

# 面向二维轨迹跟踪的精密运动台定量反馈 交叉耦合控制方法\*

高殿淳 黄嘉聪 吴锡鹏 宋法质<sup>†</sup>

(哈尔滨工业大学 超精密光电仪器工程研究所, 哈尔滨 150001)

**摘要** 高端制造业中对零件精度的需求逐级提高, 衍生出高精度轮廓控制的需求, 双轴精密运动平台由于其结构刚度高, 控制频宽等优点, 被广泛应用于数控设备中. 本文首先基于双轴运动台的动力学模型, 为解耦后的单轴系统设计了前馈反馈相结合的复合控制方法. 其次基于切线逼近的轮廓误差模型, 对交叉耦合控制策略的框图进行求解, 获得了有无交叉耦合控制器的轮廓误差传递函数, 并建立了等效反馈回路. 再次, 分别使用 PID 调试与定量反馈的方法为时变等效受控对象设计了交叉耦合控制器, 并验证定量反馈交叉耦合控制器满足了设计条件. 最后通过输入不同参考轨迹, 仿真验证定量反馈交叉耦合控制相较于 PID 型交叉耦合控制在轨迹跟踪性能和适应不同轨迹的优越性.

**关键词** 双轴运动台, 轮廓控制, 交叉耦合控制, 定量反馈理论

**中图分类号**: TP23

**文献标志码**: A

## A Quantitative Feedback Cross-Coupling Control Method for Precision Motion Stages Oriented to Two-Dimensional Trajectory Tracking\*

Gao Dianchun Huang Jiacong Wu Xipeng Song Fazhi<sup>†</sup>

(Institute of Ultra-Precision Optoelectronic Instrumentation Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract** The demand for part accuracy in high-end manufacturing is increasing steadily, thereby driving the demand for high-precision contour control. The dual-axis precision motion stage is widely used in CNC equipment due to its advantages of high structural rigidity and wide control frequency. In this paper, we first present a composite control method combining feed-forward and feedback for a decoupled single-axis system based on the dynamics model of the dual-axis motion stage. Secondly, the contour error model of tangent approximation is employed to solve the block diagram of the cross-coupled control strategy, thereby obtaining the contour error transfer function with or without cross-coupling controller and establishing the equivalent feedback loop. Once more, cross-coupled controllers are designed for time-varying equivalent controlled objects using PID debugging and quantitative feedback methods, respectively. It is demonstrated that the quantitative feedback cross-coupled controllers satisfy the design conditions. Ultimately, by inputting different reference trajectories, simulation verifies the superiority of quantitative feedback cross-coupled control compared with PID-type cross-coupled control in terms of trajectory tracking performance and adaptation to different trajectories.

**Key words** dual-axis motion table, contour control, cross-coupled control, quantitative feedback theory

2024-08-29 收到第 1 稿, 2024-10-10 收到修改稿.

\* 国家自然科学基金资助项目(52375530), National Natural Science Foundation of China(52375530).

<sup>†</sup> 通信作者 E-mail: fazsong@hit.edu.cn

## 引言

随着国内对高端制造业发展的愈发重视,国务院将先进制造技术列为重点领域与优先主题,确立了多项重大专项.高精度的计算机数控系统(Computer Numerical Control, CNC)作为高端智能装备,其研究在先进制造业的发展中占有重要地位.轮廓控制作为数控技术的关键组成部分,一直为国内外学者的研究热点.轮廓跟踪控制不同于单轴轨迹跟踪控制,其重心不再是单纯地降低单轴跟踪误差,降低轮廓误差也同样重要.

轮廓误差无法直接通过传感器测量获得,需要通过单轴跟踪误差对其估计.针对轮廓误差估计问题, Yeh 等<sup>[1]</sup>使用期望位置点的切线来近似期望轨迹,该方法的优势为其将轮廓误差估计转化为点与直线距离的简便运算, Hu<sup>[2]</sup>提出了参数轮廓解析法,其将任务坐标系建立在实际位置点上而非跟踪轨迹点上,实现了跟踪误差与轮廓误差的分解. Wang 等<sup>[3]</sup>使用了迭代搜索法,建立了实际位置点到被跟踪轨迹点的距离函数,对其牛顿迭代在线求解最小值,利用数值迭代获得最接近的轮廓误差估计. Li 等<sup>[4]</sup>提出了一种基于长短期记忆神经网络的轮廓误差估计方法,其通过对每个轴进行建模以预测跟踪误差、计算实际轨迹、估计轮廓误差并修改参考轨迹实现.上述轮廓误差估计方法各有利弊,本文基于切线逼近法估计轮廓误差,从而进一步研究轮廓控制问题.

