

# 基于分数阶滑模自抗扰控制的六自由度 串联机械臂研究\*

章东旭<sup>1</sup> 李伟<sup>2</sup> 孔科研<sup>3</sup> 齐晶晶<sup>4</sup> 刘丙友<sup>1†</sup>

(1. 安徽工程大学 电气工程学院, 芜湖 241000) (2. 华能巢湖发电有限责任公司, 巢湖 238000)

(3. 安徽天兵电子科技股份有限公司, 芜湖 241000) (4. 安徽达尔智能控制系统股份有限公司, 芜湖 241000)

**摘要** 多自由度机械臂是一种应用很广泛的机械装置, 如何提高机械臂系统的响应速度、跟踪性能和抗干扰能力, 一直是研究的热点. 因此本文在经典自抗扰技术的基础上, 首先, 完成对六自由度串联机械臂模型建立和控制方法选择; 其次, 结合滑模控制和分数阶微积分对滑模跟踪微分器和非线性误差反馈律进行改进, 以提高系统的响应速度和跟踪性能, 并通过设计新型非线性函数构建扩张状态观测器, 削弱传统扩展状态观测器在应用中的高频颤振现象, 提高系统的抗干扰能力; 最后, 在建立的六自由度串联机械臂关节模型基础上, 对所提出的控制策略进行仿真实验. 结果表明, 分数阶滑模自抗扰控制器相比传统自抗扰控制下, 系统的响应速度提高 28.6%、抗干扰能力提高 27.8%. 验证本文所提出的控制策略能够有效改善系统响应速度和跟踪性能, 具有较强的抗干扰能力.

**关键词** 自抗扰控制, 滑模控制, 分数阶微积分, 多自由度机械臂

**中图分类号**: TP242; TP17

**文献标志码**: A

## Research on Six-Degree-of-Freedom Series Manipulator Based on Fractional Order Sliding Mode Active Disturbance Rejection Control\*

Zhang Dongxu<sup>1</sup> Li Wei<sup>2</sup> Kong Keyan<sup>3</sup> Qi Jingjing<sup>4</sup> Liu Bingyou<sup>1†</sup>

(1. School of Electrical Engineering, Anhui University of Technology, Wuhu 241000, China)

(2. Huaneng Chaohu power generation Co., Ltd., Chaohu 238000, China)

(3. Anhui Tianbing Electronic Technology Co., Ltd., Wuhu 241000, China)

(4. Anhui Dar intelligent control system Co., Ltd., Wuhu 241000, China)

**Abstract** The multi-degree-of-freedom robot arm is a kind of widely used mechanical device. How to improve the response speed, tracking performance and anti-interference ability of the robot arm system has been the focus of research. Therefore, this paper is based on the classical active disturbance rejection technology. Firstly, the model establishment and control method selection of the 6-DOF series manipulator are completed. Secondly, the sliding mode tracking differentiator and nonlinear error feedback law are improved by combining sliding mode control and fractional calculus to improve the response speed and tracking performance of the system. A new type of nonlinear function is designed to construct an extended state observer, which reduces the high frequency flutter of the traditional extended state observer in application and improves the anti-interference ability of the system. Finally, on the basis of the established six-degree-of-freedom series manipulator joint model, the proposed control strategy is simulated. The results show that the response speed and anti-interference ability of the FRactional-order sliding

mode active disturbance rejection controller are increased by 28.6% and 27.8% compared with the traditional active disturbance rejection control. It is verified that the proposed control strategy can effectively improve the response speed and tracking performance of the system, and has strong anti-interference ability.

**Key words** active disturbance rejection control, sliding mode control, fractional calculus, multi-degree of freedom manipulator

## 引言

随着现代工业和科技的飞速发展,具备各种功能的机械臂被广泛应用于许多行业中,多自由度机械臂装置可以替代人们去完成具有危险性、重复性的工作,能够大大降低生产成本和保护人们的安全<sup>[1,2]</sup>.机械臂的广泛使用同时也对机械臂的控制性能提出更高的要求,需要它具备更快的响应速度、更高的跟踪精度和更强的抗干扰能力.目前,对机械臂的控制策略包括神经网络控制<sup>[3]</sup>、自适应控制<sup>[4]</sup>、滑模控制<sup>[5]</sup>、PID控制<sup>[6]</sup>、自抗扰控制(ADRC)<sup>[7]</sup>.

文献[8]提出一种改进型PID控制策略来控制机械臂的轨迹跟踪.通过实验得到,在改进PID控制下机械臂的跟踪性能得到了改善,但在受到干扰下,系统的动态性能和稳定性不是很理想.文献[9]为了提高机械臂末端执行器的跟踪精度,设计了模糊滑模控制器.在系统受到严重干扰的情况下,从提升跟踪性能的方面证明了比传统滑模控制的优越,但并没有解决滑模控制的抖振问题.文献[10]针对提高机械臂控制性能,提出改进型RBF神经网络控制.通过实验验证了该策略能有效地提高了跟踪精度和响应速度,但神经网络的构建需要大量的时间训练.上面所介绍的控制方法相比较于自抗扰控制,对多自由度机械臂控制大多依赖系统的数学模型,容易受外界的因素影响,导致控制系统不能具有很好的性能.而自抗扰控制在多自由度机械臂的控制中具有很好的优势.

自抗扰控制(ADRC)策略最早是由韩京清研究员提出<sup>[11]</sup>.自抗扰控制器结构简单、具有很强的鲁棒性和不依赖被控对象的具体模型的优势得到广泛的研究和应用.文献[12]提出一种基于自抗扰控制策略的六自由度机械臂控制系统,通过改进Fal函数,加入滤波结构,有效地提升机械臂的抗

干扰性,但对于其他性能还有待提升.文献[13]结合参数模糊自校正方法,提出基于改进位置-速度自抗扰控制器,提高了机械关节驱动系统的定位响应与精度.但对于高速性能的轨迹控制不太适用.对于非线性ADRC控制存在控制参数较多、响应速度慢、面对大干扰抗干扰性能差等问题,进而提出和其他控制策略结合的办法,以提升自抗扰控制的性能.文献[14]提出一种基于机器臂轨迹跟踪控制的滑模自抗扰控制器,使得系统具有良好的抗干扰性,但滑模控制带来的系统抖振问题并没有很好地解决.随着分数阶微积分控制理论的研究,发现分数阶微积分算子在增加系统自由度的同时增强系统鲁棒性,能够实现对振荡的抑制<sup>[15,16]</sup>.文献[17]针对双馈风电并网系统容易发生次同步振荡提出分数阶滑模控制策略,有效地抑制其振荡,提高系统鲁棒性.文献[18]采用滑模分数阶控制策略控制船舶航行,实验结果表明分数阶滑模比整数阶滑模控制具有更好的抗干扰能力.

