文章编号:1672-6553-2024-22(12)-087-009

# 直线伺服系统位移跟踪误差的分析与迭代补偿\*

付佳倩1 李珊瑚1<sup>+</sup> 胡俊宇<sup>2</sup>

(1. 河北工业大学省部共建电工装备可靠性与智能化国家重点实验室,天津 300401)(2. 湖南大学 机械与运载工程学院,长沙 410082)

**摘要** 为解决由非线性摩擦力引起的电机位移跟踪误差量化不清晰、补偿设计困难的问题,提出一种基于 误差相关系数更新的迭代前馈整定策略.首先,采用"黏滞摩擦+库仑摩擦"非线性摩擦力模型,分析了直线 伺服系统中电机位移跟踪误差产生机理,得到电机位移跟踪误差的具体表达式.其次,将非线性摩擦力引起 的电机位移跟踪误差与参考位移引起的电机位移跟踪误差联系起来,建立了电机位移跟踪误差到速度、加 速度、库仑摩擦的映射关系以及误差相关系数,通过更新判断误差相关系数的大小,进行迭代前馈整定,有 效补偿电机位移跟踪误差.最后,在仿真和实验中,不同前馈参数下的误差相关系数大小证明了电机位移跟 踪误差分析的正确性,电机跟踪误差的明显降低证明了基于误差相关系数进行迭代前馈整定的有效性.

关键词 直线伺服系统, 电机位移跟踪误差, 非线性摩擦力, 相关系数, 迭代前馈整定
 中图分类号:TM359.4
 文献标志码:A

## Quantitative Analysis and Iterative Compensation of the Motor Tracking Error in Linear Motion Systems\*

Fu Jiaqian<sup>1</sup> Li Shanhu<sup>1†</sup> Hu Junyu<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Reliability and Intelligence of Electrical Equipment, Hebei University of Technology,

Tianjin 300401, China)

(2. College of Mechanical and Vehicle Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract** In order to solve the problem of unclear quantification of motor displacement tracking error caused by nonlinear friction and the difficulty of compensation design, an iterative feedforward tuning strategy based on updating the error correlation coefficient is proposed. Firstly, the nonlinear friction model of "viscous friction + Coulomb friction" is used to analyse the mechanism of motor displacement tracking error in linear servo system, and the specific expression of motor displacement tracking error is obtained. Secondly, the motor displacement tracking error caused by nonlinear friction is linked with the motor displacement tracking error and velocity, acceleration, Coulomb friction and error correlation coefficients are established. By updating and judging the magnitude of the error correlation coefficients, iterative feedforward tuning is performed to effectively compensate the motor displacement tracking error correlation coefficients in simulation and experiment under different feedforward parameters proves the correctness of the motor displacement tracking error analysis, and the

†通信作者 E-mail:shanhuli@hebut.edu.cn

<sup>2024-09-04</sup> 收到第1稿,2024-10-13 收到修改稿.

<sup>\*</sup>河北省自然科学基金资助项目(E2024202079),中央引导地方科技发展资金项目(226Z1805G),2022 年河北省专业学位教学案例库立项 建设项目(KCJSZ2022017),Natural Science Foundation of Hebei Province (E2024202079),Central Guided Local Science and Technology Development Funds Project (226Z1805G), Project Construction of Professional Degree Teaching Case Bank in Hebei Province in 2022 (KCJSZ2022017).

obvious reduction of the motor tracking error proves the effectiveness of iterative feedforward tuning based on the error correlation coefficients.

Key words linear servo system, motor tracking error, nonlinear friction, correlation coefficient, iterative feedforward tuning

## 引言

以直线电机作为驱动的伺服系统,因其没有中 间机械传动环节,具有高加速度、高速度、高效率、 高精度等显著优点,广泛应用于高精度数控机床、 光刻机、半导体封装领域<sup>[1-4]</sup>.在直线伺服系统运行 过程中,电机位移跟踪误差是表征直线伺服系统运行 过程中,电机位移跟踪误差是表征直线伺服系统性 能的重要指标.在高精密运动控制场景中,系统设 计需要追求零稳态误差以及尽量小的动态误差,以 确保直线伺服系统具有高定位精度能力与良好的 动态响应性<sup>[5]</sup>.

非线性摩擦力是一种与参考位移高度相关的 外部干扰,在重复性运动中给直线电机带来重复性 的跟踪误差,严重影响直线伺服系统位移跟踪性 能.基于 PI-D架构的反馈控制可实现电机位移零 稳态跟踪误差.因此直线伺服系统位移跟踪精度的 提升主要在于减小电机位移动态跟踪误差.