针对多轴系统的运动耦合问题,需要在单轴跟踪控制的基础上,设计变增益交叉耦合控制器,对轮廓误差进行实时补偿. Kang 等<sup>[5]</sup>提出了一种基于耦合模型的新型自适应轮廓控制器,其结合了强大的投影自适应法则,可实现高精度轮廓性能. Chen 等<sup>[6]</sup>引入自适应控制,提出一种鲁棒自适应率,确保了轴的跟踪性能,减小了系统模型误差与干扰对系统的影响,提升了轮廓控制系统的同步性与稳定性. Hsieh 等<sup>[7]</sup>提出了一种名为迭代学习轮廓控制的新型迭代学习算法,并在不同速度的圆形路径和 B 样条路径验证了方法的有效性. Jiang 等<sup>[8]</sup>提出了一种轮廓误差的预测控制方法,建立了轮廓误差的线性二次方性能指标函数,并在有限域内以滚动优化的形式不断优化控制目标的性能. Ji 等<sup>[9]</sup>提出了一种基于模糊 PID 的交叉耦合控制器,并在实验中证明所提策略获得的最优增益参数

可以显著提高轮廓控制精度.

定量反馈理论(Quantitative Feedback Theory, QFT)是一种强调使用反馈来实现期望性能的鲁棒控制设计技术,对控制器进行离线设计,即使在存在系统不确定性的情况下,也能达到设计目标. QFT 广泛应用于工程领域,特别是在控制系统中,以确保系统在不同条件下保持稳定并按预期运行. 本文将交叉耦合控制与定量反馈理论相结合,以 H 桥双轴运动台为研究对象,最后仿真验证所设计交叉耦合控制器,相比较于传统方法,既增加轮廓精度,又满足任意轨迹的输入条件的优势.

## 1 H 桥双轴运动台系统与单轴控制策略

H 桥双轴运动台由横梁与两侧的直线电机组成, Y 方向两直线电机的定子固定在平台上,而转子则与 X 轴横梁刚性连接. 两直线电机导轨平行,其运动方向也平行,共同驱动横梁沿 Y 轴进行直线运动. X 轴直线电机的定子固定在横梁上,转子安装在工作头上使其沿 X 轴进行直线运动.

通过力与力矩方程,将该耦合系统解耦为 X, Y 两单轴系统,由于机电系统结构特性,在系统中高频段存在机械谐振峰,定义单轴受控对象传递函数为:

$$P(s) = \frac{1}{ms^2} + \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{s^2 + 4\pi x_i f_i s + (2\pi f_i)^2} \quad (1)$$

式中,  $i = 0, 1, 2, \dots, m$  为等效动子质量,  $K_i$  为谐振增益,  $x_i$  为谐振阻尼比,  $f_i$  为谐振频率.

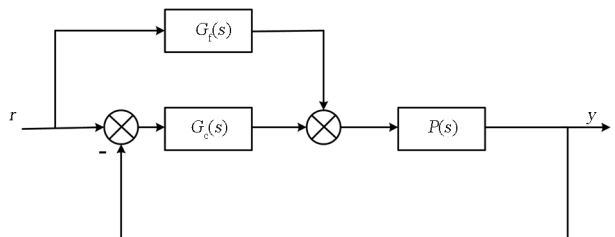


图1 单轴控制系统框图

Fig. 1 Block diagram of single-axis control system

单轴系统的控制策略使用反馈与前馈相结合的复合控制方法,其控制框图如图1所示,由于等效动子质量无法准确获得,因此前馈补偿器选择为  $G_f(s) = 0.85 \text{ ms}^2$ , PID 型反馈控制器<sup>[10]</sup>形式如下:

$$G_c(s) = K_p \left( \frac{s + 2\pi f_i}{s} \right) \left( \frac{s}{2\pi f_d} + 1 \right) \times \left[ \frac{(2\pi f_{lp})^2}{s^2 + 2z_{lp}(2\pi f_{lp})s + (2\pi f_{lp})^2} \right] \quad (2)$$

式中,  $f_{bw}$  为期望带宽,  $f_i = f_{bw}/\alpha^2$  为积分频率,  $f_d = f_{bw}/\alpha$  为微分频率,  $\alpha$  为各频率比值,  $f_{lp} = \alpha f_{bw}$  为低通滤波器截止频率,  $z_{lp}$  为低通滤波器阻尼比,  $K_p = m(2\pi f_{bw})^2/\alpha$  为比例增益。

X 轴单自由度受控对象与反馈控制器仿真参数如表 1 所示。

表 1 X 轴受控对象与反馈控制器仿真参数  
Table 1 X-axis controlled objects and feedback controller simulation parameters

| Parameter                      | Symbol     | Value  |
|--------------------------------|------------|--------|
| Actuator equivalent mass       | $m_s$      | 24 kg  |
| First resonant amplitude       | $K_{x1}$   | 0.013  |
| First resonance damping ratio  | $x_{x1}$   | 0.040  |
| First resonant frequency       | $f_{x1}$   | 150 Hz |
| Second resonant amplitude      | $K_{x2}$   | 0.0023 |
| Second resonance damping ratio | $x_{x2}$   | 0.018  |
| Second resonant frequency      | $f_{x2}$   | 292 Hz |
| Third resonant amplitude       | $K_{x3}$   | 0.0018 |
| Third resonance damping ratio  | $x_{x3}$   | 0.027  |
| Third resonant frequency       | $f_{x3}$   | 510 Hz |
| Expected bandwidth             | $f_{xbw}$  | 50 Hz  |
| Ratio of each frequency        | $\alpha_x$ | 3      |

