文章编号:1672-6553-2024-22(7)-013-006
DOI:10.6052/1672-6553-2024-030

间歇通信下具有双层拓扑结构的多智能体系统一致性研究*

段朝霞[1]　戴君[1]　邵振[1]　王荣浩[2†]

(1. 河海大学 人工智能与自动化学院,南京　210098)

(2. 陆军工程大学 国防工程学院,南京　210007)

摘要　本文研究了在间歇通信机制下具有两层网络拓扑结构的多智能体系统一致性问题.首先,提出了一种在间歇通信机制下的一致性控制协议,通过建立网络结构模型和误差系统模型,将一致性问题等效转化为线性时滞系统的渐近稳定性问题.其次,利用 Lyapunov-Krasovskii 泛函分析方法,导出了多智能体网络在间歇通信机制下达到一致性的充分条件,结论以一组 LMI 形式给出.最后,通过仿真算例验证了该方法的有效性.

关键词　多智能体系统,　间歇通信,　双层拓扑结构,　一致性

中图分类号:TP13　　**文献标志码**:A

Research on Consensus of Multi-Agent Systems with Two-Layer Hierarchical Topology under Intermittent Communication*

Duan Zhaoxia[1]　Dai Jun[1]　Shao Zhen[1]　Wang Ronghao[2†]

(1. College of Artificial Intelligence and Automation, Hohai University, Nanjing　210098, China)

(2. College of Defense Engineering, Army Engineering University of PLA, Nanjing　210007, China)

Abstract　In this paper, the consensus problem of multi-agent systems with two-layer network topology under intermittent communication mechanism is studied. Firstly, a consensus control protocol based on intermittent communication mechanism is proposed. By modeling the network structure and establishing the error system model, the consensus problem is equivalent to the asymptotic stability problem of linear time-delay systems. Secondly, by using Lyapunov-Krasovskii functional analysis method, the sufficient conditions for multi-agent networks to reach consensus under intermittent communication mechanism are derived, and the conclusions are given in the form of a set of LMIs. Finally, a simulation example is given to verify the effectiveness of the proposed method.

Key words　multi-agent systems,　intermittent communication,　two-layer topology,　consensus

引言

智能体之间的信息交互或者对系统所施加的控制输入通常连续的,导致通信成本较高.随着多机系统规模的不断扩大,结构越来越复杂,降低相应的控制成本成为科技发展的需求.一些学者逐渐引入不连续控制来探究网络系统,例如事件触发控制[1]、脉冲控制[2]、采样控制[3]、稀疏控制[4]、最大

2023-12-26 收到第 1 稿,2024-03-06 收到修改稿.

* 国家自然科学基金资助项目(62173341,62103133),江苏省自然科学基金资助项目(BK 20231487),National Natural Science Foundation of China(62173341,62103133), Jiangsu Provincial Natural Science Foundation(BK 20231487).

† 通信作者 E-mail:wrh1985@aeu.edu.cn

不干涉控制[5]和间歇控制[6]等.不连续控制作为某种意义上(基于时间或事件)的分段式控制,其控制原理是控制器生效于某个时间点或某个时间间隔甚至是某个事件.如文献[7]研究了具有通信受限及不确定性的无线网络下的二阶多智能体系统的编队控制问题.大量的研究结果表明不连续控制策略不仅可以降低控制成本,减少能源消耗,而且控制效果在一定参数条件下依旧保持较强的鲁棒性,可以确保网络系统稳定、协调和高速运行,并满足复杂任务中苛刻的性能标准.此外,通信信号通道的不稳定性、智能体之间感知距离的限制以及障碍物的干扰等因素,网络中的智能体不能时刻保持与其邻居进行信息交互,也会造成智能体之间信息传输的不连续性.文献[8]将多智能体一致性算法应用于孤岛微电网二次控制中,在收敛速度、抗干扰控制、通信延迟以及事件触发控制四个方面进行改进.文献[9]考虑二阶多智能体系统的广义一致性问题,提出了非延迟和延迟通信控制协议下的系统实现线性广义一致性的充分必要条件.文献[10]讨论了一种采用非周期方式的间歇控制器,具有延迟扰动多智能体的一致性问题.从减少能量消耗、节约成本等方面考虑,间歇控制具有显著优势.所谓间歇控制就是在控制器运行一段时间后自动关闭,一段时间之后重新自动启动运行,循环往复.间歇控制满足系统中间歇通信以及干扰因素的存在条件,同时是一种介于脉冲控制和连续控制之间的折中控制,基于时间参数约束能切换成连续控制或者不连续控制,广泛应用于网络同步与一致性研究中.如文献[11]采用了间歇控制策略和马尔科夫切换拓扑研究了一种非线性多智能体系统的全分布式一致性跟踪问题.因此研究多智能体一致性的间歇控制将有重要的理论与实用意义.

另一方面,复杂系统是由众多个体组成,它们之间以某种或多种方式发生线性或非线性的相互作用.这些相互作用关系使其在时间和空间上产生各种形式的关联结构,并呈现出系统的时空多尺度特征.事实上,由几个网络的相互作用关系刻画的复杂系统普遍存在.如在社会系统中,不同类型的社交关系(朋友、同事、亲属等)能够被抽象成不同的网络层,进而代表友谊、协作、家庭等社会关系;基础设施系统可以通过区分不同的运输工具(地铁、火车、飞机等),进而研究基础设施系统应对突发灾难的能力.如今,多层拓扑结构是大型多智能体系统的另一个显著特征,在网络结构中,多层网络拓扑是研究的前沿和热点,它突破了单层网络中节点和连边同质性的限制,考虑了多种类型节点及其连边关系(包括层内连边和层间连边)[12].由于大多数大型系统包含子系统之间的相互作用,这些子系统在空间和时间等各个方面可能具有相同或不同的尺度.Ren等[13]研究了具有多层有向图拓扑的延迟神经网络的领导-跟随一致性的问题.Duan等[14,15]研究了具有固定拓扑结构和切换拓扑结构的多层多智能体网络具有层间通信时变延迟情形的一致性问题.