基于模型的前馈控制方法能够有效地补偿伺 服系统的动态跟踪误差<sup>[6]</sup>,广泛应用于跟踪性能要 求严格的运动场景中.前馈控制器参数的整定质量 直接影响前馈控制的补偿效果,即影响伺服系统的 动态跟踪误差大小. Butler<sup>[7]</sup>基于加速度前馈,提 出以递归最小二乘法进行自适应加速度前馈参数 整定.张彦龙等<sup>[8]</sup>基于"速度+加速度+加加速度" 前馈结构,建立各个前馈参数对电机位移跟踪效果 的模糊规则,实现了前馈参数的模糊自整定.戴渌 爻等[9-12] 阐述了由参考位移引起的电机位移跟踪 误差的产生机理,建立了跟踪误差与参考位移微分 项之间的关系式,提出基于二分法进行参考位移各 阶微分前馈项的逐项整定方法.上述前馈补偿策略 都能够有效减小电机位移跟踪动态误差,但均忽略 了直线电机所受非线性摩擦力的影响.非线性摩擦 力是一种与参考位移高度相关的外部干扰.基于摩 擦力模型的前馈补偿[13-15]、自适应鲁棒控制[16-20]和 智能控制[21]等虽然能够有效减小非线性摩擦力带 来的电机位移跟踪误差,但实现步骤复杂,工业应 用有待进一步探索.工业中常用的前馈补偿策略由 于缺乏对电机位移跟踪误差产生机理的认识,无法 有效整定前馈控制器,从而无法进行全面且有针对 性的补偿.

为实现电机位移跟踪误差的量化与补偿设计, 本文基于"库仑摩擦+黏性摩擦"非线性摩擦模型, 在 PI-D 负反馈控制的直线伺服系统中,通过传递 函数推导电机位移误差产生机理,并得到电机位移 跟踪误差的具体表达式.其次,将非线性摩擦引起 的电机位移跟踪误差与参考位移引起的电机位移 跟踪误差联系起来,建立电机位移跟踪误差到速 度、加速度、库仑摩擦的映射关系以及误差相关系 数.通过更新判断误差系数进行前馈参数迭代整 定,有效补偿电机位移跟踪误差.实验验证了直线 伺服系统位移跟踪误差分析的正确性和前馈参数 整定方法的有效性.

## 1 直线位移跟踪误差产生机理

#### 1.1 直线伺服系统数学模型

直线伺服系统动力学模型时域表达式为

$$m \frac{d^2 x_m(t)}{dt^2} + T_d(t) = f_e(t)$$
(1)

式中 f。为电磁推力;m 为电机质量和负载质量总和;x<sub>m</sub> 为电机输出位移;T<sub>d</sub>为外部扰动.

忽略直线电机的端部效应和齿槽效应带来的 推力波动<sup>[22,23]</sup>,外部扰动主要为非线性摩擦力,由 黏滞摩擦力和库仑摩擦力两部分组成<sup>[24-26]</sup>.

$$T_{d}(t) = \underbrace{\frac{dx_{m}(t)}{dt}}_{\#\#\#\#\# t} + \underbrace{c \cdot \operatorname{sgn}\left[\frac{dx_{m}(t)}{dt}\right]}_{\#A\#\# t}$$
(2)

式中 b、c 为电机所受摩擦力的黏滞阻尼系数、库仑 摩擦系数;sgn()为符号函数,其表达式为

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$
(3)

根据式(1),电机输出位移 x<sub>m</sub>与电磁推力 f<sub>e</sub>的传

递函数为

$$G_{p}(s) = \frac{L[x_{m}(t)]}{L[f_{e}(t)]} = \frac{1}{ms^{2}}$$

$$\tag{4}$$

根据式(2),非线性摩擦力 T<sub>d</sub> 的频域表达式为

$$T_{d}(s) = bsX_{m}(s) + \frac{c}{s} \operatorname{sgn}[sX_{m}(s)]$$
(5)

式中 X<sub>m</sub> 为电机输出位移频域表达式.

#### 1.2 电机位移跟踪误差

为保证直线伺服系统的参考位移轨迹跟踪性 能和系统鲁棒性,直线伺服系统常采用"前馈+反 馈"2自由度控制架构.在微米级直线伺服系统中, 伺服系统的位置环闭环带宽(不大于100 Hz)通常 远低于数字采样频率(4 kHz).电流环滞后响应带 来延迟时长约为1个数字采样周期.因此,数字控 制周期及电流环响应滞后对直线伺服系统的实际 影响可以忽略.另外,位置环反馈控制器采用 PID 结构,且通常将微分环节安排在反馈回路中."前馈 +PI-D 反馈"直线伺服系统整体控制结构如图 1 所示.