Y 轴单自由度受控对象与反馈控制器仿真参数如表 2 所示。

表 2 Y 轴受控对象与反馈控制器仿真参数  
Table 2 Y-axis controlled objects and feedback controller simulation parameters

| Parameter                      | Symbol     | Value  |
|--------------------------------|------------|--------|
| Actuator equivalent mass       | $m_y$      | 30 kg  |
| First resonant amplitude       | $K_{y1}$   | 0.018  |
| First resonance damping ratio  | $x_{y1}$   | 0.0432 |
| First resonant frequency       | $f_{y1}$   | 182 Hz |
| Second resonant amplitude      | $K_{y2}$   | 0.0021 |
| Second resonance damping ratio | $x_{y2}$   | 0.0531 |
| Second resonant frequency      | $f_{y2}$   | 302 Hz |
| Expected bandwidth             | $f_{ybw}$  | 50 Hz  |
| Ratio of each frequency        | $\alpha_y$ | 3      |

## 2 PID 型交叉耦合控制策略

### 2.1 切线逼近轮廓误差模型

切线逼近轮廓误差将轮廓误差估计转化为点

与直线距离的简便运算, 则该轮廓误差模型所估计的轮廓误差为当前时刻实际位置点到当前时刻期望位置点切线的最短距离, 如图 2 所示。

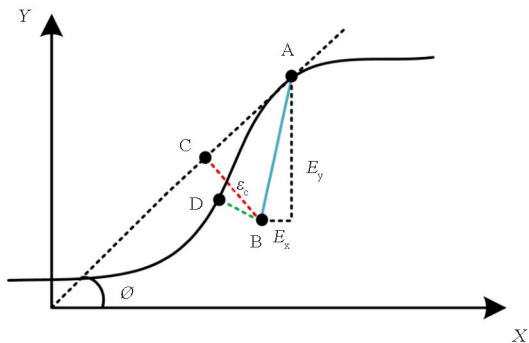


图 2 切线逼近轮廓误差模型

Fig. 2 Tangent approximation contour error model

如图 2 所示,  $BD$  为实际轮廓误差,  $AB$  为跟踪误差,  $BC$  为估计轮廓误差, 其中  $X, Y$  轴跟踪误差可由传感器直接测得, 通过几何关系以获得估计轮廓误差, 其形式如下:

$$\epsilon_c = E_y \cos\varphi - E_x \sin\varphi \quad (3)$$

式中,  $e_x, e_y$  为  $X, Y$  轴跟踪误差,  $\epsilon_c$  为估计轮廓误差。

### 2.2 变增益交叉耦合等效模型

变增益交叉耦合控制的结构如图 3 所示, 其目的是使耦合增益可以随着轮廓输入的变化而随时调节, 以实时补偿轮廓误差。

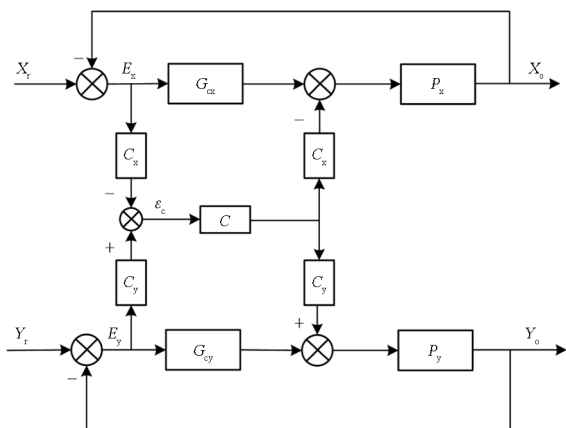


图 3 变增益交叉耦合控制框图

Fig. 3 Block diagram of variable gain cross-coupling control

图 3 中,  $G_{cx}, G_{cy}$  为  $X, Y$  单轴控制器,  $P_x, P_y$  为  $X, Y$  轴受控对象,  $C$  为交叉耦合控制器,  $C_x, C_y$  为交叉耦合增益。由式(3)得:

$$C_x = \sin\varphi, C_y = \cos\varphi \quad (4)$$

交叉耦合控制器的设计为交叉耦合控制的关键

键,对框图 3 在以下情况下求解。

当  $C=0$  时,即无耦合控制器时,定义轮廓误差为  $\epsilon_0$ ,其为:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{(1+P_y G_{cy})(1+P_x G_{cx})} \cdot [-(1+P_y G_{cy})C_x \quad (1+P_x G_{cx})C_y] \begin{pmatrix} X_r \\ Y_r \end{pmatrix} \quad (5)$$