目前针对具有双层拓扑结构的多智能体系统间歇通信条件下的一致性问题还鲜有报道.间歇控制与双层拓扑结构相结合既能提升一致性收敛速度又可减少复杂系统的通信成本.本文针对该类系统,提出了一种具有可变采样周期的采样数据一致性控制协议.基于状态变换,将多智能体系统的一致性问题等效转化为线性时滞系统的稳定性问题.然后,利用Lyapunov- Krasovskii函数法和凸组合技术,导出了线性矩阵不等式(LMI)形式的时滞相关稳定性判据.其次,基于LMI的凸组合技术,使其用Matlab LMI工具箱可方便求解.最后,通过数值仿真验证了理论结果的有效性.

1 问题阐述

上标符号T表示转置,符号$\boldsymbol{X}\geqslant\boldsymbol{Y}$($\boldsymbol{X}>\boldsymbol{Y}$)表示矩阵$\boldsymbol{X}-\boldsymbol{Y}$为正半定(正定).$\boldsymbol{I}_m$表示维度为$m\times m$的单位矩阵.diag$\{a_i\}$表示具有$i=1,2,\cdots,n$对角元素的块对角矩阵.$\boldsymbol{X}^{-1}$表示矩阵$\boldsymbol{X}$的逆.$|\cdot|$表示欧几里德范数.$\lambda_{\max}(\cdot)$和$\lambda_{\min}(\cdot)$表示矩阵的最大和最小特征值.非负整数集合表示为$(V,E,\varphi)$.

图可以用三元组(V,E,φ)来表示,三元组V是一个非空的节点集,E是一个有限的边集,φ是从边集到有序或无序偶数点集的映射.如果在一组智能体中,A能与B通信,则B必须与A通信,且A、B以等权通信,则称为无向网络.节点的输入权值称为该节点的度,记为对角矩阵$\boldsymbol{D}$.邻接矩阵$\boldsymbol{A}$中(i,j)位置元素的值表示节点j到节点i的通信权值.图的Laplace矩阵为$\boldsymbol{L}=\boldsymbol{D}-\boldsymbol{A}$.

本文考虑一个具有双层拓扑结构的多智能体

系统,其结构如图 1 所示. 它由 $N=pq$ 个相同的智能体组成,一共有 q 组,每组有 p 个智能体. 每个智能体的动力学方程如下:

$$\dot{x}_{n,m}(t)=u_{n,m}(t) \tag{1}$$

其中 $x_{n,m}\in\boldsymbol{R}$ 和 $u_{n,m}\in\boldsymbol{R}$ 分别表示第 n 组中第 m 个智能体的状态和控制输入,$n=\{1,2,...,q\}$,$m=\{1,2,...,p\}$. $\boldsymbol{L}_1$、$\boldsymbol{L}_2$ 和 $\boldsymbol{\Delta}$ 分别表示下层的局部交互拓扑、上层的组间拓扑通信的 Laplace 矩阵、上下层信息交互的互联矩阵,其中 $\boldsymbol{L}_1\in\boldsymbol{R}^{p\times p}$,$\boldsymbol{L}_2\in\boldsymbol{R}^{q\times q}$,$\boldsymbol{\Delta}=\boldsymbol{\rho}_1\boldsymbol{\rho}_2^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{\rho}_1\in\boldsymbol{R}^p$ 表示从上层传输到下层智能体组的加权向量,$\boldsymbol{\rho}_2\in\boldsymbol{R}^p$ 表示从下层多智能体组传输到上层的加权向量.

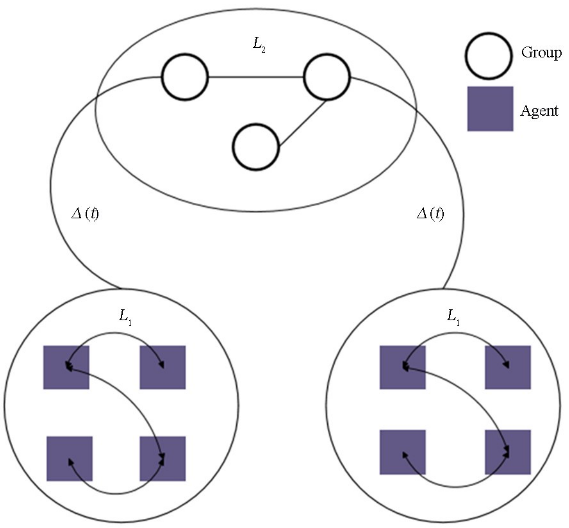


图 1　两层网络拓扑结构
Fig. 1　Two-layer network topology

假设　每组智能体数量 p 相同,每一组的内部连接结构 $\boldsymbol{L}_1$ 相同,各组的层间信息通信矩阵 $\boldsymbol{\Delta}$ 也相同.