基于上述的研究,传统的自抗扰控制器和其他传统控制器已经不能满足当前机械臂系统的控制要求.因此,本文在前人研究成果的基础上提出一种分数阶滑模自抗扰的六自由度串联机械臂控制策略.首先,本文在提升机械臂响应速度方面,创新性地将滑模理论与跟踪微分器结合,设计出滑模跟踪微分器;其次,在跟踪性能方面,通过改进滑模控制律的控制函数,来设计分数阶滑模误差反馈控制律;最后,在抗干扰方面,采用多项式与三角函数相结合的插值方法,设计了新的非线性函数改进扩张状态观测器.本文得到的结果与文献[19]基于改进ESO的柔性机械臂自抗扰-滑模组合控制相比,该论文采用改进非线性函数和用滑模控制来改进非线性误差反馈控制律,但本文在滑模控制的基础上增加了分数阶微积分控制,能够更有效地提高系统稳定性,并且改进跟踪微分器能够有效提高对信

号响应的速度. 与文献[20]优化自抗扰的移动清洁机械臂轨迹跟踪控制相比, 该文中采用构造函数来实现连续光滑的扩张观测器设计, 能提高抗干扰能力, 但对于系统的响应速度并没有提升很多. 但本文在自抗扰的跟踪微分器部分结合滑模控制, 能够有效地提高系统的响应速度.

在本文研究中对于实现机械臂关节之间的解耦, 模型的建立以及分数阶滑模自抗扰控制器参数的整定是本文的研究难点. 文章第一部分为理论建模叙述; 第二部分为控制器的设计; 第三部分为实验和结果分析; 第四部分为全文总结.

## 1 六自由度串联机械臂的数学模型

### 1.1 六自由度串联机械臂的动力学方程

多自由度机械臂是由多个移动和旋转连杆通过关节结构串联构成, 机械臂的运动可通过控制连杆来完成, 而关节的运动由直流力矩电机提供动力. 通过对六自由度串联机械臂的动力学分析, 可以实现对机械臂关节的精确控制, 达到良好的控制效果. 本文在不考虑部件间摩擦和机械臂各部件刚度的情况下, 采用拉格朗日方法推导了六自由度串联机械臂的动力学方程.

定义拉格朗日函数为:

$$L = K - P \quad (1)$$

式中  $K$  为机械臂的总动能,  $P$  为机械臂的总势能.

采用拉格朗日方法, 推导出六自由度串联机械臂的动力学方程如下所述:

$$\tau(t) = \mathbf{B}_0(q)\ddot{q} + \mathbf{E}(q, \dot{q})\dot{q} + \mathbf{G}_0(q) + d(q, \dot{q}, \ddot{q}, t) \quad (2)$$

并对上式进行简化得到方程(3):

$$\tau(t) = \mathbf{B}_0(q)\ddot{q} + \mathbf{G}_0(q) + d(q, \dot{q}, \ddot{q}, t) \quad (3)$$

式中,  $q, \dot{q}, \ddot{q} \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$  为关节位置、速度、加速度变量,  $\mathbf{B}_0(q) \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$  为对称正定惯性矩阵,  $\mathbf{E}(q, \dot{q}) \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$  代表科里奥利力和向心力矢量;  $\mathbf{G}_0(q) \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$  是重力矩阵,  $\tau(t) \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$  为各个关节的关节力矩, 是系统的控制输入.  $d(q, \dot{q}, \ddot{q}, t)$  包括建模系统动力学, 关节之间的耦合和外部干扰<sup>[12]</sup>.

由式(3)描述的六自由度串联机械臂动力学模型可以变换如下所示:

$$\ddot{q} = -\mathbf{B}_0^{-1}(q)\mathbf{G}_0(q) - \mathbf{B}_0^{-1}(q)d(q, \dot{q}, \ddot{q}, t) + \mathbf{B}_0^{-1}(q)\tau(t) \quad (4)$$

由式(4)可以看出, 六自由度串联机械臂为耦合系统. 在关节型机械臂的控制器设计有两种方法, 状态集中反馈控制和关节独立分散控制, 本文采用关节独立分散控制实现关节的之间的解耦. 为了实现对其解耦控制, 引入虚拟控制量  $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4, \mathbf{u}_5, \mathbf{u}_6]^T = \mathbf{B}_0(q)^{-1}\tau$ , 则有  $\tau = \mathbf{B}_0(q) \cdot \mathbf{U}$ , 其中  $\mathbf{U}$  是虚拟控制量,  $\mathbf{u}_i (i \in [1, 6])$  是实际控制量. 利用引入的虚拟控制量, 将式(4)转换式(5)形式:

$$\ddot{q} = -\mathbf{B}_0^{-1}(q)\mathbf{G}_0(q) - \mathbf{B}_0^{-1}(q)d(q, \dot{q}, \ddot{q}, t) + \mathbf{U} \quad (5)$$

由式(5)可以得出, 采用关节独立分散控制后, 可以把解耦后的系统(5)看作 6 个并行的控制系统, 对其设计相同结构的控制器. 将  $\mathbf{F} = -\mathbf{B}(x_{01})^{-1}\mathbf{G}_0(x_{01}) - \mathbf{B}(x_{01})^{-1}d$  视作系统的总扰动, 通过 ESO 观测器对总扰动进行观测, 达到解耦效果.