当  $C \neq 0$  时,即存在交叉耦合控制器时,定义轮廓误差为  $\epsilon_c$ ,其为:

$$\epsilon_c = \frac{1}{(1+P_y G_{cy})(1+P_x G_{cx}) + (1+P_x G_{cx})CC_y^2 P_y + (1+P_y G_{cy})CC_x^2 P_x} \cdot [-(1+P_y G_{cy})C_x \quad (1+P_x G_{cx})C_y] \begin{pmatrix} X_r \\ Y_r \end{pmatrix} \quad (6)$$

令:

$$\begin{aligned} \alpha &= (1+P_x G_{cx})(1+P_y G_{cy}) \\ \beta &= (1+P_x G_{cx})CC_y^2 P_y + (1+P_y G_{cy})CC_x^2 P_x \end{aligned} \quad (7)$$

则将式(5)、式(6)简化为:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{\alpha} \cdot [-(1+P_y G_{cy})C_x \quad (1+P_x G_{cx})C_y] \begin{pmatrix} X_r \\ Y_r \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\epsilon_c = \frac{1}{\alpha + \beta} \cdot [-(1+P_y G_{cy})C_x \quad (1+P_x G_{cx})C_y] \begin{pmatrix} X_r \\ Y_r \end{pmatrix} \quad (9)$$

式(8)、式(9)具有相似结构,将此二式作比,得:

$$\epsilon_c = \frac{1}{1 + \frac{\beta}{\alpha}} \epsilon_0 = \frac{1}{1 + CK} \epsilon_0 = T \epsilon_0 \quad (10)$$

式中, $C$  为交叉耦合控制器, $K, T$  分别为:

$$K = \frac{(1+P_x G_{cx})C_y^2 P_y + (1+P_y G_{cy})C_x^2 P_x}{(1+P_y G_{cy})(1+P_x G_{cx})} \quad (11)$$

$$T = \frac{1}{1 + CK} \quad (12)$$

将轴间无耦合控制轮廓误差与交叉耦合控制轮廓误差建立关系,将其称为轮廓误差传递函数。该形式与反馈控制中灵敏度函数相似,因此定义等效反馈环节<sup>[11]</sup>如图 4 所示:



图 4 交叉耦合等效反馈框图

Fig. 4 Block diagram of cross-coupled equivalent feedback

等效反馈环节的建立为交叉耦合控制器  $C$  的设计提供了前提,在保证该等效回路稳定的情况下,减小轮廓误差的有效方法为在一定带宽下设计合理的交叉耦合控制器  $C$  使得该等效回路灵敏度函数幅值尽可能低。

## 2.3 PID 型交叉耦合控制器设计

在该等效系统中,等效受控对象  $K$  中含有的交叉耦合增益  $C_x, C_y$  中含有  $\sin\phi, \cos\phi$ ,其中  $\phi$  是随输入变化而变化的量,所以该等效受控对象为线性时变系统,为交叉耦合控制器  $C$  的设计造成了较大的困难。

普通 PID 控制器算法结构简单,容易实现,对于本文中的线性时变系统也适用。设计交叉耦合控制器  $C$  为 PID 控制器与低通滤波器串联,其形式为:

$$C(s) = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s} \cdot \frac{(2\pi f_{lp})^2}{s^2 + 4\pi z_{lp} f_{lp} s + (2\pi f_{lp})^2} \quad (13)$$

式中, $K_p, K_i, K_d$  分别为 PID 控制器的比例系数,积分系数与微分系数。 $f_{lp}, z_{lp}$  分别为滤波器截止频率与滤波器阻尼。

## 3 定量反馈交叉耦合控制

PID 型交叉耦合控制器在工程上广泛应用,但由上文推导等效受控对象  $K$  为线性时变系统,等效受控模型的参数随着输入轨迹的变化而变化,使得调试所得的参数只能满足单一轨迹的精度要求,具有较大的局限性。为了满足对任意轨迹的跟踪性能,本文引入了定量反馈思想以设计更优越的交叉耦合控制器。

### 3.1 定量反馈理论

定量反馈理论(QFT)方法是一种基于 Nichols 图的频域控制器设计方法,其针对系统模型的摄动,以定量的方式将其呈现,其为二自由度反馈控制系统,其框图如图 5 所示:

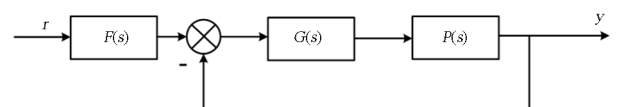


图 5 定量反馈控制系统框图

Fig. 5 Block diagram of quantitative feedback control system

其中  $P(s)$  为不确定性受控对象,  $r$  为系统参考输入,  $y$  为系统输出,  $G(s)$  为所设计闭环反馈控制器,  $F(s)$  为闭环前置滤波器. 在交叉耦合控制中, 将  $K$  视为受控对象,  $K$  中含有的时变项视为受控对象摄动. 由于该系统为等效系统, 前置滤波器  $F(s)$  并无实际意义, 故省略对其的设计.