事实上,智能体只能在时刻 $t_0,t_1,\cdots t_i,\cdots(i\in\mathbb{N})$ 获得自身和相邻智能体信息,其中 $t_0<t_1<\cdots<t_i<\cdots$,定义 $h_i=t_{i+1}-t_i$,假设 $h_i<\tau$,系统的控制协议设计如下:

$$u_{n,m}(t)=\sum_{a=1}^{p}l_{1,ma}x_{n,a}(t_i)+\boldsymbol{E}_m\sum_{b=1}^{q}l_{2,nb}\boldsymbol{\Delta}\times[x_{n,b}(t_i)-x_{n,m}(t_i)],\ t\in[t_i,t_{i+1}) \tag{2}$$

其中

$$\boldsymbol{E}_m=[\underbrace{0,0...0}_{m-1},1,\underbrace{0...0}_{p-m}]$$

$l_{1,ma}$ 为矩阵 $\boldsymbol{L}_1$ 在 (m,a) 的元素,$l_{2,nb}$ 为矩阵 $\boldsymbol{L}_2$ 在 (n,b) 元素. 在实际应用中,由于网络带宽和通信成本的限制,智能体之间的信息传递具有间歇性,本文构建的采样数据一致性协议(2)具有一定的理论和实践意义. 由式(1)和式(2)可得

$$\dot{x}_{n,m}(t)=\sum_{a=1}^{p}l_{1,ma}x_{n,a}(t_i)+\boldsymbol{E}_m\sum_{b=1}^{q}l_{2,nb}\boldsymbol{\Delta}\times[x_{n,b}(t_i)-x_{n,m}(t_i)],\ t\in[t_i,t_{i+1}) \tag{3}$$

因为 $x_{n,m}(t_i)=x_{n,m}[t-(t-t_i)]$,令 $\tau(t)=t-t_i$,$t\in[t_i,t_{i+1})$,$i\in N$. 显然,$\dot{\tau}(t)=1$,在 $t=t_i$ 处不连续. 假设 $0\leqslant\tau(t)\leqslant h_i\leqslant\tau$,$\boldsymbol{X}_n(t)=[x_{n,1}^{\mathrm{T}},x_{n,2}^{\mathrm{T}}...x_{n,p}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$,$n=1,2...q$ 表示第 n 组智能体的整体状态,则由(3)可得

$$\dot{\boldsymbol{X}}_k(t)=-\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{X}_k(t)-(\boldsymbol{L}_2\otimes\boldsymbol{\Delta})\boldsymbol{X}_k[t-\tau(t)],k\in\{1,2,...,q\},\ t\in[t_i,t_{i+1}) \tag{4}$$

令 $\boldsymbol{x}(t)=[\boldsymbol{X}_1^{\mathrm{T}}(t),\boldsymbol{X}_2^{\mathrm{T}}(t),...,\boldsymbol{X}_q^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$,则具有间歇信息传输的双层网络拓扑多智能体系统可以表示为

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=-(\boldsymbol{I}_q\otimes\boldsymbol{L}_1)\boldsymbol{x}(t)-(\boldsymbol{L}_2\otimes\boldsymbol{\Delta})\times\boldsymbol{x}[t-\tau(t)],\ t\in[t_i,t_{i+1}) \tag{5}$$

令 $\boldsymbol{W}_1=\boldsymbol{I}_q\otimes\boldsymbol{L}_1$,$\boldsymbol{W}_2=\boldsymbol{L}_2\otimes\boldsymbol{\Delta}$,则有

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=-\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{x}(t)-\boldsymbol{W}_2\boldsymbol{x}[t-\tau(t)],t\in[t_i,t_{i+1}) \tag{6}$$

定义　定义一致状态:

$$\boldsymbol{W}=\{[x_{1,1}^{\mathrm{T}},x_{1,2}^{\mathrm{T}},\cdots x_{1,p}^{\mathrm{T}},\cdots x_{q,1}^{\mathrm{T}},\cdots x_{q,p}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}:x_{n,m}=x_{b,a},\forall m,a\in\{1,2,...,p\},\text{令}\ \forall n,b\in\{1,2,...,q\}\},N=pq$$

$$w(t)=\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{q}\sum_{m=1}^{p}x_{n,m}(t)$$

则

$$\dot{w}(t)=\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{q}\sum_{m=1}^{p}u_{n,m}(t)$$

2　主要结果

对于一致性状态 W,定义误差向量

$$\varepsilon_{n,m}(t)=-x_{n,m}(t)-w(t) \tag{7}$$

进一步,有

$$\dot{\varepsilon}_{n,m}(t)=-\dot{x}_{n,m}(t)-\dot{w}(t)=-u_{n,m}(t)-\frac{1}{N}\sum_{m=1}^{p}\sum_{n=1}^{q}u_{n,m}(t) \tag{8}$$

由此将一致性问题转化为动态误差系统的稳定性问题. 由 Laplace 矩阵 $\boldsymbol{L}_1$、$\boldsymbol{L}_2$ 的行和与列和均为 0,可得

$$\dot{w}(t)=0 \tag{9}$$

$$\sum_{a=1}^{p}l_{1,ma}w(t)=0 \tag{10}$$

$$\boldsymbol{E}_m\sum_{b=1}^{q}l_{2,nb}\boldsymbol{\Delta}\left[w(t)\quad\cdots\quad w(t)\right]^{\mathrm{T}}=0 \tag{11}$$

由式(2)、式(9)~式(11)可知

$$\dot{\varepsilon}_{n,m}(t)=-\sum_{a=1}^{p}l_{1,ma}\varepsilon_{n,a}(t)-\boldsymbol{E}_m\sum_{b=1}^{q}l_{2,nb}\boldsymbol{\Delta}\begin{bmatrix}\varepsilon_{n,1}[t-\tau(t)]\\ \vdots\\ \varepsilon_{n,p}[t-\tau(t)]\end{bmatrix} \tag{12}$$

