

# 带有 NES-GMM 的弹性支撑梁振动控制及能量采集研究<sup>\*</sup>

宁文龙<sup>1</sup> 陈杰<sup>2,3†</sup> 常智勇<sup>1,2,3</sup>

(1. 交通运输部水运科学研究所, 北京 100088)

(2. 北京工业大学 数学统计学与力学学院, 北京 100124)

(3. 北京工业大学 机械结构非线性振动与强度北京市重点实验室, 北京 100124)

**摘要** 本文针对带有非线性能量阱—超磁致伸缩材料 (NES-GMM) 的弹性支承梁的振动抑制及能量采集问题开展了研究。基于哈密顿原理、伽辽金方法并考虑 GMM 的本构关系, 推导了梁、NES 及 GMM 的耦合控制方程。利用四阶龙格库塔方法对谐波激励下梁的响应进行了数值分析。本研究首先从时域和频域两个方面分析了 NES-GMM 对梁的振动抑制效果, 随后探讨了外界激励频率变化对 NES-GMM 装置能量耗散及采集性能的影响。此外, 本文还分析了 NES 的非线性刚度、线性阻尼、惯性系数及 NES-GMM 加载位置等参数对振动控制和能量采集效果的影响。研究结果表明, NES-GMM 系统能有效降低弹性支承梁在谐波激励下的多模态横向振动, 并在振动抑制与能量采集两方面展现出良好的独立性能。

**关键词** 惯容非线性能量阱, 弹性支承, 振动控制, 能量采集

中图分类号:O322;O328

文献标志码:A

## Vibration Suppression and Energy Harvesting of for an Elastically Supported Beams with NES-GMM<sup>\*</sup>

Ning Wenlong<sup>1</sup> Chen Jie<sup>2,3†</sup> Chang Zhiyong<sup>1,2,3</sup>

(1. China Waterborne Transport Research Institute, Beijing 100088, China)

(2. School of Mathematics, Statistics and Mechanics, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

(3. Beijing Key Laboratory of Nonlinear Vibrations and Strength of Mechanical Structures,  
Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

**Abstract** This paper investigates the vibration suppression and energy harvesting problems of elastically supported beams with Nonlinear Energy Sink and Giant Magnetostrictive Materials (NES-GMM). Based on Hamilton's principle, Galerkin method, the governing equations of the coupled beam, NES-GMM system are derived. The response of the beam under harmonic excitation is numerically solved by the fourth-order Runge-Kutta method. The vibration suppression effect of NES-GMM on the beam was analyzed in both time and frequency domains. A detailed numerical study is carried out to investigate the effects of the structural parameters on the vibration suppression and energy harvesting of the NES-GMM. The results indicate that the NES-GMM system is highly effective in suppressing multimodal transverse vibrations of elastically supported beams under harmonic excitation, showcasing a notable degree of independence in its vibration suppression and energy harvesting capabilities.

**Key words** inertial nonlinear energy sink, elastic support, vibration control, energy harvesting

2024-01-27 收到第 1 稿, 2024-03-07 收到修改稿。

\* 国家自然科学基金资助项目(12102015), 北京市教委科技计划一般项目(JCYJ20170818094653701), National Natural Science Foundation of China(12102015), Science and Technology Development Project of the Beijing Municipal Education Commission (JCYJ20170818094653701).

† 通信作者 E-mail:jchen@bjut.edu.cn

## 引言

振动问题广泛存在于工程结构领域中,无论是在机械结构、桥梁建筑,还是航空飞机,都会因各种激励因素产生振动。因此,振动控制一直是工程领域广受关注的核心问题。其中,被动振动控制由于其结构简单、成本效益显著等特点而得到了广泛应用。传统的线性吸振器(DVA),由于其在特定窄频带范围内显著减少结构振动的能力,长期以来被广泛采用<sup>[1]</sup>。2001年,Vakakis<sup>[2]</sup>首次提出了非线性能量阱(NES)的概念,相较于线性吸振器,NES具有附加质量小、工作频带宽、能量单向传递的优点,为振动控制提供了更为广阔的应用前景。

Georgiades 和 Vakakis<sup>[3]</sup>首次将 NES 应用到连续系统,通过数值计算表明,适当设计和调节 NES 的安装位置能够吸收和局部耗散梁的大部分振动能量,他们的研究为在实际工程结构中实现减振提供了新的方向。Ahmadabadi 等<sup>[4]</sup>分别分析了含接地和不含接地结构的 NES 悬臂梁在冲击载荷作用下的减振性能,讨论了实现目标能量单向传递的必要条件。李继伟等<sup>[5]</sup>研究了一种新型吸振模型,将冲击减振器与非线性能量阱耦合,通过数值模拟验证了该吸振装置的有效性。Parseh 等<sup>[6]</sup>研究了不同边界条件下受谐波激励的线性梁耦合 NES 的稳态动力学。Chouvion<sup>[7]</sup>研究了具有 NES 的梁在非理想边界支撑下的非线性振动。Samani<sup>[8]</sup>证明了 NES 应用于轴向移动载荷激励的梁的有效性,并考虑了几种优化策略以提高减振性能。王国旭等<sup>[9]</sup>探究了简谐激励下耦合在线性振子的双弹簧非线性能量阱的优化问题,采用差分进化算法和参数分析方法对 NES 参数进行优化,并与线性吸振器的优化结果进行对比,结果表明,相比于线性吸振器,NES 实现较好减振效果的弹簧刚度范围更大。Zhang 等<sup>[10]</sup>研究了复杂环境下层压复合非线性梁的振动吸收,结果表明,NES 能够有效减少复杂环境下层压复合梁的横向振动。因此,NES 能有效抑制梁板壳等连续体结构在不同激励和边界条件下振动。