定量反馈交叉耦合控制器基于时变等效受控对象设计, 等效受控对象中含有输入轨迹的信息  $C_x$ 、 $C_y$ , 其为输入轨迹各点与  $X$  轴的夹角的正余弦值. 将该有界的交叉耦合增益随输入的变化视作模型摄动, 基于此所设计的交叉耦合控制器相较于传统交叉耦合控制器具有较强的鲁棒性, 即各时刻受控对象都满足设计指标, 故该交叉耦合控制器可满足任意轨迹输入.

### 3.2 定量反馈交叉耦合控制器设计

定量反馈交叉耦合控制器设计流程如图 6 所示:

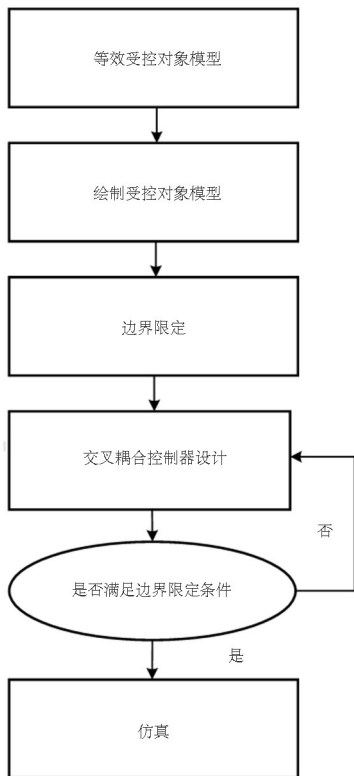


图 6 定量反馈交叉耦合控制器设计流程图

Fig. 6 Flowchart of quantitative feedback cross-coupled controller design

#### 3.2.1 等效受控对象模板绘制

在等效受控对象模板绘制阶段, 需要选择合适的频率向量, 其包括低频段与高频段, 使其满足低频段与全频段设计条件的同时, 降低计算量. 在被选择的各频率点处, 频域响应集合为设备样本<sup>[12]</sup>.

将式(11)写成以下形式:

$$K = \frac{C_x^2 P_x}{1 + G_{cx} P_x} + \frac{(1 - C_x^2) P_y}{1 + G_{cy} P_y} \quad (14)$$

式中  $C_x$  随输入变化而变化, 且  $C_x^2 \in [0, 1]$ , 将时变项范围限定为  $\phi \in [0, 0.5\pi]$ , 选取适合的样本, 使其在一定带宽下满足给定的灵敏度边界条件, 在全频段满足给定的稳定性边界条件.

选取:

$$\phi_i = 0:0.025\pi:0.5\pi$$

$$f_i = \{0.1, 0.5, 1, 10, 35, 100, 1000\}$$

根据选定频率, 遍历各时变参数以获得等效受控对象幅值与相位点, 各频率下的点集为该频率下的参数不确定性的等效受控对象模板 (Nichols 图), 如图 7 所示.

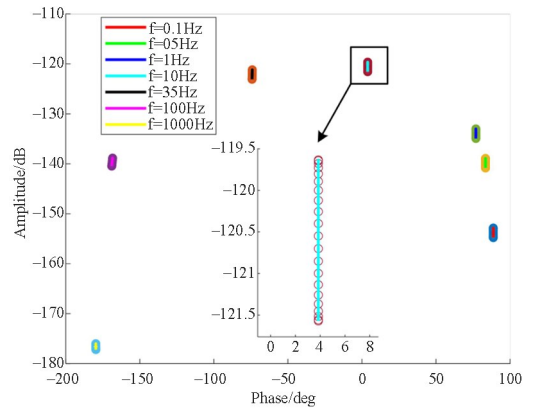


图 7 参数不确定受控对象的模板

Fig. 7 Templates for controlled objects with uncertain parameters

根据模板, 选取  $C_x = 0$ , 作为等效受控对象的标称参数, 则标称对象的传递函数为:

$$K_{\text{nominal}} = \frac{P_y}{1 + G_{cy} P_y} \quad (15)$$

#### 3.2.2 指标计算与边界限定

在一定带宽下, 等效反馈回路灵敏度小于 0 dB 可降低轮廓误差, 在所选频率的低频段给出灵敏度边界条件.

$$|S(j\omega)| = \left| \frac{1}{1 + C(j\omega)K(j\omega)} \right| \leq 0.4 \quad (16)$$

将灵敏度边界绘制在 Nichols 图中, 如图 8 所示.

各频率灵敏度边界重合, 要求所设计等效开环传递函数各频率点在此边界之上.