令 $\boldsymbol{\varepsilon}(t)=[\varepsilon_{1,1}^{\mathrm{T}},\cdots\varepsilon_{1,p}^{\mathrm{T}},\varepsilon_{2,1}^{\mathrm{T}},\cdots\varepsilon_{2,p}^{\mathrm{T}},\cdots\varepsilon_{q,p}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，则(12)可表示为

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(t)&=-(\boldsymbol{I}_q\otimes\boldsymbol{L}_1)\boldsymbol{\varepsilon}(t)-(\boldsymbol{L}_2\otimes\boldsymbol{\Delta})\boldsymbol{\varepsilon}[t-\tau(t)]\\&=-\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{\varepsilon}(t)-\boldsymbol{W}_2\boldsymbol{\varepsilon}[t-\tau(t)],\ t\in[t_i,t_{i+1})\end{aligned} \tag{13}$$

由于 Laplace 矩阵 $\boldsymbol{L}_1$ 是实对称矩阵，则存在酉矩阵 $\boldsymbol{U}=(\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u}_2,...,\boldsymbol{u}_q)\in\boldsymbol{R}^{q\times q}$，其中 $\boldsymbol{u}_n=(u_{n,1},u_{n,2},...,u_{n,q})^{\mathrm{T}}\in\boldsymbol{R}^q$，使得 $\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_2\boldsymbol{U}=\boldsymbol{\Lambda}=diag\{\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_q\}$，$\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}=\boldsymbol{I}_q$，$\lambda_l(l\in\{1,2,...,n\})$ 是 $\boldsymbol{L}_2$ 的特征值. Laplace 矩阵的性质使得

(1)$\lambda_1\equiv0$ 的相关特征向量是 $\boldsymbol{u}_1=(1,...,1)^{\mathrm{T}}\in\boldsymbol{R}^q$；

(2) $0=\lambda_1\leqslant\lambda_2\leqslant\cdots\leqslant\lambda_q$.

令

$$\begin{aligned}\boldsymbol{z}(t)&=(\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\otimes\boldsymbol{I}_p)\boldsymbol{\varepsilon}(t)\\&=(z_{1,1}^{\mathrm{T}},...,z_{1,p}^{\mathrm{T}},z_{2,1}^{\mathrm{T}},...,z_{2,p}^{\mathrm{T}},...,z_{q,p}^{\mathrm{T}})\end{aligned}$$

由(13)可得

$$\dot{\boldsymbol{z}}(t)=-\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{z}(t)-(\boldsymbol{\Lambda}\otimes\boldsymbol{\Delta})\boldsymbol{z}[t-\tau(t)]$$

其中

$$\begin{aligned}\boldsymbol{Z}_1(t)&=[z_{1,1}^{\mathrm{T}},...,z_{1,p}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}=(\boldsymbol{u}_1^{\mathrm{T}}\otimes\boldsymbol{I}_p)\boldsymbol{\varepsilon}(t)\\&=\Big[\sum_{d=1}^{N=pq}\boldsymbol{\varepsilon}_d(t)\Big]_{p\times1}=[\boldsymbol{0}]_{p\times1}\end{aligned}$$

因此，一致性问题可进一步转化为如下 $q-1$ 个子系统的稳定性问题

$$\begin{aligned}&\dot{\boldsymbol{g}}(t)=-\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{g}(t)-\lambda_k\boldsymbol{\Delta}\,\boldsymbol{g}[t-\tau(t)]\\&\boldsymbol{g}(t)=\boldsymbol{\psi}(t),\ t\in[-\tau,0]\end{aligned} \tag{14}$$

其中 $\boldsymbol{g}(t)$是具有初始条件的状态向量 $\boldsymbol{\psi}\in\boldsymbol{C}(\{-\tau,0\},\boldsymbol{R}^n)$，$k\in\{2,3,...,q\}$.

引理 对于任何常数矩阵 $\boldsymbol{A}>0\in\boldsymbol{R}^{n\times n}$，$\boldsymbol{Y}\in\boldsymbol{R}^{n\times k}$，$\boldsymbol{E}\in\boldsymbol{R}^{n\times k}$，时变函数 $\tau(t)$ 满足 $0<\tau(t)<\tau$，向量函数 $\dot{\boldsymbol{v}}:[-\tau,0]\to\boldsymbol{R}^n$，若 $\int_{t-\tau(t)}^{t}\dot{\boldsymbol{v}}(s)\mathrm{d}s=\boldsymbol{M}\boldsymbol{\varphi}(t)$，其中 $\boldsymbol{M}\in\boldsymbol{R}^{n\times k}$，$\boldsymbol{\varphi}t)\in\boldsymbol{R}^k$，则下面不等式成立

$$-\int_{t-\tau(t)}^{t}\dot{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{A}\dot{\boldsymbol{v}}(s)\mathrm{d}s\leqslant\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{M}\boldsymbol{\varphi}(t)$$

其中 $\boldsymbol{M}=\tau(t)\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}$.

以下定理给出系统(14)稳定的充分条件.