通过振动能量采集装置,将周围环境中的振动能量转化成电能并存储以供微电子设备使用,实现设备的自供电。当前,这类装置已经广泛应用于航空航天、工程结构、医学生物和军事安全等领域。

域<sup>[11]</sup>。根据振动能量不同的转换机制,振动能量采集装置可以分为静电式、电磁式、压电式、超磁致伸缩式等。其中,超磁致伸缩材料具有能量密度大,可靠性好,能量转化率高等优点,因此吸引了许多学者的关注。随着振动能量采集技术研究的不断深入,一些学者开始探索利用非线性特性来提升能量采集的效率。Quinn 等<sup>[12]</sup>将强非线性附加耦合到能量采集器中,非线性的引入大大提高了能量采集器的效率和带宽。Remick 等<sup>[13]</sup>研究了单次与重复脉冲激励下强非线性机电系统的持续高频能量采集。结果表明,通过适当的设计,能量采集器可以在重复脉冲激励下维持高频的动态稳定性,从而实现持续且高效的非线性能量采集。

现代航空航天飞行器在飞行过程中受到复杂外载荷作用,会产生大振幅的非线性振动,这将严重影响飞行安全性。为了应对复杂多变的外激励环境带来的严峻挑战,发展飞行器减振隔振技术,抑制结构振动,提高飞行稳定性及安全性至关重要。然而,结构的振动还具有重要的利用价值,如果能够利用能量转换原理将振动能量转化为电能,在低功耗电源领域具有重大的应用潜力。

Chtiba 等<sup>[14]</sup>利用线性吸振器和压电能量采集耦合系统,对简支梁进行了振动抑制和能量采集研究,并对吸振器的位置及结构参数进行了优化。Kremer 和 Liu<sup>[15]</sup>开发了一种用于能量收集的新型 NES,达到了强非线性刚度、低机械阻尼的设计目标,从理论和实验两个方面分析了耦合系统在瞬态冲击激励下的减振及能量采集效果。杨兴森等<sup>[16]</sup>以铁路简支梁桥为例,研究基于 NES 的振动能量采集装置的适用性,并通过测试、数值模拟等手段,评估其在不同初始激励条件下的动态响应和能量采集效果。2016 年,Fang 等<sup>[17]</sup>首次提出了非线性能量阱和超磁致伸缩能量采集一体化系统并应用于单自由度系统的振动控制与能量采集。Tian 等<sup>[18]</sup>使用 NES-GMM 装置来抑制悬臂梯形板在高超声速气流中的非线性气动弹性响应,捕获的能量可以转化为磁能进而转化为电能,并且提出了一种参数化设计策略以提高其性能。Zhang 等<sup>[19]</sup>将 NES-GMM 装置嵌入到航天器系统的比例模型中并开展了进行实验研究。结果表明,该装置有效抑制了系统振动幅值,并将部分振动能量转化为电能,此外该装置几乎不会改变原系统的共振频率。

本文研究了弹性支撑梁耦合 NES-GMM 装置的振动抑制和能量采集问题。采用四阶龙格库塔方法对梁在谐波激励下的响应进行了数值求解,从时域和频域两个方面分析了 NES-GMM 对梁的振动抑制效果。考虑了 NES 的非线性刚度、线性阻尼、惯性系数及 NES-GMM 加载位置等参数进行了参数分析,以评估 NES-GMM 的振动抑制及能量采集效果。

## 1 NES-GMM 动力学建模

### 1.1 几何模型

均布载荷作用下 NES-GMM 耦合梁结构模型如图 1 所示, NES-GMM 一体化装置系统安装在梁的右端。其中, NES 包含非线性弹簧和线性阻尼器。GMM 和电阻电路与 NES 并联, 其中, 超磁致伸缩棒上的线圈和电阻器 R 构成一个电阻电路。由于 NES 和梁结构的相对运动, 可以在 GMM 上产生机械应力, 从而产生变化的磁场, 根据法拉第电磁感应定律, 感应磁通量的变化将在线圈中产生电流。梁的长度为 L, 梁横向振动的位移为  $w(x, t)$ , 梁所受的均布载荷为  $f(x, t)$ , 其中  $t$  和  $x$  分别为时间和轴向坐标, 右端垂直弹簧的刚度为  $k$ , NES 和梁的右端点的位移分别为  $v(t)$  和  $w_0$ , 梁右端 NES 的惯性参数、非线性刚度和线性阻尼分别为  $b_m$ ,  $k_{nes}$  和  $\mu$ 。