对于该等效回路, 满足全频段的稳定性要求且有足够的稳定裕度也是必要的. 由于等效系统无需限定下频率边界条件, 欲令等效系统稳定, 只需其在所选频率的全频段满足所设计的上频率边界条

件即可:

$$\left| \frac{C(j\omega)K(j\omega)}{1+C(j\omega)K(j\omega)} \right| \leq T_u(j\omega) \quad (17)$$

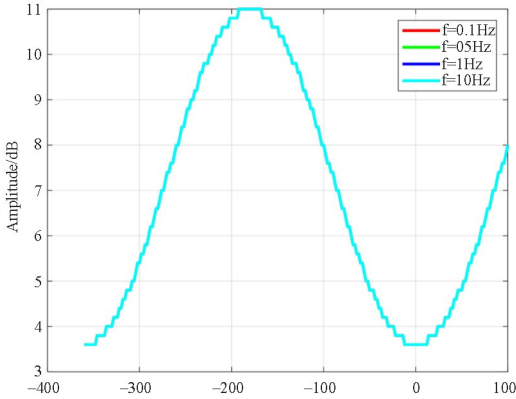


图8 灵敏度边界

Fig. 8 Sensitivity Boundary

闭环传递函数相位裕度是工程上衡量系统稳定性的重要指标. 最大超调量  $\sigma_p$  与相位裕度相关, 调整时间  $t_r$  在本系统中无实际意义, 对其限定较为随意. 限定  $\sigma_p = 1.06$ ,  $t_r \leq 0.05s$ , 零点  $s = 500$ , 根据二阶欠阻尼系统公式, 可得到系统上频率边界传递函数:

$$T_u(s) = \frac{806s + 403\ 225}{s^2 + 851s + 403\ 225} \quad (18)$$

其相位裕度较为充裕, 将稳定性边界绘制在 Nichols 图中, 如图 9 所示.

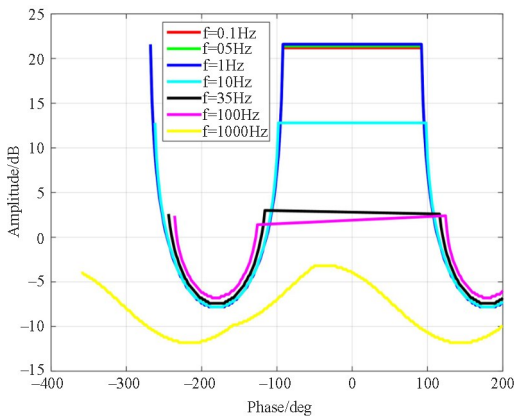


图9 稳定性边界

Fig. 9 Stability boundary

要求所设计等效开环传递函数各频率点在此边界之下, 满足稳定性边界相当于等效闭环系统具有充裕的相位裕度, 可保证等效系统的稳定性.

### 3.2.3 定量反馈控制器设计

由于该等效系统标称传递函数起始相位即为 90 度, 设计交叉耦合控制器为比例积分器:

$$C(s) = \frac{2.2 \times 10^9}{s} \quad (19)$$

则等效开环传递函数, 如图 10 所示.

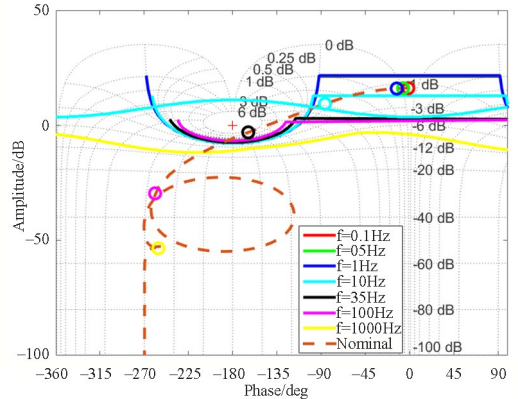


图10 等效开环传递函数与复合边界的 Nichols 图

Fig. 10 Nichols diagram of equivalent open-loop transfer function with composite boundary

由于在  $f = 35$  Hz 时, 等效开环传递函数频率点在稳定性边界之上, 不满足稳定性边界条件, 需对交叉耦合控制器重新设计, 调整其增益, 并增添零点, 结果如下:

$$C(s) = 2.75 \times 10^{11} \cdot \frac{(s + 374.4)^2}{s(s + 11230)^2} \quad (20)$$

调整后等效系统的开环传递函数 Nichols 图, 如图 11 所示:

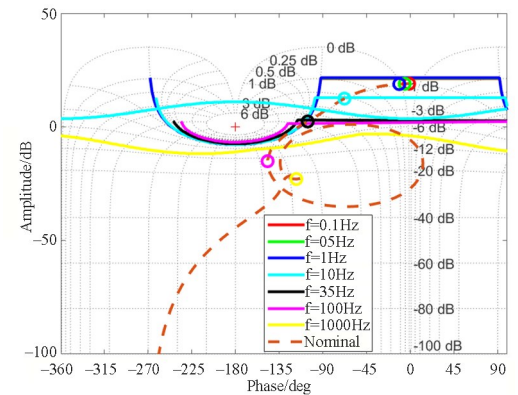


图11 调整后等效开环传递函数 Nichols 图

Fig. 11 Nichols diagram of adjusted equivalent open-loop transfer function

分析图 11, 调整后的等效开环传递函数满足灵敏度与稳定性条件.