定理 给定标量 $\tau>0$，如果存在矩阵 $\boldsymbol{P}_k>0$，$\boldsymbol{Q}_k>0$，$\boldsymbol{S}_k>0(k=2,3,\cdots,q)$和任意矩阵 $\boldsymbol{Z}_{1k}$，$\boldsymbol{Z}_{2k}$，使得

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}_k & \tau\boldsymbol{Z}_{1k}^{\mathrm{T}}\\ * & -\tau S_k\end{bmatrix}<0,\ \begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}_k & \tau\boldsymbol{Z}_{2k}^{\mathrm{T}}\\ * & -\tau\boldsymbol{S}_k\end{bmatrix}<0 \tag{15}$$

成立，其中

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Phi}_k&=\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_k\boldsymbol{\eta}_k+\boldsymbol{\eta}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_k\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_k\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_k\boldsymbol{e}_3+\\&\quad\boldsymbol{\eta}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_k\boldsymbol{\eta}_k-\boldsymbol{E}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_{1k}-\boldsymbol{Z}_{1k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_1-\boldsymbol{E}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_{2k}-\boldsymbol{Z}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_2\\\boldsymbol{\eta}_k&=\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{\lambda}_k\boldsymbol{\Delta}\,\boldsymbol{e}_2\\\boldsymbol{e}_1&=[\boldsymbol{I}_p\quad0\quad0],\boldsymbol{e}_2=[0\quad\boldsymbol{I}_p\quad0],\\\boldsymbol{e}_3&=[0\quad0\quad\boldsymbol{I}_p],\boldsymbol{E}_1=\boldsymbol{e}_2-\boldsymbol{e}_3,\ \boldsymbol{E}_2=\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_3\end{aligned}$$

则系统(14)是渐近稳定的.

证明： 为系统(14)的第 k 个子系统选择以下 Lyapunov-Kraovskii 函数

$$V_k(t)=\sum_{l=1}^{3}V_{k,l}(t) \tag{16}$$

其中

$$\begin{aligned}V_{k,1}(t)&=\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}_k\boldsymbol{g}(t)\\V_{k,2}(t)&=\int_{t-\tau}^{t}\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Q}_k\boldsymbol{g}(s)\mathrm{d}s\\V_{k,3}(t)&=\int_{-\tau}^{0}\int_{t+\theta}^{t}\dot{\boldsymbol{g}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{S}_k\dot{\boldsymbol{g}}(s)\mathrm{d}\theta\mathrm{d}s\end{aligned}$$

$V_k(t)$ 沿着系统(14)轨迹的导数为

$$\begin{aligned}\dot{V}_k(t)&=\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t)(\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_k\boldsymbol{\eta}_k+\boldsymbol{\eta}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_k\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_k\boldsymbol{e}_3-\\&\quad\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_k\boldsymbol{e}_3+\boldsymbol{\eta}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_k\boldsymbol{\eta}_k)\boldsymbol{\xi}(t)-\\&\quad\int_{t-\tau}^{t-\tau(t)}\dot{\boldsymbol{g}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{S}_k\dot{\boldsymbol{g}}(s)\mathrm{d}s-\int_{t-\tau(t)}^{t}\dot{\boldsymbol{g}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{S}_k\dot{\boldsymbol{g}}(s)\mathrm{d}s\end{aligned} \tag{17}$$

其中

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{\xi}(t)=\{\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(t)\ \boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}[t-\tau(t)]\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(t-\tau)\}\\&\boldsymbol{e}_1=[\boldsymbol{I}_p\quad0\quad0],\boldsymbol{e}_2=[0\quad\boldsymbol{I}_p\quad0],\boldsymbol{e}_3=[0\quad0\quad\boldsymbol{I}_p]\end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\eta}_k&=\boldsymbol{S}_1\boldsymbol{e}_1-\lambda_k\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{e}_2\\\boldsymbol{\eta}_{1k}(t)&=-\int_{t-\tau}^{t-\tau(t)}\dot{\boldsymbol{g}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{S}_k\dot{\boldsymbol{g}}(s)\mathrm{d}s\\\boldsymbol{\eta}_{2k}(t)&=-\int_{t-\tau(t)}^{t}\dot{\boldsymbol{g}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{S}_k\dot{\boldsymbol{g}}(s)\mathrm{d}s\\\boldsymbol{E}_1&=\boldsymbol{e}_2-\boldsymbol{e}_3,\ \boldsymbol{E}_2=\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_3\end{aligned}$$

由引理可知

$$\boldsymbol{\eta}_{1k}(t)+\boldsymbol{\eta}_{2k}(t)\leqslant\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\{[\tau-\tau(t)]\boldsymbol{Z}_{1k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_k^{-1}\boldsymbol{Z}_{1k}-$$

$$\boldsymbol{E}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_{1k}-\boldsymbol{Z}_{1k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_1+\tau(t)\boldsymbol{Z}_{2k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_k^{-1}\boldsymbol{Z}_{2k}-\boldsymbol{E}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_{2k}-\boldsymbol{Z}_{2k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_2\}\boldsymbol{\xi}(t) \tag{18}$$

由式(16)～式(18)可知

$$\dot{V}_k(t)\leqslant\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\{\boldsymbol{\Phi}_k+[\tau-\tau(t)]\times\boldsymbol{Z}_{1k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_k^{-1}\boldsymbol{Z}_{1k}+\tau(t)\boldsymbol{Z}_{2k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_k^{-1}\boldsymbol{Z}_{2k}\}\boldsymbol{\xi}(t)=\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Theta}_k\boldsymbol{\xi}(t) \tag{19}$$

其中

$$\boldsymbol{\Theta}_k=\boldsymbol{\Phi}_k+[\tau-\tau(t)]\boldsymbol{Z}_{1k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_k^{-1}\boldsymbol{Z}_{1k}+\tau(t)\boldsymbol{Z}_{2k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_k^{-1}\boldsymbol{Z}_{2k}$$

$$\boldsymbol{\Phi}_k=\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_k\boldsymbol{\eta}_k+\boldsymbol{\eta}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_k\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_k\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_k\boldsymbol{e}_3+\boldsymbol{\eta}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_k\boldsymbol{\eta}_k-\boldsymbol{E}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_{1k}-\boldsymbol{Z}_{1k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_1-\boldsymbol{E}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_{2k}-\boldsymbol{Z}_{2k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_2$$

如果 $\boldsymbol{\Theta}_k<0$，则存在一个标量 $\beta>0$，使得下式成立

$$\dot{V}_k(t)\leqslant-\beta\|\boldsymbol{\xi}(t)\|^2<0$$

则系统是渐近稳定的.