### 1.2 单自由度关节的数学模型建立

根据第 1.1 节, 采用独立分散控制方法时, 对每个关节设计相同的控制器, 因此本文对单关节进行实验仿真验证. 令式(5)中  $x_{01} = q, x_{02} = \dot{q}$ , 得到单自由度关节的空间状态表达式如式(6)所示:

$$\begin{cases} \dot{x}_{01} = x_{02} \\ \dot{x}_{02} = \mathbf{u}_1 - \mathbf{B}(x_{01})^{-1}\mathbf{G}_0(x_{01}) - \mathbf{B}(x_{01})^{-1}d \\ \mathbf{y} = x_{01} \end{cases} \quad (6)$$

将  $\mathbf{F} = -\mathbf{B}(x_{01})^{-1}\mathbf{G}_0(x_{01}) - \mathbf{B}(x_{01})^{-1}d$  作为系统的总扰动, 通过 2.2 节设计的 ESO 观测器进行观测.

## 2 分数阶滑模自抗扰控制器的设计

自抗扰控制器由跟踪微分器(TD)、扩张状态观测器(ESO)和非线性误差反馈控制律(NLSEF)

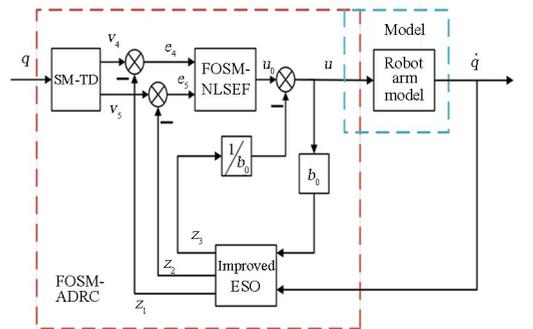


图 1 分数阶滑模自抗扰控制器结构图  
Fig. 1 Structure diagram of fractional-order sliding mode active disturbance rejection controller

三个部分组成,下面对三个部分的设计进行详细讲解.图1是分数阶滑模自抗扰控制器的结构图.

## 2.1 滑模跟踪微分器的设计

跟踪微分器是为了解决超调与快速之间的矛盾,获取到平滑的输入信号.为了提升系统的响应速度,在跟踪微分器设计中加入滑模控制,设计出滑模跟踪微分器,具体设计步骤如下:

(1)取跟踪微分器的状态变量如下所示:

$$\begin{cases} x_{11} = q_1 - q \\ x_{12} = \dot{x}_{11} = \dot{q}_2 \end{cases} \quad (7)$$

式中, $q$ 为实际输入关节角, $q_1$ 为期望关节角, $x_{12}$ 和 $q_2$ 是 $q$ 的微分信号.

(2)选取整数阶滑模面:

$$s = c_1 x_{11} + x_{12} \quad (8)$$

式中, $c_1$ 为滑模面系数, $c_1 > 0$ .

对式(8)求导得到式(9):

$$\dot{s} = c_1 \dot{x}_{11} + \dot{x}_{12} = c_1 x_{12} + \dot{x}_{12} \quad (9)$$

在传统的滑模控制中,用 $\text{sign}(s)$ 符号函数作为控制函数来控制速率,但 $\text{sign}(s)$ 函数在区间 $[-1, 1]$ 内, $\text{sign}(s)$ 的控制增益会有一个阶跃突变,导致系统会出现抖振现象.而双曲正切函数 $\tanh(s) = \frac{e^{2s} - 1}{e^{2s} + 1}$ 在原点两侧的函数图像近似线性的,这样可以使得系统状态变量能够快速向滑模面运动,并能够达到限制作用,从而减少抖振问题.因此,本文采用双曲正切函数代替 $\text{sign}(s)$ 函数.设计的滑模控制律为:

$$\dot{s} = -k_1 \frac{e^{2s} - 1}{e^{2s} + 1} - k_2 s \quad (10)$$

式中, $e$ 是一个自然常数, $k_1 > 0, k_2 > 0$ .

式(9)和(10)是关于的导数方程,因此式(9)和(10)在数值上是相等,计算得到式(11):

$$\begin{aligned} \dot{s} &= -k_1 \frac{e^{2s} - 1}{e^{2s} + 1} - k_2 s \\ &= c_1 \dot{x}_{11} + \dot{x}_{12} = c_1 x_{12} + \dot{x}_{12} \end{aligned} \quad (11)$$

求解式(11),可得差分信号控制量 $\dot{x}_{12}$ 为:

$$\dot{x}_{12} = \left( -k_1 \frac{e^{2s} - 1}{e^{2s} + 1} - k_2 s \right) - c_1 x_{12} \quad (12)$$

(3)滑模跟踪微分器的算法如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = \left( -k_1 \frac{e^{2s} - 1}{e^{2s} + 1} - k_2 s \right) - c_1 x_{12} \end{cases} \quad (13)$$

选择 Lyapunov 函数如式(14)所示:

$$V = s^2 / 2 \quad (14)$$

对式(14)求导得到式(15):

$$\dot{V} = s\dot{s} = s \left( -k_1 \frac{e^{2s} - 1}{e^{2s} + 1} - k_2 s \right) \leq 0 \quad (15)$$

由式(15)可知,改进的滑模趋近率满足滑模运动达到的要求,设计的滑模跟踪微分器满足渐进稳定条件.

## 2.2 扩张状态观测器(ESO)设计

ESO 是 ADRC 设计的核心.ESO 可以把六自由度串联机械臂关节之间的非线性等因素视作外部干扰,并通过观察和补偿系统的干扰.传统的非线性函数在原点附近没有很好的连续性和平滑性,容易产生高频振荡.因此,对传统的非线性函数进行改进,采用多项式与三角函数相结合的插值方法,设计如下:

当 $\delta < |e| < k$ 时, $\text{han}(e, a, \delta, k) = |e|^a \text{sign}(e)$

当 $k \leq |e|$ 时, $\text{han}(e, a, \delta, k) = k \cdot e$

当 $|e| \leq \delta$ 时,将 $\text{han}()$ 设计为双曲正切函数和正切函数的拟合形式,其表达式为: $\text{han}(e, a, \delta, k) = p \tanh(e) + qe^2 + r \tan(e)$