图 1 "前馈+PI-D 反馈"控制框图 Fig. 1 "Feed forward + PI-D feedback" control block diagram

图 1 中 *F* 为前馈控制器,*x*<sub>r</sub> 为参考位移,*e* 为 电机位移跟踪误差,*u*<sub>ff</sub> 为前馈控制器输出,*G*<sub>cl</sub> 和 *G*<sub>c2</sub> 为反馈控制器,其表达式为

$$\begin{cases} G_{c1}(s) = k_{p} + k_{i}/s \\ G_{c2}(s) = k_{d}s \end{cases}$$
(6)

式中 k<sub>p</sub>、k<sub>i</sub>、k<sub>d</sub> 为反馈控制器比例增益系数、积分 增益系数、微分增益系数.反馈控制器各增益系数 的具体数值共同决定了直线伺服系统的位置环闭 环带宽,从而影响系统的稳定性和鲁棒性.反馈控 制器各增益系数可根据传统根轨迹法设定.

在图 1 所示的"前馈 + PI-D 反馈"控制架构下,电机输出位移 *x*<sub>m</sub>的频域表达式为

 $X_{m}(s) = S_{p}(F + G_{cl})X_{r}(s) - S_{p}T_{d}(s)$ (7) 式中 X<sub>r</sub>为参考位移频域表达式;S<sub>p</sub>为扰动灵敏度 函数,其表达式为

$$S_{p} = \frac{G_{p}}{1 + G_{p}G_{c1} + G_{p}G_{c2}}$$
(8)

电机位移跟踪误差 e 的频域表达式为

$$E(s) = X_{r}(s) - X_{m}(s)$$

$$= \underbrace{S_{p}(G_{p}^{-1} + G_{c2} - F)X_{r}(s)}_{\$ \neq d \delta \mathring{r} \pm b \Re \mathring{k} \mathring{k}} + \underbrace{S_{p}T_{d}(s)}_{\$ t \& \# \mathring{k} \mathring{r} \pm b \Re \mathring{k} \mathring{k} \& }$$
(9)

根据式(9),在稳定运行的直线伺服系统中,不 考虑位移传感器测量噪声带来的影响,以及直线电 机的端部效应和齿槽效应带来的推力波动,电机位 移跟踪误差由参考位移、非线性摩擦引起.

## 2 前馈控制器设计及参数迭代整定方法

根据以上分析,在确定性前馈控制器的作用 下,前馈控制器参数的具体数值直接影响前馈控制 器对电机位移跟踪误差的补偿效果.因此,迭代前 馈整定包括前馈控制器设计和前馈参数迭代整定 方法两部分.

#### 2.1 前馈控制器设计

为便于前馈补偿,在高响应的直线伺服系统 中,近似  $dx_m/dt = dx_r/dt$ ,即在频域内有  $sX_m(s)$ =  $sX_r(s)$ ,sgn[ $sX_m(s)$ ] = sgn[ $sX_r(s)$ ].联合式 (4)~(6),将非线性摩擦引起的电机位移跟踪误差 和参考位移引起的电机位移跟踪误差联系起来,电 机位移跟踪误差 *e* 的频域表达式可写为

$$E(s) = S_{p}(k_{d} + b)sX_{r}(s) + S_{p}ms^{2}X_{r}(s) + S_{p}ms^{2}X_{r}(s) + S_{p}ms^{2}X_{r}(s)$$

$$S_{p}\frac{c \cdot \operatorname{sgn}[sX_{r}(s)]}{-} - S_{p}FX_{r}(s)$$
(10)

根据式(10),为使 E(s)→0,令前馈控制器输 出 u<sub>ff</sub> 的频域表达式为

$$U_{\rm ff}(s) = FX_{\rm r}(s)$$
$$= k_{\rm s}sX_{\rm r}(s) + k_{\rm s}s^2X_{\rm r}(s) + \frac{k_{\rm f}}{\rm sgn}[sX_{\rm r}(s)]$$

式中 $k_v, k_a, k_f$ 分别为速度前馈参数、加速度前馈 参数、库仑摩擦前馈参数. 当 $k_v \rightarrow (k_d + b), k_a \rightarrow m, k_f \rightarrow c, f E(s) \rightarrow 0.$ 

式(11)对应的前馈控制器输出 u<sub>ff</sub> 时域表达式 为

$$u_{\rm ff}(t) = k_v \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} x_{\rm r}(t) + k_a \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2} x_{\rm r}(t) + k_f \operatorname{sgn}\left[\frac{\mathrm{d}x_{\rm r}(t)}{\mathrm{d}t}\right]$$
(12)