当 $\tau(t)\in[0,\tau]$时，$\tau-\tau(t)\in[0,\tau]$，$\boldsymbol{\Theta}_k$ 是$[\tau-\tau(t)]\boldsymbol{Z}_{1k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_k^{-1}\boldsymbol{Z}_{1k}$ 和 $\tau(t)\boldsymbol{Z}_{2k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_k^{-1}\boldsymbol{Z}_{2k}$ 的凸组合. $\boldsymbol{\Theta}_k<0$ 当且仅当满足：

$$\boldsymbol{\Phi}_k+\tau\boldsymbol{Z}_{1k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_k^{-1}\boldsymbol{Z}_{1k}<0,\boldsymbol{\Phi}_k+\tau\boldsymbol{Z}_{2k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_k^{-1}\boldsymbol{Z}_{2k}<0 \tag{20}$$

即

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}_k & \tau\boldsymbol{Z}_{1k}^{\mathrm{T}}\\ * & -\tau\boldsymbol{S}_k\end{bmatrix}<0,\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}_k & \tau\boldsymbol{Z}_{2k}^{\mathrm{T}}\\ * & -\tau\boldsymbol{S}_k\end{bmatrix}<0 \tag{21}$$

成立. 所以，

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}_k & \tau\boldsymbol{Z}_{1k}^{\mathrm{T}}\\ * & -\tau\boldsymbol{S}_k\end{bmatrix}<0,\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}_k & \tau\boldsymbol{Z}_{2k}^{\mathrm{T}}\\ * & -\tau\boldsymbol{S}_k\end{bmatrix}<0,k=2,$$

$3,\cdots,q$，系统(14)是渐近稳定的.

证毕.

注　本文将间歇通信的多层网络，转化成一个等价的时变时滞系统，通过建立误差模型将网络系统的一致性问题转化为 $q-1$ 个子系统的稳定性问题. 定理 1 给出了系统（14）稳定的充分条件，即系统(1)在控制协议(2)的作用下能够达到一致性.

3　仿真实例

两层拓扑网络由 3 组车辆智能体组成，每组 4 个车辆智能体，如图 1 所示. 对于第 n 组第 m 个车辆智能体

$$\dot{x}_{n,m}(t)=u_{n,m}(t)$$

取多智能体的初始位置状态为 $x(0)=[5\quad 4\quad -3\quad 2\quad 1\quad 12\quad 7\quad 10\quad 9\quad 8\quad 11\quad 6]^{\mathrm{T}}$，相关参数如右：

$$\boldsymbol{\Delta}=\boldsymbol{\rho}_1\boldsymbol{\rho}_2^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\rho}_1=[2\quad 1\quad 2\quad 1]^{\mathrm{T}},\quad \boldsymbol{\rho}_2=[1\quad 0\quad 0\quad 0]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{L}_1=\begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & 0\\ -1 & 3 & -2 & 0\\ 0 & -2 & 3 & 1\\ 0 & 0 & -1 & 1\end{bmatrix},\boldsymbol{L}_2=\begin{bmatrix}1 & -1 & 0\\ -1 & 2 & -1\\ 0 & -1 & 1\end{bmatrix}$$

求解定理中的 LMI，LMI 有解，其部分解为：

$$\boldsymbol{P}_1=\begin{bmatrix}-0.0023 & 0.0060 & 0.0051 & -0.0048\\ 0.0060 & -0.0194 & -0.0130 & 0.0148\\ 0.0051 & -0.0130 & -0.0123 & 0.0108\\ -0.0048 & 0.0148 & 0.0108 & -0.0129\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}_2=\begin{bmatrix}-0.0316 & 0.0251 & -0.0014 & 0.0032\\ 0.0251 & -0.0836 & 0.0562 & -0.0008\\ -0.0014 & 0.0562 & -0.0863 & 0.0318\\ 0.0032 & -0.0008 & 0.0318 & -0.0169\end{bmatrix}$$

仿真结果表明，当采样间歇周期 $\tau=0.26\mathrm{s}$ 时，定理中的 LMI 是有解的，此时车辆的位置轨迹如图 2 所示，部分多智能体控制协议输入如图 3 所示，各车辆的位置状态最终达到了一致.

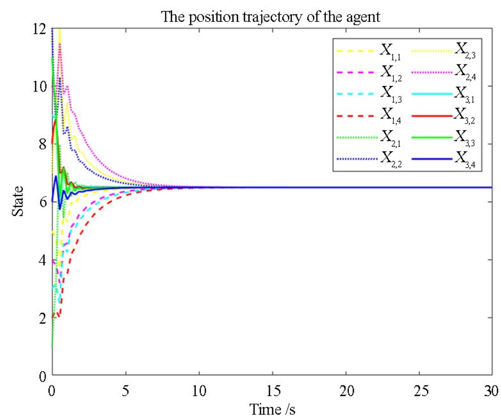


图 2　多智能体位置轨迹

Fig. 2　The position trajectory of the agent

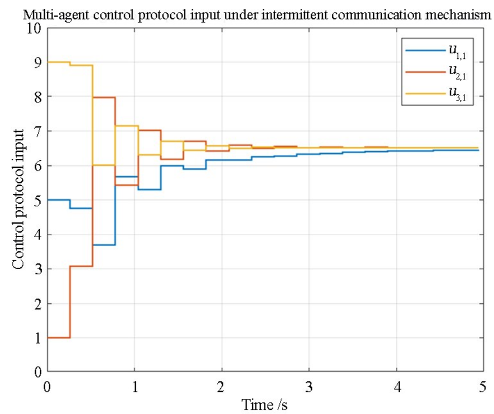


图 3　间歇通信机制下多智能体控制协议输入

Fig. 3　Multi-agent control protocol input under intermittent communication mechanism