所以, $\text{han}()$ 函数的表达式为:

$$\text{han}(e, a, \delta, k) = \begin{cases} p \tanh(e) + qe^2 + r \tan(e), & |e| \leq \delta \\ |e|^a \text{sign}(e), & \delta < |e| < k \\ k \cdot e, & k \leq |e| \end{cases} \quad (16)$$

当 $|e| \leq \delta$ 时,公式(16)成立,则需要满足可导和连续的条件.

$$\begin{cases} \text{han}(e, a, \delta, k) = \delta^a, & e = \delta \\ \text{han}(e, a, \delta, k) = -\delta^a, & e = -\delta \\ \text{han}'(e, a, \delta, k) = a\delta^{a-1}, & e = \pm \delta \end{cases} \quad (17)$$

结合式(16)和(17)可得:

$$\begin{cases} p \tanh(\delta) + q\delta^2 + r \tan(\delta) = \delta^a \\ -p \tanh(\delta) + q\delta^2 - r \tan(\delta) = -\delta^a \\ p \text{sech}^2(\delta) + q\delta^2 + r \sec(\delta) = a\delta^{a-1} \end{cases} \quad (18)$$

对式(19)求解得到 $p, q, r$ 的值为:

$$\begin{cases} p = \frac{\delta^a \sec^2(\delta) - a\delta^{a-1} \tan(\delta)}{\tanh(\delta) \sec^2(\delta)} \\ q = 0 \\ r = \frac{a\delta^{a-1} \tan(\delta) \tanh(\delta) - \delta^a \tan(\delta) [1 - \tanh^2(\delta)]}{\tan(\delta) \tanh(\delta) \sec(\delta) - \tan^2(\delta) [1 - \tanh^2(\delta)]} \end{cases} \quad (19)$$

新的非线性函数的表达式可以得到:

$$\text{han}(e, a, \delta, k) = \begin{cases} \frac{\delta^\alpha \sec^2(\delta) - a\delta^{\alpha-1} \tan(\delta)}{\tanh(\delta) \sec^2(\delta)} \tanh(e) + \frac{a\delta^{\alpha-1} \tan(\delta) \tanh(\delta) - \delta^\alpha \tan(\delta) [1 - \tanh^2(\delta)]}{\tanh(\delta) \tanh(\delta) \sec(\delta) - \tan^2(\delta) [1 - \tanh^2(\delta)]} \tan(e), & |e| \leq \delta \\ |e|^a \text{sign}(e), & \delta < |e| < k \\ k \cdot e, & k \leq |e| \end{cases} \quad (20)$$

式中,  $e$  为信号的误差值。

根据式(6)的单关节非线性系统可以写成:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{x}_2 \\ \dot{x}_2 = F(x_1, x_2) + u_1 \\ y = x_1 \end{cases} \quad (21)$$

式中,  $F(x_1, x_2)$  为系统的未知扰动函数,  $u_1$  为系统的控制输入。令  $x_3(t) = F(x_1, x_2)$  为扩展状态变量  $\dot{x}_3(t) = \omega(t)$ ,  $y$  为系统输出, 将式(21)扩展为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{x}_2 \\ \dot{x}_2 = F(x_1, x_2) + u_1 \\ \dot{x}_3 = \omega(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (22)$$

结合设计的新型非线性函数, 构造系统(23)的三阶扩展状态观测器如下:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_1 e_1 \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_2 \text{han}(e_1, a_1, \delta_1, k) + b_0 u \\ \dot{z}_3 = -\beta_3 \text{han}(e_1, a_2, \delta_2, k) \end{cases} \quad (23)$$

式中,  $e_1$  是跟踪误差,  $z_1$  是输出  $y$  的跟踪信号,  $z_2$  是输出  $y$  差分信号,  $z_3$  是系统的总扰动观测值。  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  是改进的 ESO 增益系数。  $a_1, a_2$  式是非线性因子,  $\delta_1, \delta_2$  是滤波因子,  $b_0$  为补偿系数的估计。

### 2.3 非线性误差反馈控制律设计

非线性误差反馈控制律用来在 ESO 观测到系统扰动后, 对扰动进行补偿。将所有观测到的扰动和关节之间的耦合效应作为系统的总扰动进行补偿。为了提高控制律的收敛性, 结合分数阶微积分理论和滑模控制理论, 设计分数阶滑模非线性误差反馈控制律如式(24)所示。

$$\begin{cases} e_4 = q_1 - z_1 \\ e_5 = q_2 - z_2 \\ s = c_2 e_4 + {}_0 D_t^\beta e_5 \\ u = \frac{1}{b} [{}_0 D_t^{1-\beta-\gamma} (-k_3 \frac{e^{2s} - 1}{e^{2s} + 1} - k_4 s) + \dot{x}_{12} - {}_0 D_t^{1-\beta} c_2 e_5 - z_3] \end{cases} \quad (24)$$

式中,  $e_4$  和  $e_5$  分别为 TD 和 ESO 的误差信号和误

差微分信号。  $u$  为被控对象补偿后的控制量。

具体设计步骤如下:

(1) 根据 2.2 节分析可知, 当改进型 ESO 观测稳定时,  $z_2$  趋近  $x_2$ 、 $z_3$  趋近  $x_3$ 、 $\text{han}(e, a, \delta, k)$  趋近 0。因此,  $q_2 = \dot{q}_1$ ,  $z_2 = \dot{z}_1 z_3 = \dot{z}_2$ 。得到跟踪微分器和 ESO 的误差值为式(25):

$$\begin{cases} e_4 = q_1 - z_1 \\ e_5 = q_2 - z_2 \end{cases} \quad (25)$$

对式(25)求导可得到误差导数为:

$$\begin{cases} \dot{e}_4 = q_2 - z_2 = e_5 \\ \dot{e}_5 = \dot{q}_2 - z_3 - b_0 u \end{cases} \quad (26)$$