### 3.3 仿真检验

所设计交叉耦合控制器满足灵敏度边界条件与稳定性边界条件, 当等效回路的灵敏度函数满足  $f \leq 10$  Hz 时, 其增益小于灵敏度边界. 分析图 12, 在灵敏度函数低于 0 dB 的频段, 轮廓误差均降低,

如图 12 所示。

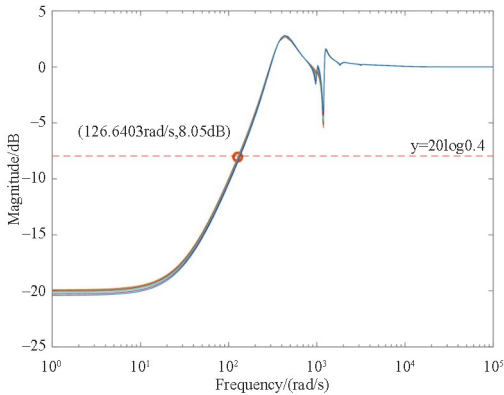


图 12 等效灵敏度(误差传递)函数 Bode 图

Fig. 12 Bode plot of equivalent sensitivity (error transfer) function

等效回路的标称闭环传递函数的幅值均在上频率边界之下,满足所选全频段的稳定性条件,如图 13 所示。

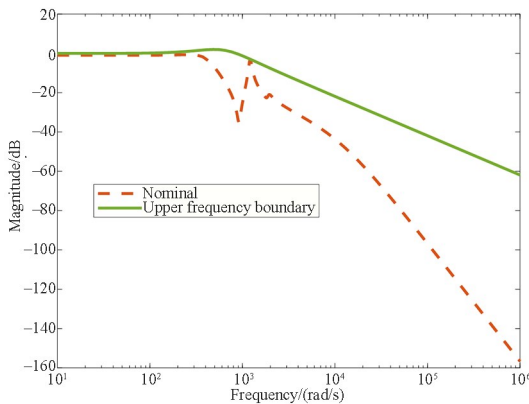


图 13 上频率边界幅值与标称等效闭环传递函数幅值 Bode 图

Fig. 13 Bode plot of upper frequency boundary magnitude versus nominal equivalent closed-loop transfer function magnitude

### 4 仿真分析

为验证定量反馈交叉耦合控制方法相对于 PID 型交叉耦合控制方法的优越性,现对该两轴系统输入圆轨迹  $r = 1/5\pi$  m 仿真,并在轨迹结束后经过一段伺服时间,其中 PID 型交叉耦合控制器参数如表 3 所示,仿真结果如图 14 所示。

表 3 PID 型交叉耦合控制器仿真参数

Table 3 PID-type cross-coupled controller simulation parameters

| Parameter               | Symbol        | Value           |
|-------------------------|---------------|-----------------|
| Proportional gain       | $K_p$         | $5 \times 10^5$ |
| Integral gain           | $K_i$         | $1 \times 10^8$ |
| Differential gain       | $K_d$         | 3               |
| Filter cutoff frequency | $\omega_{lp}$ | 100 Hz          |
| Filter damping ratio    | $z_{lp}$      | 0.707           |

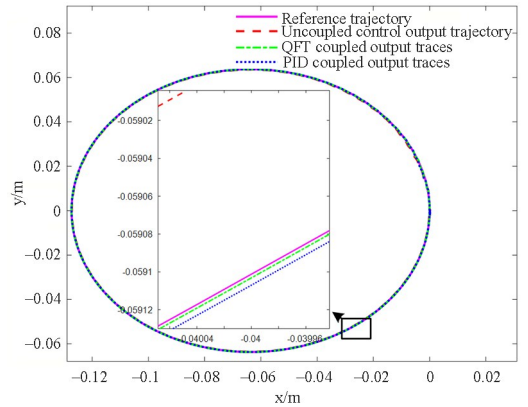


图 14 圆轨迹仿真结果

Fig. 14 Circular trajectory simulation results

在不改变两交叉耦合控制器的参数的情况下,输入尖角轨迹仿真,仿真结果如图 15 所示。

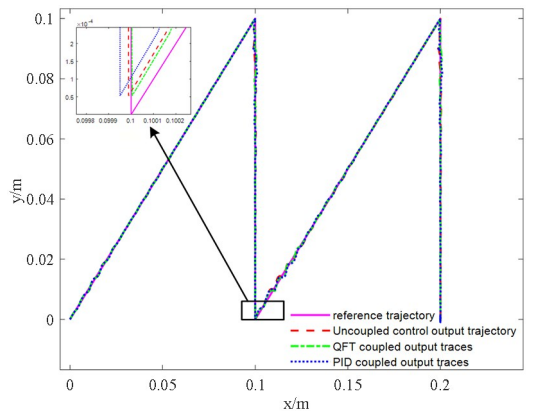


图 15 尖角轨迹仿真结果

Fig. 15 Sharp angle trajectory simulation results

将无耦合控制输出轨迹, PID 耦合控制输出轨迹与定量反馈耦合控制输出轨迹相比较,如表 4 所示:

表 4 不同控制策略下跟踪轨迹指标数据

Table 4 Tracking trajectory metrics data under different control strategies

| Trajectory  | Control strategy               | RMSE               |
|-------------|--------------------------------|--------------------|
| Circular    | Uncoupled control              | $2.53 \mu\text{m}$ |
|             | Cross-coupled control PID-type | $1.15 \mu\text{m}$ |
|             | Cross-coupled control QFT-type | $0.74 \mu\text{m}$ |
| Sharp angle | Uncoupled control PID-type     | $5.66 \mu\text{m}$ |
|             | Cross-coupled control QFT-type | $6.06 \mu\text{m}$ |
|             | Cross-coupled control          | $4.07 \mu\text{m}$ |

分析表 4,定量反馈交叉耦合控制对轨迹的跟踪性能更好,且相较于 PID 型交叉耦合控制的参数只适用于单一轨迹的特性不同,定量反馈交叉耦合控制方法对任意轨迹的跟踪都是有效的。

## 5 结论

本文主要针对双轴运动台的二维轨迹跟踪问题,对交叉耦合控制策略进一步研究.通过交叉耦合控制框图,引入了等效受控对象与等效反馈回路.并采用定量反馈理论的思想,对该时变等效对象设计了交叉耦合控制器.本文未来将基于更精确的轮廓误差模型进行耦合控制器设计,并进行实验分析.通过本文的研究得到定量反馈交叉耦合控制方法有以下优势:

(1)由定量反馈思想设计的耦合控制器,将等效系统的有界时变参数看成模型摄动,在此基础上设计的鲁棒控制器,对所有轨迹都较为有效.

(2)定量反馈理论是一种工程方法,其可通过系统模型离线设计控制器,降低了PID型交叉耦合控制在线调试的难度和危险性.

## 参考文献

- [1] YE H S S, HSU P L. Estimation of the contouring error vector for the cross-coupled control design [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2002, 7(1): 44–51.
- [2] 胡楚雄. 基于全局任务坐标系的精密轮廓运动控制研究 [D]. 杭州: 浙江大学, 2010.  
HU C X. Research on precise contour motion control based on global task coordinate system [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2010. (in Chinese)
- [3] HU C X, WANG Z, ZHU Y, et al. Accurate three-dimensional contouring error estimation and compensation scheme with zero-phase filter [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2018, 128: 33–40.
- [4] LI J G, QI C G, LI Y N, et al. Prediction and compensation of contour error of CNC systems based on LSTM neural-network [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2022, 27(1): 572–581.
- [5] KANG Z, LIN W Y, LIU Z T, et al. Accurate contour error estimation-based robust contour control for dual-linear-motor-driven gantry stages [J]. *Mechatronics*, 2024, 100: 103174.
- [6] CHEN W, WANG D D, GENG Q, et al. Robust adaptive cross-coupling position control of biaxial motion system [J]. *Science China Technological Sciences*, 2016, 59(4): 680–688.
- [7] CHEN S L, HSIEH S M. Iterative learning contouring control: theory and application to biaxial systems [J]. *Mechatronics*, 2023, 89: 102932.
- [8] JIANG J L, LI B R, DONG Q Y, et al. Contour error dynamic analysis and predictive control for multi-axis motion system [J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2023, 126(11): 5501–5514.
- [9] JI W, CUI X, XU B, et al. Cross-coupled control for contour tracking error of free-form curve based on fuzzy PID optimized by improved PSO algorithm [J]. *Measurement and Control*, 2022, 55(7/8): 807–820.
- [10] BUTLER H. Position control in lithographic equipment: An enabler for current-day chip manufacturing [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2011, 31(5): 28–47.
- [11] YE H S S, HSU P L. Theory and applications of the robust cross-coupled control design [C]// *Proceedings of the 1997 American Control Conference*. New York: IEEE, 1997: 791–795.
- [12] 王欢. 基于QFT策略的永磁同步直线电机伺服系统鲁棒控制研究 [D]. 沈阳: 沈阳工业大学, 2022: 18.  
WANG H. Research on robust control of servo system of permanent magnet synchronous linear motor based on QFT strategy [D]. Shenyang: Shenyang University of Technology, 2022: 18. (in Chinese)