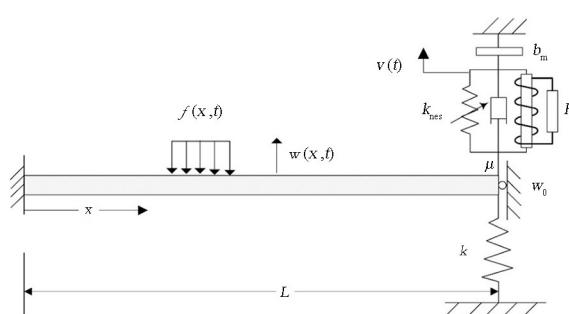


图 1 与 NES-GMM 系统耦合的弹性梁结构示意图  
Fig. 1 Schematic of the elastic beam structure coupled to an NES-GMM system

### 1.2 控制方程

基于 Euler-Bernoulli 梁理论, 根据哈密顿原理建立梁的动力学方程, 梁的动能  $T$  表示为:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx \quad (1)$$

其中  $\rho$  和  $A$  分别代表梁的密度和横截面积。

梁的势能  $U_v$  表示为:

$$U_v = \frac{1}{2} \int_0^L EI \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (2)$$

其中  $E$  和  $I$  分别代表横截面的杨氏模量和惯性矩。

梁右端垂直支撑弹簧的势能  $U_s$  表示为:

$$U_s = \frac{1}{2} k w_0^2 \quad (3)$$

因此, 整个系统的势能  $U$  可以表示为:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EI \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2} k w_0^2 \quad (4)$$

根据牛顿第三定律, 在梁的右端, 由 NES 和 GMM 产生的力可以分别表示为:

$$F_{nw} = k_{nes} (w_0 - v)^3 + \mu \left( \frac{\partial w_0}{\partial t} - \frac{\partial v}{\partial t} \right) \quad (5)$$

$$F_{gw} = \sigma \frac{\pi d_{GMM}^2}{4} \quad (6)$$

其中  $\sigma$  为超磁致伸缩棒所受的应力,  $d_{GMM}$  为超磁致伸缩棒的直径。

非保守力所做的虚功  $\delta W$  可以表示为:

$$\begin{aligned} \delta W &= \delta W_f + \delta W_{nes} + \delta W_{gmm} \\ &= - \int_0^L f \delta w dx - (F_{nw} + F_{gw}) \delta w_0 \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $\delta W_{nes}$ ,  $\delta W_{gmm}$  和  $\delta W_f$  分别代表 NES, GMM 和外力所做的虚功。

应用哈密顿原理, 得到了具有 NES-GMM 的梁的控制方程, 哈密顿原理采用以下形式:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta U + \delta W) dt = 0 \quad (8)$$

将方程(1)~方程(7)代入方程(8)中, 可得耦合有 NES-GMM 的固支一弹性支撑梁的动力学方程为:

$$\begin{aligned} &\int_0^L \left[ \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + \right. \\ &\quad \left. I \Lambda \frac{\partial^5 w(x, t)}{\partial x^4 \partial t} + f_0 \cos(\omega t) \right] dx + \\ &\quad \left[ k_{nes} (w_0 - v)^3 + \bar{\mu} \left( \frac{\partial w_0}{\partial t} - \frac{\partial v}{\partial t} \right) \right] \delta(x - L) \\ &= -F_{gw} \delta(x - L) \end{aligned} \quad (9)$$

GMM 能量采集器的示意图如图 2 所示, 在该采集器中, 周围的永磁体(黑色填充区域)提供偏置磁场, 用于磁化 GMM 棒, 由图 2 的受力平衡可以得到以下表达式:

$$F_{NES} = F_{GMM} - F_0 = (\sigma - \sigma_0) \frac{\pi d_{GMM}^2}{4} \quad (10)$$

其中,  $F_{\text{NES}}$  是 NES 施加在超磁致伸缩能量采集器上的力,  $F_{\text{GMM}}$  超磁致伸缩棒所受的力,  $F_0$  为施加的预紧力,  $\sigma_0$  为超磁致伸缩棒所受的预应力。

在 NES 系统中应用牛顿第二定律可得:

$$b_m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + k_{\text{nes}}(v - w_0)^3 + \mu \left( \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\partial w_0}{\partial t} \right) - F_{\text{NES}} = 0 \quad (11)$$

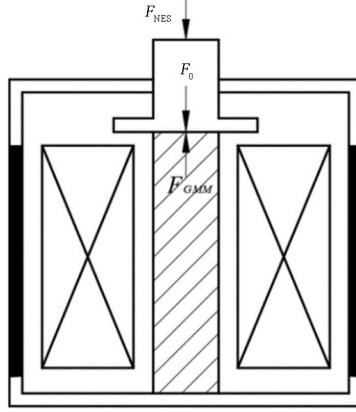


图 2 GMM 能量采集器横截面示意图

Fig. 2 Schematic of cross section of the GMM energy harvester

此外,为了获得结构的振动特性,必须考虑 GMM 的本构关系,磁致伸缩系数  $\lambda$  和总磁化强度  $M$  之间的关系可以表示为<sup>[20]</sup>:

$$\lambda = \frac{3}{2} \frac{\lambda_s M^2}{M_s^2} \quad (12)$$

其中  $\lambda_s$  为饱和磁致伸缩系数,  $M_s$  为饱和磁化强度。

因此,超磁致伸缩杆的变形  $\epsilon$  可以表示为:

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E_m} + \lambda = \frac{\sigma}{E_m} + \frac{3}{2} \frac{\lambda_s M^2}{M_s^2} \quad (13)$$

结合图 2 中的几何关系,根据应变的定义,上述方程还可以表达为:

$$\frac{\sigma}{E_m} + \frac{3}{2} \frac{\lambda_s M^2}{M_s^2} = \frac{w - v + \Delta_0}{l_{\text{GMM}}} \quad (14)$$

其中,  $\Delta_0$  为预应力引起的位移,  $l_{\text{GMM}}$  为 GMM 的长度,  $E_m$  是超磁致伸缩棒的杨氏模量。

利用 Jiles-Atherton 模型<sup>[21]</sup>,可以得到下列方程:

$$H_e = H + \tilde{\alpha}M \quad (15)$$

$$M_{\text{an}} = M_s \left[ \coth \left( \frac{H_e}{a} \right) - \frac{a}{H_e} \right] \quad (16)$$

$$\frac{dM_{\text{irr}}}{dH} = \frac{M_{\text{an}} - M_{\text{irr}}}{k\delta - \tilde{\alpha}(M_{\text{an}} - M_{\text{irr}})} \quad (17)$$

$$M_{\text{rev}} = \tilde{c}(M_{\text{an}} - M_{\text{irr}}) \quad (18)$$

$$M = M_{\text{rev}} + M_{\text{irr}} \quad (19)$$

其中,  $H$  代表外加偏置磁场,  $H_e$  和  $\tilde{\alpha}$  分别代表 GMM 的有效磁场强度和畴壁作用系数;  $a$  代表无磁滞磁化强度形状系数,  $M_{\text{an}}$  和  $M_{\text{irr}}$  分别代表无磁滞磁化强度与不可逆磁化强度;  $M_{\text{rev}}$  代表可逆磁化强度,  $\tilde{\alpha}$  定义为  $\tilde{\alpha} = \alpha + 9\lambda_s \sigma_0 / 2\mu_0 M_s^2$ ,  $\mu_0$  代表自由空间的磁导率,  $k$ 、 $\delta$  和  $\tilde{c}$  分别代表不可逆损耗系数、符号函数和比例系数, 其中  $\delta = \text{sign}(dH/dt)$ 。

为获得超磁致伸缩棒中的应力  $\sigma$  与磁化强度  $M$  的关系,引入机电耦合模型<sup>[22]</sup>, 方程可以表示为:

$$\frac{dM}{d\sigma} = (1 - \tilde{c}) \frac{\sigma}{E\xi} (M_{\text{an}} - M_{\text{irr}}) + \tilde{c} \frac{dM_{\text{an}}}{d\sigma} \quad (20)$$

$$\frac{dM}{dH} = (1 - \tilde{c}) \frac{M_{\text{an}} - M_{\text{irr}}}{k\delta - \tilde{\alpha}(M_{\text{an}} - M_{\text{irr}})} + \tilde{c} \frac{dM_{\text{an}}}{dH} \quad (21)$$

其中  $\xi$  代表超磁致伸缩棒的单位体积能量耦合系数。将方程(16)进行泰勒展开并忽略高阶项,可得:

$$M_{\text{an}} = \frac{M_s H_e}{3a} \quad (22)$$

联立方程(15)~(22)可得:

$$\frac{dM}{d\sigma} = \frac{(\tilde{\alpha}M_s - 3a)\sigma M}{E\xi(3a - \tilde{c}M_s\tilde{\alpha})} + \frac{M_s H_0 \sigma}{E\xi(3a - \tilde{c}M_s\tilde{\alpha})} \quad (23)$$

在 NES-GMM 实现振动控制之前,其内部无施加的预应力与磁场的作用,因此设初始条件为  $\sigma = 0$ 、 $M = 0$ ,求解上述一阶微分方程,可得:

$$M = \frac{H_0 M_s - H_0 M_s e^{\frac{\sigma^2 (\tilde{\alpha}M_s - 3a)}{2E\xi(3a - \tilde{c}M_s\tilde{\alpha})}}}{3a - \tilde{\alpha}M_s} \quad (24)$$

其中,  $H_0$  代表偏置磁场强度。

在超磁致伸缩能量采集器中,磁感应强度可以表示为<sup>[23]</sup>:

$$B = d_{33}\sigma + \mu_0 H \quad (25)$$

其中,  $d_{33}$  为压磁系数,  $\mu_0$  为恒定应力下的磁导率。

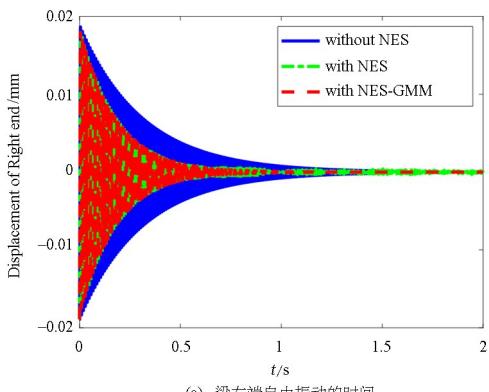
基于法拉第电磁感应定律可知,线圈两端的电动势与通过感应线圈的磁通量变化率成正比,线圈的感应电动势  $U(t)$  和功率  $P(t)$  可以表示为:

$$U(t) = N_{\text{coil}} \frac{d\varphi}{dt} = N_{\text{coil}} A_{\text{coil}} \frac{dB}{dt} \\ = N_{\text{coil}} A_{\text{coil}} (d_{33} \frac{d\sigma}{dt} + \mu_0 \frac{dM}{d\sigma} \frac{d\sigma}{dt}) \quad (26)$$