4 结论

本文讨论了在间歇通信机制下的多层拓扑多智能体系统的状态一致性问题,提出了有效的一致性控制协议. 首先,基于模型变换将多智能体系统的一致性问题等效转化为线性时滞系统的稳定性问题. 其次,利用 Lyapunov-Krasovskii 函数法和凸组合技术,给出了 LMI 形式的时滞相关稳定性判据并求解. 最后,仿真实例验证了所提方法的有效性.

参考文献

[1] PENG C, LI F Q. A survey on recent advances in event-triggered communication and control [J]. Information Sciences, 2018, 457/458: 113－125.

[2] PANTELIDES C P, NELSON P A. Continuous pulse control of structures with material non-linearity [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1995, 24(2): 263－282.

[3] ZHANG W B, TANG Y, HUANG T W, et al. Consensus of networked euler-lagrange systems under time-varying sampled-data control [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2018, 14(2): 535－544.

[4] ARASTOO R, MOTEE N, KOTHARE M V. Optimal sparse output feedback control design: a rank constrained optimization approach [EB/OL]. 2014: arXiv: 1412. 8236. http://arxiv. org/abs/1412. 8236

[5] NAGAHARA M, QUEVEDO D E, NESIC D. Maximum hands-off control: a paradigm of control effort minimization [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, 61(3): 735－747.

[6] HE S C, LIU X D, LU P L, et al. Distributed finite-time consensus algorithm for multiagent systems via aperiodically intermittent protocol [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2022, 69(7): 3229－3233.

[7] 宋娜, 洪小敏, 周川. 通信受限的网络化多智能体系统编队控制[J]. 动力学与控制学报, 2017, 15(2): 163－171.
SONG N, HONG X M, ZHOU C. Formation control of networked multi-agent system with communication constrains [J]. Journal of Dynamics and Control, 2017, 15(2): 163－171. (in Chinese)

[8] 吴银平, 王荣浩, 秦霞. 多智能体一致性算法在孤岛微电网二次控制中的应用[J]. 动力学与控制学报, 2023, 21(1): 18－29.
WU Y P, WANG R H, QIN X. Application of multi-agent consistency algorithm in secondary control of island microgrid [J]. Journal of Dynamics and Control, 2023, 21(1): 18－29. (in Chinese)

[9] 柴洁, 过榴晓, 陈晶, 等. 二阶多智能体系统的线性广义一致性[J]. 动力学与控制学报, 2021, 19(1): 80－86.
CHAI J, GUO L X, CHEN J, et al. Linear generalized consensus of second-order multi-agent systems [J]. Journal of Dynamics and Control, 2021, 19(1): 80－86. (in Chinese)

[10] LIU J, WU Y B, XUE L, et al. A new intermittent control approach to practical fixed-time consensus with input delay [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2023, 70(6): 2186－2190.

[11] LI B Q, WEN G G, PENG Z X, et al. Fully distributed consensus tracking of stochastic nonlinear multiagent systems with Markovian switching topologies via intermittent control [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2022, 52(5): 3200－3209.

[12] KIVELÄ M, ARENAS A, BARTHELEMY M, et al. Multilayer networks [J]. Journal of Complex Networks, 2014, 2(3): 203－271.

[13] REN J, SONG Q, GAO Y B, et al. Leader-following consensus of delayed neural networks under multi-layer signed graphs [J]. Neurocomputing, 2021, 450: 168－182.

[14] DUAN Z X, ZHAI G S, XIANG Z R. State consensus for hierarchical multi-agent dynamical systems with inter-layer communication time delay [J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(3): 1235－1249.

[15] DUAN Z X, ZHAI G S, XIANG Z R. Exponential consensus for hierarchical multi-agent systems with switching topology and inter-layer communication delay [J]. IET Control Theory & Applications, 2016, 10(4): 451－460.

第 22 卷第 7 期
2024 年 7 月

动力学与控制学报
JOURNAL OF DYNAMICS AND CONTROL

Vol. 22 No. 7
Jul. 2024

文章编号:1672-6553-2024-22(7)-019-010

DOI:10.6052/1672-6553-2023-121

充液挠性航天器时变滑模控制及振动抑制*

时浩翔[1,2]　宋晓娟[1,2†]

(1. 内蒙古工业大学 机械工程学院，呼和浩特　010051)

(2. 内蒙古自治区特种服役智能机器人重点实验室，呼和浩特　010051)

摘要　针对存在外界未知干扰、参数不确定问题的刚－液－柔多体耦合航天器姿态控制进行了研究. 将液体燃料的晃动等效为球摆模型，挠性附件假设为欧拉－伯努利梁，建立了多体耦合航天器动力学方程. 首先，设计了积分滑模干扰观测器，使其能够在有限的时间范围内对控制系统的集总扰动实现准确估计；其次，以此干扰观测器为基础，设计了一种时变滑模控制方法，该控制运用双曲正切函数；最后，结合光滑整形技术，设计出零振动指令光滑器，从而抑制液体晃动和挠性附件振动. 数值仿真结果表明：本文所设计的控制方案具有可行性和有效性，多模态充液挠性航天器在姿态机动过程中所引起的残余振动可以得到有效抑制.