为了设计最优控制函数, 基于跟踪微分器和 ESO 的误差导数方程, 选择分数阶滑模面, 如式(27)所示。

$$s = c_2 e_4 + {}_0 D_t^\beta e_5 \quad (27)$$

式中,  $c_2$  为常数,  ${}_0 D_t^\beta$  为公式(28)中定义的微积分运算符,  $c_2 > 0, 1 > \beta > 0$ 。

$${}_a D_t^\beta = \begin{cases} \frac{d^\beta}{dt^\beta}, & \text{Re}(\beta) > 0 \\ 1, & \text{Re}(\beta) = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^{-\beta}, & \text{Re}(\beta) < 0 \end{cases} \quad (28)$$

式中,  ${}_a D_t^\beta$  为微积分算子,  $a, t$  分别为算子的下限和上限, 一般为  $a = 0, \beta$  算子的阶数。

对式(27)求导得到式(29)。

$$\dot{s} = c_2 e_5 + {}_0 D_t^\beta e_5 \quad (29)$$

选择分数阶滑模控制律如下:

$${}_0 D_t^\gamma s = -k_3 \text{sign}(s) - k_4 s \quad (30)$$

式中,  $k_3, k_4$  是常系数,  $\gamma$  是分数积分,  $k_3 > 0, k_4 > 0, 0 < \gamma < 1$ 。

根据微积分的定义和性质, 对式(30)进行变形:

$$\dot{s} = {}_0 D_t^{1-\gamma} [-k_3 \text{sign}(s) - k_4 s] = c_2 e_5 + {}_0 D_t^\beta e_5 \quad (31)$$

对式(26)~(31)进行整合计算可得到控制律为:

$$u = \frac{1}{b} \{ {}_0 D_t^{1-\beta-\gamma} [-k_3 \text{sign}(s) - k_4 s] + \dot{x}_{12} - {}_0 D_t^{1-\beta} c_2 e_5 - z_3 \} \quad (32)$$

定义 Lyapunov 函数为:

$$V = s^2/2 \quad (33)$$

根据李雅普诺夫稳定性理论,当条件  $\dot{V} = \dot{s}s \leq 0$  成立时,设计的分数阶滑模控制律则满足渐近稳定的条件.对式(33)求导得到式(34):

$$\begin{aligned} \dot{V} = \dot{s}s &= s \cdot D_t^{1-\gamma}[-k_3 \text{sign}(s) - k_4 s] \\ &= -k_3 \cdot D_t^{1-\gamma} \text{sign}(s)s - k_4 s^2 \end{aligned} \quad (34)$$

当  $s > 0$ ,有  $D_t^{1-\gamma} \text{sign}(s) > 0$ ,当  $s < 0$  时,有  $D_t^{1-\gamma} \text{sign}(s) < 0$ .因此只要  $k_3, k_4$  取值大于 0,  $\dot{V} \leq 0$ .根据分数阶稳定性定理,分数阶滑模指数趋近律满足 Lyapunov 稳定性条件,设计分数阶滑模控制是渐近稳定的.为减弱滑模控制中的抖振现象,选择  $\tanh(s) = \frac{e^{2s} - 1}{e^{2s} + 1}$  代替  $\text{sign}(s)$ ,分数阶指数趋近律如式(35)所示.

$$\dot{s} = {}_0D_t^{1-\gamma} \left( -k_3 \frac{e^{2s} - 1}{e^{2s} + 1} - k_4 s \right) \quad (35)$$

利用上述证明方法,我们可以证明该方法也满足分数阶滑模控制的稳定性条件.综合公式(26)、(27)、(29)、(35),求得到补偿后控制律为:

$$u = \frac{1}{b} \left[ {}_0D_t^{1-\beta-\gamma} \left( -k_3 \frac{e^{2s} - 1}{e^{2s} + 1} - k_4 s \right) + \dot{x}_{12} - {}_0D_t^{1-\beta} c_2 e_5 \right] \quad (36)$$

式中,  $\dot{x}_{12}$  为滑模跟踪微分器的微分信号.

### 3 仿真实验与分析

为了验证本文设计的分数阶滑模自抗扰控制器的性能,建立了机械臂关节仿真模型.在 MATLAB/Simulink 相同的环境中对分数阶滑模自抗扰控制器、滑模自抗扰控制器和传统自抗扰控制器

进行了仿真.其中,考虑各个机械臂的关节相似,本文选择 55LYX02 直流力矩电机为实验电机,参数如表 1 所示.为了更好地对比验证,实验参数分别采取,传统自抗扰参数参考文献[21]的实验参数,分数阶滑模自抗扰与滑模自抗扰控制参数相同.

#### 3.1 六自由度串联机械臂的仿真实验

为了验证滑模跟踪微分器的快速性和滤波性能,对滑模跟踪微分器和传统跟踪微分器进行了仿真和对比实验.图 2 为输入信号为 1 rad 的阶跃信号下,跟踪微分器的对比图.图 3 是对滑模跟踪微分器滤波性能的验证.

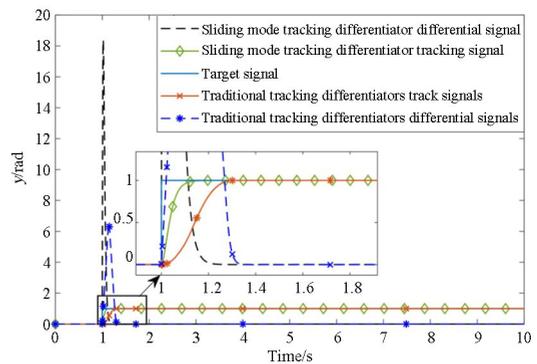


图 2 传统跟踪微分器与滑模跟踪微分器响应曲线  
Fig. 2 Response curves of traditional TD and sliding mode TD

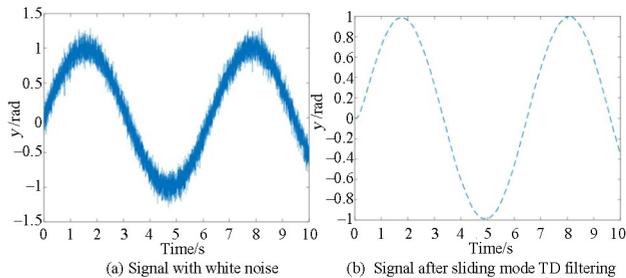


图 3 滑模跟踪微分器的滤波器仿真实验图  
Fig. 3 Simulation experiment diagram of sliding mode TD filter

由图 2 可知,滑模跟踪微分器达到稳定跟踪的时间为 0.289 s,而传统跟踪微分器达到稳定跟踪的时间为 0.347 s.滑模跟踪微分器跟踪到输入信号差分信号的时间为 0.234 s,而传统跟踪微分器跟踪到输入信号的时间为 0.320 s.仿真结果表明,滑模跟踪微分器的响应速度比传统跟踪微分器快.从图 3 可以看出,当输入带白噪声的正弦信号时,滑模跟踪微分器也具备传统跟踪微分器的滤波功能.