联合式(10)和式(11),在前馈补偿作用下,电 机位移跟踪误差 e 的频域表达式为

$$E(s) = S_{p}(k_{d} + b - k_{v})sX_{r}(s) + S_{p}(m - k_{a})s^{2}X_{r}(s) + S_{p}\frac{(c - k_{f}) \cdot \operatorname{sgn}[sX_{r}(s)]}{s}$$
(13)

参考位移的能量主要集中低频段<sup>[27]</sup>.在频域 内,有 s→0.对于电机位移跟踪误差,速度前馈参 数 k, 整定不精准时,有

$$E(s) \approx S_{p}(k_{d} + b - k_{v})sX_{r}(s) \qquad (14)$$

速度前馈参数 k, 整定精准后,加速度前馈参数 k, 整定不精准时,有

$$E(s) \approx S_{p}(m - k_{a})s^{2}X_{r}(s)$$
(15)

速度前馈参数 k<sub>v</sub>和加速度前馈参数 k<sub>a</sub> 整定 精准后,库仑摩擦前馈参数 k<sub>f</sub> 整定不精准时,有

$$E(s) \approx S_{p} \frac{(c - k_{f}) \cdot \operatorname{sgn}[sX_{r}(s)]}{s}$$
(16)

即前馈参数需按速度前馈参数  $k_v$ 、加速度前 馈参数  $k_a$ 、库仑摩擦前馈参数  $k_f$  顺序整定. 故电 机跟踪误差可以映射至参考位移一阶微分项(速 度)v、参考位移二阶微分项(加速度)a、由参考位 移一阶微分决定的符号函数项(库仑摩擦)f. 即有 误差特征向量  $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3,$ 其具体表达式为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Psi}_{1} = \frac{\mathrm{d}x_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} = v \\ \boldsymbol{\Psi}_{2} = \frac{\mathrm{d}^{2}x_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t^{2}} = a \\ \boldsymbol{\Psi}_{3} = \mathrm{sgn}\left(\frac{\mathrm{d}x_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}\right) = f \end{cases}$$
(17)

为量化误差相关性,依照皮尔逊相关系数 (Pearson Correlation Coefficient),定义电机位移 跟踪误差与参考位移轨迹一阶微分项(速度)之间 的相关系数  $\rho_v$ 、电机位移跟踪误差与参考位移二 阶微分项(加速度)之间的相关系数  $\rho_a$ 、电机位移 跟踪误差信号与参考位移一阶微分决定的符号函 数项(库仑摩擦)之间的相关系数  $\rho_f$  分别为

$$\bar{e}_{i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} e_{i}, \bar{v}_{i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} v_{i}$$
$$\bar{a}_{i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} a_{i}, \bar{f}_{i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} f_{i}$$

$$\rho_{v} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (e_{i} - \bar{e}_{i})(v_{i} - \bar{v}_{i})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (e_{i} - \bar{e}_{i})^{2}} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (v_{i} - \bar{v}_{i})^{2}}} \in [-1,1]$$

$$\rho_{a} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (e_{i} - \bar{e}_{i})(a_{i} - \bar{a}_{i})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (e_{i} - \bar{e}_{i})^{2}} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (a_{i} - \bar{a}_{i})^{2}}} \in [-1,1]$$

$$\rho_{f} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (e_{i} - \bar{e}_{i})(f_{i} - \bar{f}_{i})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (e_{i} - \bar{e}_{i})^{2}} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (f_{i} - \bar{f}_{i})^{2}}} \in [-1,1]$$
(18)

式中n为信号向量的长度.

相关系数  $\rho_{v,a,f}$  的数值表示电机位移跟踪误 差 e 与误差特征向量( $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3$ )之间线性关系 的强度和方向,具体数值对应含义如下表 1 所示.