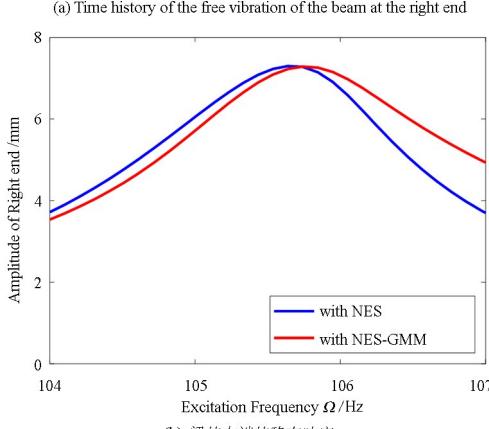
$$P(t) = \frac{U^2(t)}{R} \quad (27)$$



基于表 2 给出的参数值,图 3(a)给出了不含 NES-GMM 系统、只含 NES 和含 NES-GMM 系统的梁的振幅响应,从图中可以看出,不含 NES-GMM 系统梁的振幅衰减较慢,附加 NES 之后,梁自由振动的振幅能更加快速地衰减到零,且附加 GMM 后梁的振幅衰减并无太大变化;结合图 3(b)中的幅频响应曲线可以看出,在 NES 的基础上增加 GMM 后,几乎不改变系统的共振频率,这表明 NES-GMM 系统对振幅衰减同样有效且不会影响 NES 性能。



(a) 梁右端自由振动的时间



(b) 梁的右端的稳态响应

Fig. 3 Response of the right end of the beam under different conditions

为了进一步提高 NES-GMM 对梁的振动抑制效果,下面从时域方面分析了 NES-GMM 的线性阻尼、非线性刚度、惯性质量和安装位置对其减振效果的影响。图 4 和图 5 分别给出了不同线性阻尼和非线性刚度对梁的右端点自由振动响应的影响。从图中可看出,随着线性阻尼的增加,NES-GMM 对梁自由振动的抑制效果显著增强,不同的是,随着非线性刚度的增加,系统的共振频率向右偏移,NES-GMM 对梁自由振动的抑制效果并没有显著增强,即非线性刚度系数对振幅的影响相对较小。

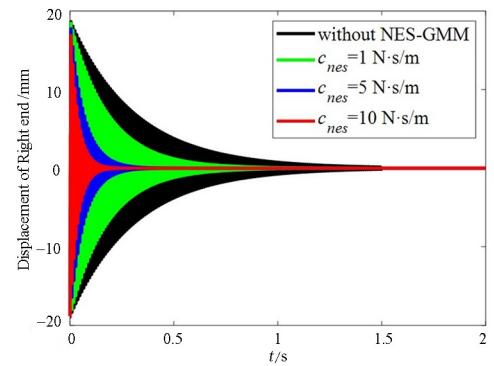


图 4 不同线性阻尼下梁右端点的自由振动时程图  
Fig. 4 Time history of the free vibration of the beam at the right end with different linear

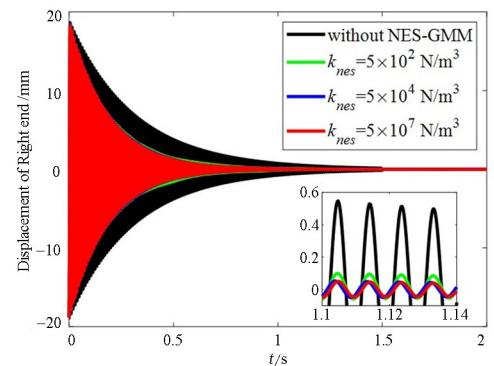


图 5 不同非线性刚度下梁右端点的自由振动时图  
Fig. 5 Time history of the free vibration of the beam at the right end with different nonlinear stiffness

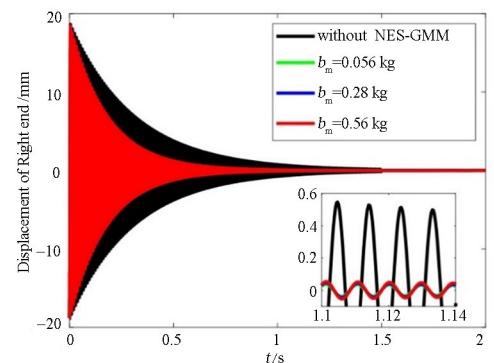


图 6 不同惯性质量下梁右端点的自由振动时程图  
Fig. 6 Time history of the free vibration of the beam at the right end with different inertial mass