为了验证改进 ESO 的性能,通过与传统 ESO 的观测效果对比,验证了改进 ESO 的优势.图 4 是 ESO 对系统输出位置  $z_1$  的观测对比图.

表 1 直流力矩电机参数数据

Table 1 DC torque motor parameter data

Name	Unit	Value
Armature voltage	$u_a$	27 V
Armature current	$i_a$	4.2 A
Armature resistance	$R_a$	7.5 $\Omega$
Back electromotive force	$E_a$	0.014 V · min/r
Electromagnetic torque	$T_e$	0.42 N · m
Armature inductance	$L_a$	2.07 mH
Torque coefficient	$K_e$	0.1 N · m/A
Viscous friction coefficient	$B$	0.2 N · ms
Moment of inertia	$J$	$4.4 \times 10^{-5}$ kg · m <sup>2</sup>

图 4 中实际位置与观测位置的对比表明,改进 ESO 的观测精度高于传统 ESO.

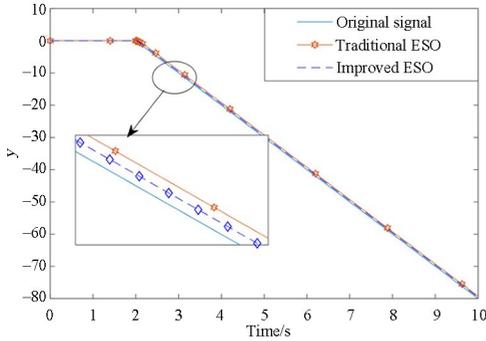
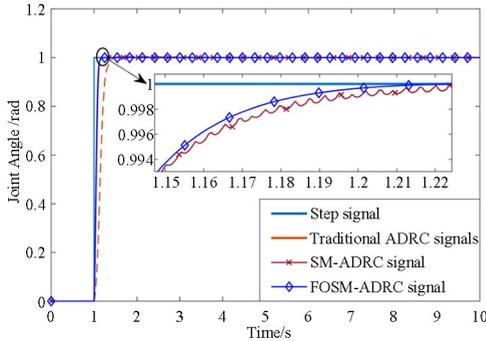
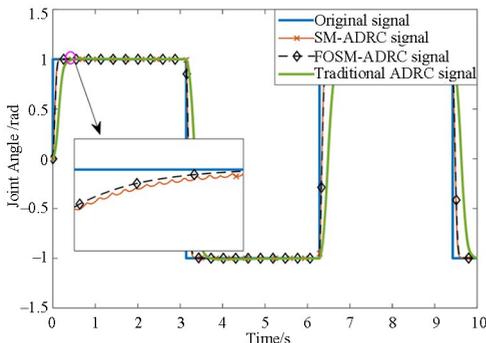


图 4 ESO 对比仿真  
Fig. 4 ESO comparison simulation

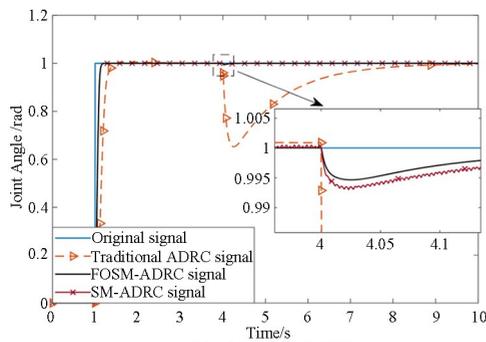
为了研究分数阶滑模自抗扰控制器的整体控制性能,对单关节伺服系统进行整体仿真实验. 结果如图 5 所示.



(a) 阶跃信号响应曲线  
(a) step signal response curve



(b) 方波信号仿真图  
(b) Square wave signal simulation diagram



(c) 扰动条件下的仿真图  
(c) Simulation diagram under disturbed conditions

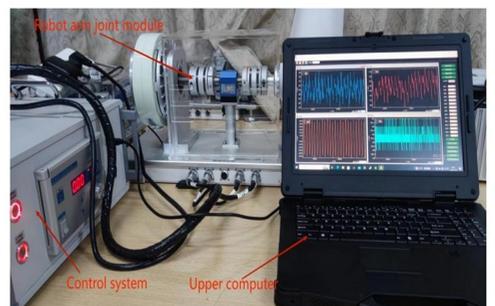
图 5 三种控制策略的仿真对比图

Fig. 5 Simulation comparison diagram of three control strategies

图 5(a)是验证系统的响应速度,从图 5(a)的仿真结果可以得出,在输入角度单位为 1 rad 的阶跃信号后,传统自抗扰控制下 1.490 s 达到稳定,滑模自抗扰控制下 1.255 s 达到稳定,分数阶滑模自抗扰控制下 1.204 s 达到稳定. 从响应时间数据对比,分数阶滑模自抗扰控制下系统的相比较传统自抗扰控制提升了 28.6%,比滑模自抗扰提高了 5%,验证了分数阶滑模自抗扰控制下系统的响应速度更快. 且从图 5(a)放大图中看出,加入分数阶后系统的抖振明显减弱,稳定性增强. 图 5(b)是验证系统的跟踪性能. 从图 5(b)方波信号跟踪仿真图可以看出,分数阶滑模自抗扰控制策略相比较另外两种控制策略的跟踪效果更好. 图 5(c)是验证系统的抗干扰能力. 从图 5(c)对干扰的实验中可以看出,当系统突然受到较大干扰时,传统自抗扰控制下系统波动幅度是 0.347 rad,恢复时间为 5.524 s;分数阶滑模自抗扰控制下系统波动是 0.056 rad,恢复时间为 0.370 s. 相比较,分数阶滑模自抗扰控制下系统抗干扰能力相比较传统自抗扰提高了 27.8%,恢复时间减少了 51%. 并且相比较滑模自抗扰控制的系统波动更小,系统稳定性更好,恢复时间也更快. 验证分数阶滑模自抗扰控制器下系统具有更好的抗干扰能力.