表 1 相关系数  $\rho_{v,a,f}$  数值含义 Table 1 The significance of the values of  $\rho_{v,a,f}$ 

	0 1 °,«,)
Range of $\rho_{v,a,f}$	The relationship between $e$ and $\pmb{\Psi}$
$0.9 \sim 1.0$	Very strong positive correlation
$0.7 \sim 0.9$	Strong positive correlation
$0.5 \sim 0.7$	Moderate positive correlation
$0.3 \sim 0.5$	Weak positive correlation
$0.1 \sim 0.3$	Very weak positive correlation
0.0	No correlation
$-0.1 \sim -0.3$	Very weak negative correlation
$-0.3 \sim -0.5$	Weak negative correlation
$-0.5 \sim -0.7$	Medium negative correlation
$-0.7 \sim -0.9$	Strong negative correlation
$-0.9 \sim -1.0$	Very strong negative correlation

#### 2.3 基于相关系数更新的迭代前馈整定方法

结合式(14)~(18),前馈参数的整定质量直接 影响电机位移跟踪误差的补偿效果,并直接反映在 对应误差相关系数的数值上.当误差相关系数呈现 正相关时,该前馈参数对相应的误差特征向量的补 偿程度不足.当误差相关系数呈现负相关时,该前 馈参数对所相应的误差特征向量的补偿过高.当误 差相关系数约为0时,该前馈参数对所相应的误差 特征向量的补偿程度达到最佳状态.因此,可以通 过误差相关系数的更新计算,采用二分法进行各项 前馈补偿参数的迭代整定,从而实现对直线伺服系 统位移跟踪误差的有效补偿.基于相关系数更新的 迭代前馈整定算法流程如表 2 所示.

#### 表 2 基于相关系数更新的迭代前馈整定算法流程

Table 2Flow chart of iterative feedforward tuningalgorithm based on correlation coefficient updating

Step	Specific implementation content		
1	Initialize $k_a$ , $k_v$ , $k_f = 0$ , number of iterations $i = 0$		
2	Set the maximum number of iterations to $M$ ,		
	the allowable error boundary to $p$ ,		
	and the correlation coefficient threshold to $\boldsymbol{q}_v$ , $\boldsymbol{q}_a$ , $\boldsymbol{q}_f$		
3	For $i < M$		
	(1) The motor does positioning motion.		
	(2)Perform simultaneous acquisition of motor displacement		
	tracking error $e$ and feature vector $v$ , $a$ , $f$		
4	Calculate and update each correlation coefficient $\rho_v$ , $\rho_a$ , $\rho_f$		
5	if $\left \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{v}}\right {\geq}\boldsymbol{q}_{\boldsymbol{v}}$ then Change $\boldsymbol{k}_{\boldsymbol{v}}$ by dichotomy		
6	if $ \rho_a  \ge q_a$ then Change $k_a$ by dichotomy		
7	if $ \rho_f  \ge q_f$ then Change $k_f$ by dichotomy		
8	End if $i + +$		
9	if $\max(e) \le p$ then End the iterative tuning of feedforward parameters		
10	End if		
11	End		

### 3 方案验证

#### 3.1 仿真验证

在 Simulink 中搭建如图 1 所示的"前馈+ PI-D 反馈"直线伺服系统. 直线伺服系统的位置环 闭环带宽为 60 Hz. 位移反馈信号分辨率为 1 μm. 参考位移采用 S 型曲线轨迹,相关波形如图 2 所 示. 仿真系统的电机参数、控制参数、参考位移参数 设置如表 3 所示.

根据表 1 可知,相关系数  $\rho_{v,a,f}$  的绝对值越 小,说明电机位移跟踪误差与该误差特征向量相关 性越弱,对应前馈参数整定效果越好.在基于相关 系数更新的迭代前馈整定算法中,需要预先设置合 适的相关系数边界  $q_{v,a,f}$ ,从而保证迭代前馈整定 的补偿效果良好.因为参考位移轨迹一阶微分项 (速度) $\Psi_1$ 和参考位移一阶微分决定的符号函数项 (库仑摩擦) $\Psi_3$ 形状相似,但数量级不同.故可选取  $q_{v,f}=0.2$ ,在保证速度前馈参数、库仑摩擦前馈参 数良好调节的基础上,给速度前馈参数、库仑摩擦 前馈参数留有调节裕量.选取  $q_a = 0.05$ ,能够精准 调节加速度前馈系数.继而,能够依据表 2 所示的 基于相关系数更新的迭代前馈整定算法,按照速度 前馈参数  $k_v$ 、加速度前馈参数  $k_a$ 、库仑摩擦前馈参 数  $k_f$  顺序迭代整定.



表 3 仿真系统参数 Table 3 Parameters of simulation model

Item	Value	Unit
The mass of the actor, $m_{\rm m}$	1.1	kg
The mass of load, $m_1$	3.15	kg
Viscous damping coefficient, $b$	20	$N \cdot s/m$
Coulomb friction coefficient, $c$	10	Ν
Thrust constant, $K_{\rm T}$	10.355	N/A
Limit of current	12	А
Sampling period (position loop)	250	$\mu s$
Period of current lag	500	$\mu s$
Maximum displacement, $x_{\max}$	0.045	m
Maximum velocity, $v_{\max}$	0.2	m/s
Maximum acceleration, $a_{\text{max}}$	5	$m/s^2$
Maximum jerk, $j_{\text{max}}$	250	$m/s^3$

图 3 展示了按照表 2 进行迭代前馈整定时,不同前馈参数整定情况下电机位移跟踪误差仿真结果.

