Dynamics and Control, 2025, 23(3): 1—8. (in Chinese)
- [6] 陈潇, 史东华. 一种几何精确梁的 Poisson 积分分子 [J]. 动力学与控制学报, 2025, 23(3): 9—17.
- CHEN X, SHI D H. A Poisson integrator for geometric exact beam [J]. Journal of Dynamics and Control, 2025, 23(3): 9—17. (in Chinese)
- [7] 张毅, 翟相华, 宋传静. 变加速相对运动的广义高斯原理与动力学方程 [J]. 动力学与控制学报, 2025, 23(3): 18—24.
- ZHANG Y, ZHAI X H, SONG C J. Generalized Gaussian principle and dynamic equations of relative motion with variable acceleration [J]. Journal of Dynamics and Control, 2025, 23(3): 18—24. (in Chinese)
- [8] 夏丽莉, 戈新生, 陈立群. 含多余坐标的完整系统的保结构约化 [J]. 动力学与控制学报, 2025, 23(3): 25—31.
- XIA L L, GE X S, CHEN L Q. Structure-preserving reduction for holonomic systems with redundant coordinates [J]. Journal of Dynamics and Control, 2025, 23(3): 25—31. (in Chinese)
- [9] 宋尹洁, 刘亮亮, 孔新雷. 离散 Birkhoff 系统的 Noether 定理 [J]. 动力学与控制学报, 2025, 23(3): 32—39.
- SONG Y J, LIU L L, KONG X L. Noether theorem for discrete Birkhoffian systems [J]. Journal of Dynamics and Control, 2025, 23(3): 32—39. (in Chinese)
- [10] 王鹏, 薛纭. 超细长弹性杆分析力学及应用 [J]. 动力学与控制学报, 2025, 23(3): 40—47.
- WANG P, XUE Y. The analytical dynamics and applications of super thin long elastic rod [J]. Journal of Dynamics and Control, 2025, 23(3): 40—47. (in Chinese)
- [11] 姜文安, 王国夫, 宋禹含, 等. 变换理论求解非线性常微分方程的若干进展 [J]. 动力学与控制学报, 2025, 23(3): 48—55.
- JIANG W A, WANG G F, SONG Y H, et al. Some advances in solving nonlinear ordinary differential equations by transformation theory [J]. Journal of Dynamics and Control, 2025, 23(3): 48—55. (in Chinese)
- [12] 刘畅, 王国夫, 宋禹含, 等. 一类时变非线性系统的精确解 [J]. 动力学与控制学报, 2025, 23(3): 56—65.
- LIU C, WANG G F, SONG Y H, et al. Exact solution for a class of time-varying nonlinear systems [J]. Journal of Dynamics and Control, 2025, 23(3): 56—65. (in Chinese)
- [13] 薛雷, 王本亮. 摆动 Atwood 机混沌行为的几何分析 [J]. 动力学与控制学报, 2025, 23(3): 66—72.
- XUE L, WANG B L. Geometric analysis of chaotic behavior of the swinging Atwood machine [J]. Journal of Dynamics and Control, 2025, 23(3): 66—72. (in Chinese)
- [14] 张成璞, 李彦敏, 赵纲领, 等. 基于 Noether 对称性方法的 Buck-Boost 变换器时间响应分析 [J]. 动力学与控制学报, 2025, 23(3): 73—81.
- ZHANG C P, LI Y M, ZHAO G L, et al. Time response analysis of Buck-Boost converter based on Noether symmetry method [J]. Journal of Dynamics and Control, 2025, 23(3): 73—81. (in Chinese)
- [15] 陈浩, 毕皓皓, 张博涵, 等. 黏弹性封装层合异质结构动力学行为分析 [J]. 动力学与控制学报, 2025, 23(3): 82—90.
- CHEN H, BI H H, ZHANG B H, et al. Dynamic behavior analysis of viscoelastic encapsulated film substrate structures [J]. Journal of Dynamics and Control, 2025, 23(3): 82—90. (in Chinese)
- [16] 宋传静, 吴镇宇, 张毅. 时间尺度联合分数阶约束力学系统 Noether 定理 [J]. 动力学与控制学报, 2025, 23(3): 91—100.
- SONG C J, WU Z Y, ZHANG Y. Noether's theorem of combined fractional constrained mechanical systems on time scales [J]. Journal of Dynamics and Control, 2025, 23(3): 91—100 (in Chinese)