### 3.2 六自由度串联机械臂实验

本文实际使用的对象是机械臂关节力矩电机综合性能开发平台,该平台由力矩传感器、磁粉制动器、控制系统和计算机软件组成. 该平台可以实现电机控制算法的理论尝试和验证. 通过机械臂关节实验平台对三种控制策略进行实验. 图 6(a)为机械臂关节力矩电机实验平台图. 实验结果如图 6 (b)~(d)所示.



(a) 机械臂关节力矩电机实验装置  
(a) Experimental device for joint torque motor of manipulator arm

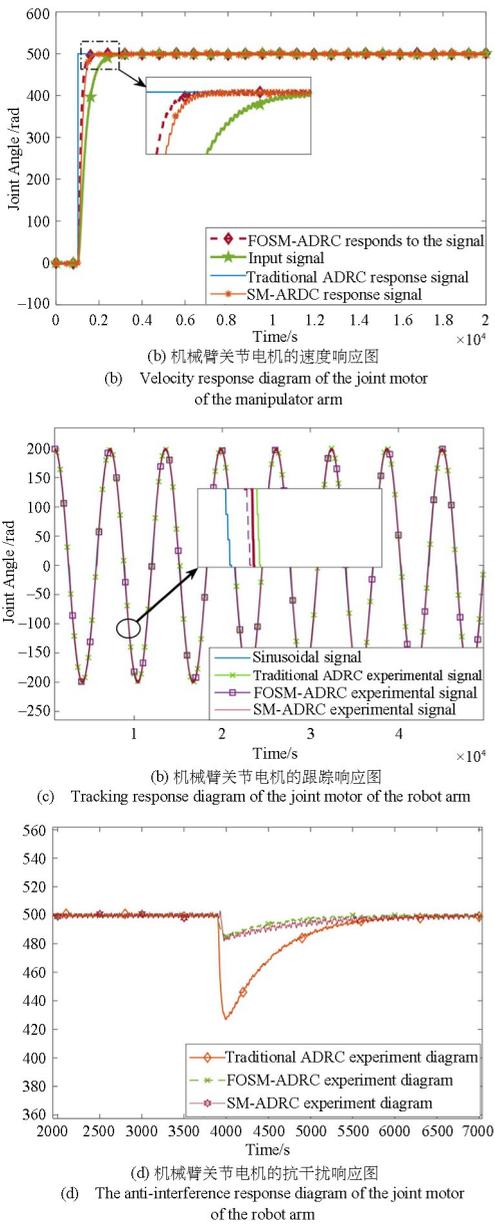


图6 三种控制策略的实验对比图

Fig. 6 Experimental comparison of the three control strategies

图6是对三种控制策略的响应速度、跟踪性能和抗干扰性能实验。从图6(b)单自由度关节电机响应速度实验图中可以看出,分数阶滑模自抗扰控制器的响应速度比传统自抗扰控制要更快,从放大图中可以看出,滑模自抗扰控制下系统出现幅度较大的抖动,而分数阶滑模自抗扰控制下则抖振小些,这验证了分数阶的加入提高了系统的鲁棒性。从图6(c)对于正弦信号的跟踪仿真所示可以得出,分数阶滑模自抗扰控制器更接近原始信号。图6(d)是加入1000 rad的干扰量得到的实验图,从图中可以看出分数阶滑模自抗扰控制策略在面对外界的干扰时比传统自抗扰控制下系统的波动幅

度要小,恢复速度较快。通过实验结果表明,分数阶滑模自抗扰控制策略下系统在响应速度、跟踪性能和抗干扰能力等方面都优于传统的自抗扰控制策略和滑模自抗扰控制策略,在实际对象中能够取得良好的控制效果,验证所提出的改进控制策略是有效的。

## 4 结论

文中提出了一种改进型自抗扰控制方法,该方法对六自由度串联机械臂响应速度和抗干扰能力都有较好的提升。通过结合引入滑模控制设计出滑模跟踪微分器,有效地提高了系统对信号的提取速度;并通过改进非线性函数来改进扩张观测器观测性能,提升系统的抗干扰能力。最后,结合分数阶控制和滑模控制设计出分数阶滑模非线性误差反馈控制律,提高控制器对误差的处理速度,增强系统的稳定性。通过对分数阶滑模自抗扰控制器、整数阶自抗扰控制器和传统自抗扰控制器的对比实验分析,验证了提出的分数阶滑模自抗扰控制方法与传统自抗扰控制相比,具有更好的控制性能、更快的响应速度、和更好的抗干扰能力。分数阶滑模自抗扰策略可用于连杆机构的研究,具有较高的研究价值。由于本人的能力有限,所提出的方法还存在一些不足,在设计中引入滑模控制和分数阶算子后,增加了控制器参数,给调参增加了工作量,控制器的设计结构也变得有些复杂。

## 参考文献

- [1] 谢小宝. 工业机器人技术在自动化控制领域的实践应用分析[J]. 江西电力职业技术学院学报, 2022, 35(7): 19-21.  
XIE X B. Practical application analysis of industrial robot technology in the field of automation control [J]. Journal of Jiangxi Vocational and Technical College of Electricity, 2022, 35(7): 19-21. (in Chinese)
- [2] 刘宏, 蒋再男, 刘业超. 空间机械臂技术发展综述[J]. 载人航天, 2015, 21(5): 435-443.  
LIU H, JIANG Z N, LIU Y C. Review of space manipulator technology [J]. Manned Spaceflight, 2015, 21(5): 435-443. (in Chinese)
- [3] 沈智达, 杨卫华, 于晋伟. 基于神经网络的不确定移动机器人鲁棒自适应跟踪控制[J]. 动力学与控制