由图 3(a) 可得, 当不采用前馈控制器( $k_{v,a,f} = 0$ ) 时, 电机位移跟踪误差与参考位移轨迹一阶微分项 (速度) 形状相似( $\rho_v \approx 1$ ). 由图 3(b) 可得, 当速度 前馈参数整定良好( $k_v = 2180, k_{a,f} = 0$ )时, 电机位 移跟踪误差与参考位移轨迹二阶微分项(加速度) 形状相似( $\rho_v = 0.18, \rho_a = 0.97$ ). 由图 3(c)可得, 当 速度, 加速度前馈参数整定良好( $k_v = 2180, k_a = 4$ ,  $k_f = 0$ )时, 电机位移跟踪误差与参考位移一阶微分 决定的符号函数项(库仑摩擦)形状相似( $\rho_v =$  $0.82, \rho_a = 0.01, \rho_f = 0.93$ ). 虽然  $\rho_v 与 \rho_f$  数值相 似, 但是电机位移跟踪误差在零速切换时刻的陡峭 程度与库仑摩擦特征信号更接近. 由图 3(d) 可得, 当前馈参数充分整定后( $k_v = 2180, k_a = 4, k_f =$ 



Fig. 3 Simulation results of displacement tracking error of the linear motor

10),电机位移跟踪误差几乎完全收敛,误差呈现噪 声特性.此时电机位移跟踪误差信号与各误差分量 特征向量几乎没有相关性( $\rho_v = 0.18, \rho_a = 0.05$ ,  $\rho_f = 0.09$ ).这说明在表 2 所示的基于误差相关系 数更新的迭代前馈整定作用下,电机位移跟踪误差 明显降低.

上述仿真结果验证了直线伺服系统电机位移 跟踪误差分析的正确性,以及基于误差相关系数更 新进行迭代前馈整定的有效性.

#### 3.2 实验验证

图 4 展示了微米级直线伺服运动平台.直线电 机模组由智赢永磁同步直线电机、伺服控制器、高 创驱动器以及雷尼绍光栅尺组成.智赢永磁同步直 线电机参数如表 4 所示.直线伺服系统实验控制系 统参数、参考位移相关参数、迭代前馈整定相关系数 边界参数与仿真一致.雷尼绍光栅尺精度为 1 μm.





#### 表 4 智赢永磁同步直线电机参数



Item	Value	Unit
Stator resistance, $R_s$	4.33	Ω
D-axis inductance, $L_{d}$	19.7	mH
Q-axis inductance, $L_q$	19.7	mH
The flux linkage of a permanent magnet, $\psi_f$	70.3	$\mathbf{m} \cdot \mathbf{W} \mathbf{b}$
Acion mass, $m_{\rm m}$	1.1	kg
The mass of load, $m_1$	3.15	kg
Thrust constant, $K_{\rm T}$	10.355	N/A
Rated voltage, $V_{\rm n}$	220	V
Rated power, $P_n$	103.9	W
Limit of current	12	А

图 5 展示了电机的实际运行速度波形图.由图 5 可知,直线伺服系统运行稳定.

图 6 展示了按照表 2 进行迭代前馈整定时,不同前馈参数整定情况下电机位移跟踪误差实验结果. 由图 6(a)可得,当不采用前馈控制器( $k_{v,a,f}$  = 0)时,电机位移跟踪误差与参考位移轨迹一阶微分项(速度)形状相似( $\rho_v$  = 0.98, $\rho_a$  = -0.005, $\rho_f$  = 0.017).电机位移跟踪误差最大值为 619  $\mu$ m,电机位移跟踪误差非零均方根值为 447  $\mu$ m. 由图 6(b)