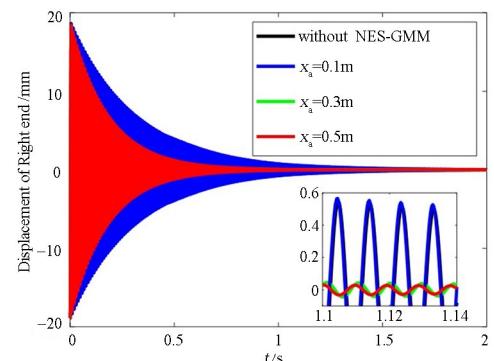


图 7 不同 NES-GMM 位置下梁右端点的自由振动时程图  
Fig. 7 Time history of the free vibration of the beam at the right end with different NES-GMM positions

图6给出了不同惯性系数即惯性质量对梁自由振动的抑制效果分析,结果表明,惯性质量对梁自由振动的振幅影响较小。图7给出了不同NES-GMM位置下梁右端点的时域响应,从图中可以看出,随着NES-GMM右移,梁自由振动的振幅逐渐减小,但是当NES-GMM位置接近固定端时其减振效果较差。

## 2.2 NES-GMM装置的能量采集效果

为了进一步研究NES-GMM装置的能量转化机制及能量耗散及采集能力,本节主要探究外界激励频率的变化对NES-GMM装置能量耗散及采集的影响,NES-GMM系统耗散和采集能量的表达式由如下形式给出:

$$E_{\text{NES}}(t) = \int_0^t c_{\text{nes}} [\dot{w}(x, t) - \dot{v}(x, t)]^2 dt \quad (38)$$

$$E_{\text{GMM}}(t) = \int_0^t \frac{U^2}{R} dt \quad (39)$$

其中, $E_{\text{NES}}$ 代表 $t$ 时间内NES消耗的能量, $E_{\text{GMM}}$ 代表时间GMM采集的能量,根据上一节的时域分析可知,梁的振幅响应在2s左右便衰减到零,故此处的时间 $t$ 取为2s。

图8给出了外激励频率对NES-GMM装置能量耗散及采集的影响,从图中可以看出,NES-GMM装置在外激励频率 $\omega=106\text{Hz}$ 附近时耗散及采集的能量达到最大值,且此频率为系统的一阶固有频率,因此,NES-GMM装置几乎不改变系统的固有频率。

图9给出了不同的线性阻尼值对NES-GMM系统耗散及采集能量的影响,从图中可以看出,随着NES线性阻尼的增大,NES-GMM装置耗散的

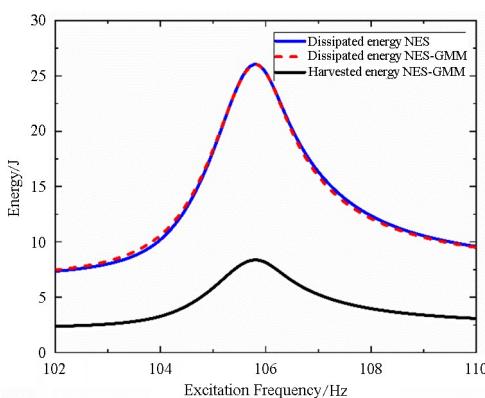


图8 NES-GMM系统消耗能量和收获能量的值  
Fig. 8 The value of energy dissipated and harvested by the NES-GMM system

能量逐渐增大,而采集的能量逐渐减小,此结论与前面的减振分析结论相吻合,NES线性阻尼的增大会使NES-GMM的减振效果逐渐增大,而根据能量守恒定律,NES-GMM的能量采集效率会逐渐减小。

图10和图11分别给出了不同的非线性刚度和惯性参数对NES-GMM系统耗散及采集能量的影响,从图中可以看出,非线性刚度和惯性参数的改变对NES-GMM的性能影响并不大,几乎不会改变NES-GMM装置的能量耗散及采集能力。

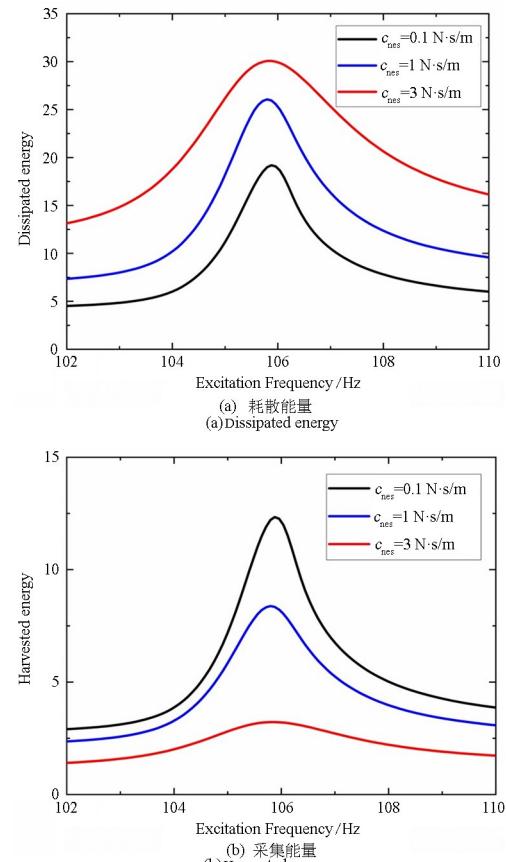


图9 不同线性阻尼下NES-GMM系统消耗能量和收获能量的值  
Fig. 9 The value of energy dissipated and harvested by the NES-GMM system with different linear damping