- 学报,2023,21(7):89-96.
- SHEN Z D, YANG W H, YU J W. Robust Adaptive Tracking Control of Uncertain Mobile Robot Based On Neural Network [J]. Journal of dynamics and Control, 2023, 21(7): 89-96. (in Chinese)
- [4] 张泽坤, 国凯, 孙杰. 基于扰动观测器的工业机器人高精度闭环鲁棒控制[J]. 机械工程学报, 2022, 58(14): 62-70.
- ZHANG Z K, GUO K, SUN J. High-precision closed-loop robust control of industrial robots based on disturbance observer [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(14): 62-70. (in Chinese)
- [5] 孙国法, 赵尔全, 张国巨, 等. 基于扰动观测器补偿的机械臂非奇异快速终端滑模控制[J]. 控制理论与应用, 2022, 39(8): 1506-1515.
- SUN G F, ZHAO E Q, ZHANG G J, et al. Non-singular fast terminal sliding mode control of manipulator based on disturbance observe compensation [J]. Control Theory & Applications, 2022, 39(8): 1506-1515. (in Chinese)
- [6] ANGEL L, VIOLA J. Fractional order PID for tracking control of a parallel robotic manipulator type delta [J]. ISA Transactions, 2018, 79: 172-188.
- [7] 芮宏斌, 曹伟, 朱玲仪, 等. 光伏阵列清洁机器人路径跟踪改进型自抗扰控制[J]. 动力学与控制学报, 2023, 21(9): 50-58.
- RUI H B, CAO W, ZHU L Y, et al. Path tracking improved active disturbance rejection control for photovoltaic array cleaning robot [J]. Journal of Dynamics and Control, 2023, 21(9): 50-58. (in Chinese)
- [8] TUAN L A, JOO Y H, DUONG P X, et al. Parameter estimator integrated-sliding mode control of dual arm robots [J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2017, 15(6): 2754-2763.
- [9] XU K, WANG Z L. The design of a neural network-based adaptive control method for robotic arm trajectory tracking [J]. Neural Computing and Applications, 2023, 35(12): 8785-8795.
- [10] 陈军, 姜卫东. 改进 RBF 神经网络的机械臂轨迹跟踪控制方法[J]. 机械设计与制造, 2022(12): 269-272.
- CHEN J, JIANG W D. Trajectory tracking control method of manipulator based on improved RBF neural network [J]. Machinery Design & Manufacture, 2022(12): 269-272. (in Chinese)
- [11] 韩京清. 从 PID 技术到“自抗扰控制”技术[J]. 控制工程, 2002, 9(3): 13-18.
- HAN J Q. From PID technique to active disturbances rejection control technique [J]. Control Engineering of China, 2002, 9(3): 13-18. (in Chinese)
- [12] LI X, LIU B Y, WANG L C. Control system of the six-axis serial manipulator based on active disturbance rejection control [J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2020, 17(4): 1-15.
- [13] LU W Q, LI Q, LU K Y, et al. Load adaptive PMSM drive system based on an improved ADRC for manipulator joint [J]. IEEE Access, 2021, 9: 33369-33384.
- [14] MOU F L, WU D, DONG Y F. Disturbance rejection sliding mode control for robots and learning design [J]. Intelligent Service Robotics, 2021, 14(2): 251-269.
- [15] 朱呈祥, 邹云. 分数阶控制研究综述[J]. 控制与决策, 2009, 24(2): 161-169.
- ZHU C X, ZOU Y. Summary of research on fractional-order control [J]. Control and Decision, 2009, 24(2): 161-169. (in Chinese)
- [16] 陈旭, 李明, 郑永爱. 基于自适应模糊滑模控制的分数阶混沌系统的投影同步[J]. 动力学与控制学报, 2018, 16(5): 411-417.
- CHEN X, LI M, ZHENG Y A. Projective synchronization of fractional order chaotic system based on adaptive fuzzy sliding mode control [J]. Journal of Dynamics and Control, 2018, 16(5): 411-417. (in Chinese)
- [17] 王智伟, 李鹏瀚, 刘鑫, 等. 基于分数阶滑模控制的双馈风电系统次同步振荡抑制方法 [J]. 中国电机工程学报, 2023, 43(19): 7519-7529.
- WANG Z W, LI P H, LIU X, et al. Suppression method of subsynchronous oscillation in DFIG-based wind power system based on fractional-order sliding mode control [J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(19): 7519-7529. (in Chinese)
- [18] 李伟, 宁君, 赵国栋, 等. 基于分数阶滑模的船舶航向保持控制[J]. 上海海事大学学报, 2020, 41(3): 25-30.
- LI W, NING J, ZHAO G D, et al. Ship course keeping control based on fractional-order sliding mode [J]. Journal of Shanghai Maritime University, 2020, 41(3): 25-30. (in Chinese)

- [19] 程志江, 李志文, 杜一鸣. 优化自抗扰的移动清洁机械臂轨迹跟踪控制[J]. 计算机集成制造系统, 2023, 29(12): 3993—4000.  
CHENG Z J, LI Z W, DU Y M. Optimized active disturbance rejection trajectory tracking control for mobile cleaning manipulator [J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2023, 29 (12): 3993—4000. (in Chinese)
- [20] 刘丙友, 竺长安, 郭兴众, 等. 基于改进型 ADRC 的永磁同步电机转子位置角控制方法[J]. 电机与控制学报, 2017, 21(12): 24—33.  
LIU B Y, ZHU C A, GUO X Z, et al. Control strategy for the rotor position angle of permanent magnet synchronous motor based on an improved ADRC [J]. Electric Machines and Control, 2017, 21(12): 24—33. (in Chinese)
- [21] 朱其新, 孙文鑫, 刘红俐, 等. 基于改进 ESO 的柔性机械臂自抗扰—滑模组合控制[J]. 西安工程大学学报, 2023, 37(1): 103—111.  
ZHU Q X, SUN W X, LIU H L, et al. Active disturbance rejection-sliding mode combined control of flexible manipulator based on improved ESO [J]. Journal of Xi'an Polytechnic University, 2023, 37 (1): 103—111. (in Chinese)