可得,当速度前馈参数整定良好( $k_{x} = 148511$ , katf=0)时,电机位移跟踪误差与参考位移轨迹二 阶微分项(加速度)形状相似( $\rho_n = 0.16, \rho_n = 0.63$ , ρ<sub>f</sub>=0.15). 电机位移跟踪误差最大值为 71 μm, 电 机位移跟踪误差非零均方根值为 25 µm. 由图 6(c) 可得,当速度、加速度前馈参数整定良好(k<sub>x</sub>=148  $511, k_a = 446, k_f = 0$ )时,电机位移跟踪误差与参考 位移一阶微分决定的符号函数项(库仑摩擦)形状 相似( $\rho_{x}=0.12, \rho_{a}=0.03, \rho_{f}=0.66$ ). 电机位移跟 踪误差最大值为 26 μm,电机位移跟踪误差非零均 方根值为17 μm. 由图 6(d)可得,充分整定前馈参 数 $(k_v = 148511, k_a = 446, k_f = 1011)$ 后, 电机位移 跟踪误差最大值为7 μm,电机位移跟踪误差非零 均方根值为 3 µm. 此时电机位移跟踪误差信号与 各误差分量特征向量几乎没有相关性( $\rho_n = 0.06$ ,  $\rho_a = 0.03, \rho_f = -0.13$ ).

在不考虑直线电机齿槽效应和端部效应带来 的推力波动的基础上,上述实验结果与仿真结果存 在一致性,验证了直线伺服系统位移跟踪误差分析 的正确性和迭代前馈整定方法的有效性.为高性能 直线伺服系统的前馈参数自动整定算法设计提供 了理论基础.

#### 4 结论

本文以受非线性摩擦力的直线伺服系统为研 究对象,针对非线性摩擦力带来的电机位移跟踪误 差的量化与设计补偿困难的问题,提出一种基于误 差相关系数更新的迭代前馈整定策略.相较于需要 复杂模型的自适应鲁棒控制和需要大量数据的智 能控制,本文所设计的基于误差相关系数更新的迭 代前馈整定策略采取较为简单的"黏滞摩擦+库仑 摩擦"的非线性模型,并将非线性摩擦力引起的电 机位移跟踪误差与参考位移引起的电机位移跟踪 误差联系起来,结合迭代前馈整定的学习能力,有 效提高直线伺服系统的位移跟踪精度.将基于误差 相关系数更新的迭代前馈策略应用到受非线性摩 擦的微米级直线运动实验平台上,实验结果表明, 此策略显著降低了电机位移跟踪误差,本文的研究 可以用于受到非线性干扰的直线伺服系统电机位 移跟踪误差分析与补偿,简单有效地提高直线伺服 系统电机位移跟踪精度,具有良好的工程意义.

## 参考文献

nese)

- [1] 赵玫, 左思承, 魏尧, 等. 横向磁通永磁直线电机 结构及其关键问题综述 [J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(22): 7806-7820.
  ZHAO M, ZUO S C, WEI Y, et al. Overview of structure and key problems for transverse flux permanent magnet linear machine [J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(22): 7806-7820. (in Chi-
- [2] 周游,石超杰,曲荣海等.磁场调制永磁直线电机拓 扑研究综述[J].中国电机工程学报,2021,41(4): 1469-1484,1552.

ZHOU Y, SHI C, QU R H, et al. Overview of flux-modulation linear permanent magnet machines [J]. Proceedings of the Chinese Society of Electrical Engineering. 2021, 41(4): 1469-1484, 1552. (in Chinese)

 [3] 沈燚明, 卢琴芬. 初级励磁型永磁直线电机研究现 状与展望[J]. 电工技术学报, 2021, 36(11): 2325-2343.

> SHEN Y M, LU Q F. Overview of permanent magnet linear machines with primary excitation [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2021, 36(11): 2325-2343. (in Chinese)

- [4] 武志涛,李帅,程万胜.基于扩展滑模扰动观测器的永磁直线同步电机定结构滑模位置跟踪控制[J].
   电工技术学报,2022,37(10):2503-2512.
   WU Z T, LI S, CHENG W S. Fixed structure sliding mode position tracking control for permanent magnet linear synchronous motor based on extended sliding mode disturbance observer [J]. Transactions
- of China Electrotechnical Society, 2022, 37 (10): 2503-2512. (in Chinese)
  [5] IWASAKI M, SEKI K, MAEDA Y. High-precision motion control techniques: a promising approach to improving motion performance [J]. IEEE

Industrial Electronics Magazine, 2012, 6(1): 32-40.

- [6] 宋法质,刘杨. 精密运动系统迭代前馈控制方法及应用[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2022.
  SONG F Z, LIU Y. Iterative feedforward control with applications in precision motion systems [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2022. (in Chinese)
- [7] BUTLER H. Adaptive feedforward for a wafer

stage in a lithographic tool [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013, 21 (3): 875-881.