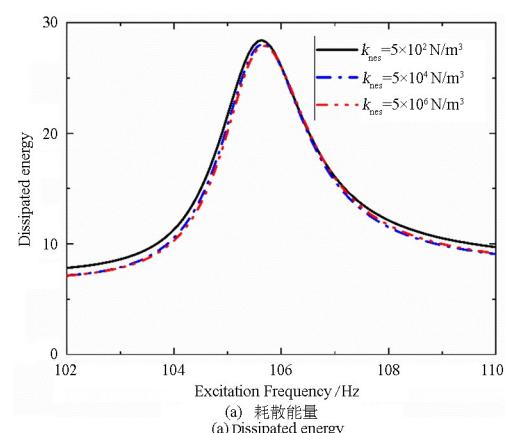


图10 (a) 耗散能量  
Fig. 10 (a) Dissipated energy

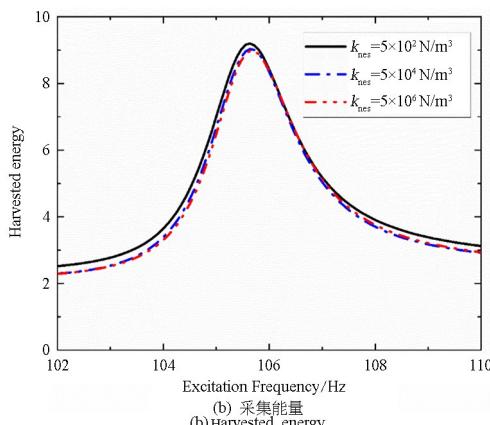


图 10 不同非线性刚度下 NES-GMM 系统消耗能量和收获能量的值  
Fig. 10 The value of energy dissipated and harvested by the NES-GMM system with different nonlinear stiffness

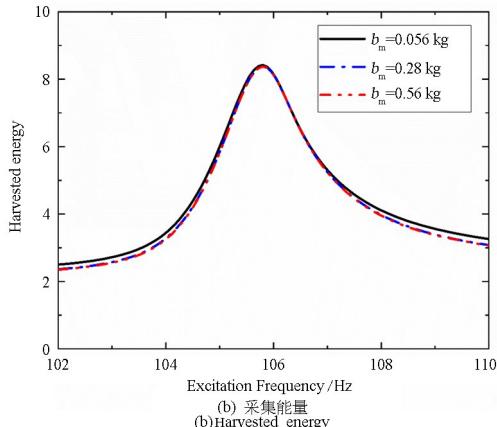
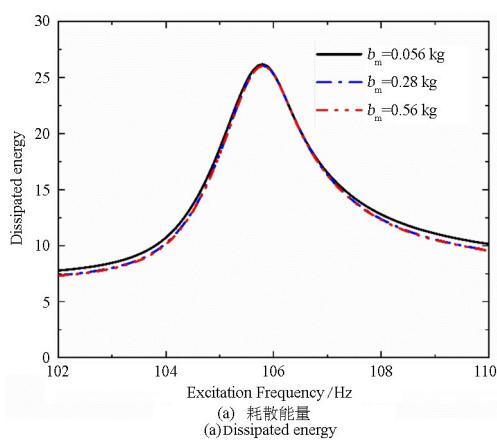


图 11 不同惯性参数下 NES-GMM 系统消耗和收获能量的值  
Fig. 11 The value of energy dissipated and harvested by the NES-GMM system with different inertial mass

### 3 结论

本文将 NES-GMM 耦合系统安装在弹性支撑梁上来研究其振动抑制及能量采集问题,首先根据 Jiles-Atherton 模型及法拉第电磁感应定律并考虑超磁致伸缩材料的本构关系分析了超磁致伸缩能量采集器的工作原理,得到了超磁致伸缩棒(Terfenol-D)总磁化强度和应力之间力—磁耦合方程,再通过

外接电阻将其转化为电—磁耦合方程,然后基于哈密顿原理及伽辽金法推导出了梁、NES 以及 GMM 的控制方程,采用四阶龙格库塔方法从时域及频域两个方面数值求解了谐波激励下梁的横向振动响应,研究了外激励频率的变化对 NES-GMM 装置能量耗散及采集的影响,最后对 NES 的非线性刚度、线性阻尼、惯性系数及 NES-GMM 加载位置等参数进行参数分析。本文的主要结论如下:

(1) NES-GMM 耦合系统可以有效地抑制弹性支承梁在谐波激励下的横向振动,数值结果表明, NES-GMM 耦合装置几乎不改变系统的固有频率,且 NES 的振动抑制效果更加显著。

(2) 当外激励频率取为梁的固有频率时, NES-GMM 系统采集及耗散的能量都达到最大,随着 NES 阻尼的增大, NES 耗散的能量逐渐增加, GMM 采集的能量逐渐减小, NES 的非线性刚度及惯性系数等参数对 NES-GMM 系统振动抑制及能量采集效果影响较小。

(3) 对于航空航天领域中一些轻质柔性变形大的结构,在气动载荷的作用下,会不可避免地发生振动,惯性 NES-GMM 耦合装置不仅解决了附加质量过大的问题,还可以对振动能量进行采集。

### 参考文献

- [1] DING H, CHEN L Q. Designs, analysis, and applications of nonlinear energy sinks [J]. Nonlinear Dynamics, 2020, 100(4): 3061–3107.
- [2] VAKAKIS A F. Inducing passive nonlinear energy sinks in vibrating systems [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2001, 123(3): 324–332.
- [3] GEORGIADES F, VAKAKIS A F. Dynamics of a linear beam with an attached local nonlinear energy sink [J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2007, 12(5): 643–651.
- [4] AHMADABADI Z N, KHADEM S E. Nonlinear vibration control of a cantilever beam by a nonlinear energy sink [J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 50: 134–149.
- [5] 李继伟, 赵泽福. 冲击减振器与非线性能量阱耦合系统的振动抑制研究 [J]. 动力学与控制学报, 2020, 18(2): 76–81.  
LI J W, ZHAO Z F. Vibration reduce for an impact damper coupled with nonlinear energy sink [J].

- Journal of Dynamics and Control, 2020, 18(2): 76–81. (in Chinese)
- [6] PARSEH M, DARDEL M, GHASEMI M H. Investigating the robustness of nonlinear energy sink in steady state dynamics of linear beams with different boundary conditions [J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2015, 29(1/2/3): 50–71. [LinkOut]
- [7] CHOUVION B. A wave approach to show the existence of detached resonant curves in the frequency response of a beam with an attached nonlinear energy sink [J]. Mechanics Research Communications, 2019, 95: 16–22.
- [8] SAMANI F S, PELLICANO F. Vibration reduction on beams subjected to moving loads using linear and nonlinear dynamic absorbers [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 325(4/5): 742–754.
- [9] 王国旭, 丁虎, 陈立群. 简谐激励下双弹簧非线性能量阱的优化[J]. 动力学与控制学报, 2021, 19(6): 46–51.
- WANG G X, DING H, CHEN L Q. Optimization of dual-spring nonlinear energy sink under harmonic excitation [J]. Journal of Dynamics and Control, 2021, 19(6): 46–51. (in Chinese)
- [10] ZHANG Y W, HOU S, ZHANG Z, et al. Nonlinear vibration absorption of laminated composite beams in complex environment [J]. Nonlinear Dynamics, 2020, 99(4): 2605–2622.
- [11] WEI C F, JING X J. A comprehensive review on vibration energy harvesting: modelling and realization [J]. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2017, 74: 1–18.
- [12] QUINN D D, TRIPPLETT A L, VAKAKIS A F, et al. Energy harvesting from impulsive loads using intentional essential nonlinearities [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2011, 133(1): 011004.
- [13] REMICK K, JOO H K, MCFARLAND D M, et al. Sustained high-frequency energy harvesting through a strongly nonlinear electromechanical system under single and repeated impulsive excitations [J]. Journal of Sound and Vibration, 2014, 333(14): 3214–3235.
- [14] OULED CHTIBA M, CHOURA S, NAYFEH A H, et al. Vibration confinement and energy harvesting in flexible structures using collocated absorbers and piezoelectric devices [J]. Journal of Sound and Vibration, 2010, 329(3): 261–276.
- [15] KREMER D, LIU K F. A nonlinear energy sink with an energy harvester: transient responses [J]. Journal of Sound and Vibration, 2014, 333(20): 4859–4880.
- [16] 杨兴森, 李照宇, 王绍华, 等. 基于非线性能量阱的桥梁振动能量采集装置的适用性研究[J]. 振动与冲击, 2022, 41(19): 64–70.
- YANG X S, LI Z Y, WANG S H, et al. Applicability study of bridge vibration energy harvesting device based on nonlinear energy sink [J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(19): 64–70. (in Chinese)
- [17] FANG Z W, ZHANG Y W, LI X, et al. Integration of a nonlinear energy sink and a giant magnetostrictive energy harvester [J]. Journal of Sound and Vibration, 2017, 391: 35–49.
- [18] TIAN W, LI Y M, YANG Z C, et al. Suppression of nonlinear aeroelastic responses for a cantilevered trapezoidal plate in hypersonic airflow using an energy harvester enhanced nonlinear energy sink [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2020, 172: 105417.
- [19] XU K F, ZHANG Y W, ZANG J, et al. Integration of vibration control and energy harvesting for whole-spacecraft: experiments and theory [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 161: 107956.
- [20] DAPINO M J, SMITH R C, FLATAU A B. Structural magnetic strain model for magnetostrictive transducers [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2000, 36(3): 545–556.
- [21] JILES D C. Theory of the magnetomechanical effect [J]. Journal of Physics D: Applied Physics, 1995, 28(8): 1537–1546.
- [22] SABLICK M J, JILES D C. Coupled magnetoelastic theory of magnetic and magnetostrictive hysteresis [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1993, 29(4): 2113–2123.
- [23] BERBYUK V, SODHANI J. Towards modelling and design of magnetostrictive electric generators [J]. Computers & Structures, 2008, 86(3/4/5): 307–313.
- [24] ZHANG W, CHANG Z Y, CHEN J. Vibration reduction for an asymmetric elastically supported beam coupled to an inertial nonlinear energy sink [J]. Journal of Vibration Engineering & Technologies, 2023, 11(4): 1711–1723.