- [8] 张彦龙. 永磁同步直线电机误差补偿及前馈控制技术研究[D]. 太原:中北大学,2016.
  ZHANG Y L. The research of the error compensation and the technology of feedforward control for the permanent magnet synchronous linear motor [D]. Taiyuan: North University of China, 2016. (in Chinese)
- [9] DAI L Y, LI X, ZHU Y, et al. Auto-tuning of model-based feedforward controller by feedback control signal in ultraprecision motion systems [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 142: 106764.
- [10] DAI L Y, LI X, ZHU Y, et al. Quantitative tracking error analysis and feedforward compensation under different model-based feedforward controllers in different control architectures [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(1): 381-390.
- [11] DAI L Y, LI X, ZHU Y, et al. The generation mechanism of tracking error during acceleration or deceleration phase in ultraprecision motion systems
   [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66(9): 7109-7119.
- [12] 戴禄爻,李鑫,朱煜等.超精密运动系统跟踪误差定量分析[J].中国电机工程学报,2019,39(16):4910-4918,4993.

DAI L Y, LI X, ZHU Y, et al. Quantitative analysis on tracking errors in ultra-precision motion systems[J]. Proceedings of the Chinese Society of Electrical Engineering. 2019, 39(16): 4910-4918, 4993. (in Chinese)

- [13] MARTON L, LANTOS B. Modeling, identification, and compensation of stick-slip friction [J].
   IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2007, 54(1): 511-521.
- [14] MARTON L. On analysis of limit cycles in positioning systems near Striebeck velocities [J]. Mechatronics, 2008, 18(1): 46-52.
- [15] 王瑞娟,梅志千,李向国等.机电伺服系统非线性摩擦自适应补偿的研究[J].中国电机工程学报,2012, 32(36):123-129,4.

WANG R J, MEI Z Q, LI X G, et al. Research on adaptive nonlinear friction compensation of mechatronic servo systems[J]. Proceedings of the Chinese Society of Electrical Engineering. 2012,32(36):123 -129, 4. (in Chinese)

- [16] 方馨,王丽梅,张康.基于扰动观测器的永磁直线电机高阶非奇异快速终端滑模控制[J].电工技术学报,2023,38(2):409-421.
- [17] 罗刚,王永富,柴天佑,等.基于区间二型模糊摩 擦补偿的鲁棒自适应控制[J].自动化学报,2019, 45(7):1298-1306.

LUO G, WANG Y F, CHAI T Y, et al. Robust adaptive control based on interval type-2 fuzzy friction compensation [J]. Acta Automatica Sinica, 2019, 45(7): 1298-1306. (in Chinese)

[18] 赵希梅,郭庆鼎.为提高轮廓加工精度采用 DOB 和 ZPETC 的直线伺服鲁棒跟踪控制[J].电工技术学 报,2006,21(6):111-114,126.

> ZHAO X M, GUO Q D. Linear servo robust tracking control based on DOB and ZPETC to improve the contour machining precision [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2006, 21(6): 111 -114, 126. (in Chinese)

- [19] LUL, YAO B, WANG Q F, et al. Adaptive robust control of linear motor systems with dynamic friction compensation using modified LuGre Model [C]//2008 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics. New York: IEEE, 2008: 961-966.
- [20] FREIDOVICH L, ROBERTSSON A, SHIRIAEV
   A, et al. LuGre-model-based friction compensation
   [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2010, 18(1): 194-200.
- [21] 魏惠芳, 王丽梅. 永磁直线同步电机自适应模糊神 经网络时变滑模控制[J]. 电工技术学报, 2022, 37

(4): 861-869.

WEI H F, WANG L M. Adaptive fuzzy neural network time-varying sliding mode control for permanent magnet linear synchronous motor [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2022, 37 (4): 861-869. (in Chinese)

- [22] SONG F Z, LIU Y, XU J X, et al. Iterative learning identification and compensation of space-periodic disturbance in PMLSM systems with time delay [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(9): 7579-7589.
- [23] SONG F Z, LIU Y, XU J X, et al. Data-driven iterative feedforward tuning for a wafer stage: a high-order approach based on instrumental variables [J].
   IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66(4): 3106-3116.
- [24] BOEREN F, OOMEN T, STEINBUCH M. Accuracy aspects in motion feedforward tuning [C]// 2014 American Control Conference. New York: IEEE, 2014: 2178-2183.
- [25] ARMSTRONG-HELOUVRY B. Control of machines with friction [M]. New York: Springer, 2012.
- [26] WANG S Z, HONG L, JIANG J. Characteristics of stick-slip oscillations in dry friction backward whirl of piecewise smooth rotor/stator rubbing systems
   [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 135: 106387.
- [27] TUNG E D, TOMIZUKA M. Feedforward tracking controller design for high-speed motion control [J].
   IFAC Proceedings Volumes, 1993, 26(2): 299-302.