关键词　刚－液－柔耦合航天器，　姿态机动，　干扰观测器，　时变滑模控制，　命令光滑器

中图分类号:V448　　　　**文献标志码**:A

Time-Varying Sliding Mode Control and Vibration Suppression of Liquid-Filled Flexible Spacecraft*

Shi Haoxiang[1,2]　Song Xiaojuan[1,2†]

(1. College of Mechanical Engineering, Inner Mongolia University of Technology, Hohhot　010051, China)

(2. Inner Mongolia Autonomous Region Key Laboratory of Special Service Intelligent Robot, Hohhot　010051, China)

Abstract　In this paper, attitude control of rigid-liquid-flexible multi-body coupling spacecraft with unknown interference and uncertain parameters is studied. The sloth of liquid fuel is equivalent to the spherical pendulum model, the flexible attachment is assumed to be Euler-Bernoulli beam, and the dynamics equation of spacecraft is established by Lagrangian method. Firstly, an integral sliding mode disturbance observer was designed for a finite time, enabling the designed model to estimate the lumped disturbances of the control system within a specified time range. Then, based on disturbance observer, a time-varying sliding mode control method is designed, which uses hyperbolic tangent function. Finally, a zero-vibration command smoothing device is designed to suppress liquid sloshing and vibration of flexible accessories. The numerical simulation results indicate that the control scheme designed in this paper is feasible and effective, the residual vibration caused by the multi-mode flexible spacecraft during attitude maneuver can be effectively suppressed.

2023-10-24 收到第 1 稿，2023-11-19 收到修改稿.

* 国家自然科学基金资助项目(11962020，12362004，12172182，12132002)，内蒙古自治区高等学校创新团队发展计划支持(NMGIRT2213)，内蒙古自治区高等学校青年科技人才项目(NJYT23029，NJYT23067)，内蒙古自治区直属高校基本科研业务费项目(JY20220086，JY20220046)，内蒙古青年创新基金(2023JQ14)，National Natural Science Foundation projects (11962020，12362004，12172182，12132002), Inner Mongolia Autonomous Region Higher Education Innovation Team Development Plan (NMGIRT2213), Youth Science and Technology Talent Project of Higher Education Institutions in Inner Mongolia Autonomous Region (NJYT23029，NJYT23067), Basic Research Funds of Universities Directly under Autonomous Region (JY20220086，JY20220046), Natural Science Foundation of Inner Mongolia (2023JQ14).

† 通信作者 E-mail:xjsong0603@163.com

Key words　rigid-liquid-flexible coupling spacecraft,　attitude maneuver,　disturbance observer,　time-varying sliding mode control,　command smooth

引言

现代大型航天器的结构日益复杂,不但携带大量液体燃料(占到航天器总体质量的40%以上),往往还会携带多种挠性附件(如太阳帆板,空间机械臂,柔性可伸展天线等).而一个非线性且耦合的动力学系统是由航天器的液体燃料,挠性附件和主刚体所组成的,从而为航天器控制带来了极大的挑战.

要消除燃料晃动所诱发的不稳定效应,就必须将液体燃料晃动纳入航天器整体控制系统建模方案中.在建立模型时,各类贮腔内的液体晃动效应常以等效的力学模型进行阐述.例如:基于光滑粒子流体力学[1]方法,提出一种流量可控的出口边界处理方法,可估算出液体晃动对航天器的影响;在变参数的复合摆等效力学模型[2]的基础上,采用混合坐标法对一类变质量充液航天器展开动力学建模,从而为航天工程实践提供一定的理论指导和参考;建立液体多模态晃动等效力学模型[3],结合输入成型和自适应滑模控制设计了复合控制策略.其他还有用浮动坐标法[4]来模拟柔性体的小幅晃动;质心面模型和运动脉动球模型[5]模拟液体大幅晃动;变参数复合摆模型[6]用于模拟液体燃料晃动及消耗.

随着航天器结构日益复杂化,外部扰动多样化,且控制精度不断提高,对充液挠性多体航天器的研究也更加深入.文献[7]提出了一个复合的3DOF刚性摆模型来等效非线性液体晃动,并通过三种不同情况模拟验证了模型的有效性,为分析航天器中液体燃料的大振幅横向晃荡和旋转晃动提供了新思路.文献[8]研究了含有板类柔性附件的复杂航天器,在对太阳能帆板的变形进行探究时,采用Kirchhoff-Love薄板模型,然后,通过Hamilton变分原理推导了充液储腔的液体晃动控制方程,并分析了由于柔性附件装配位置的不同,从而对耦合航天器的系统动力学行为产生了较大的干扰.文献[9]研究充液挠性航天器大范围运动,基于凯恩方法建立航天器刚－液－柔耦合系统动力学,采用脉动球模型等效液体燃料的晃动,并考虑柔性帆板振动过程中的动力刚化效应,该动力学模型对航天器动力学分析有重要意义.文献[10]研究了多体耦合航天器的非线性建模和姿态机动问题,采用改进的运动脉动球模型等效液体的大幅晃动,建立刚－液－柔耦合航天器动力学系统.仿真结果表明,液体晃动会导致航天器姿态机动,从而影响挠性附件的变形.

干扰观测器可以克服环境干扰和参数不确定性对航天器姿态控制精度带来的影响,在实际工程中也被广泛应用.文献[11]基于滑模控制(Sliding Mode Control, SMC)理论和自适应积分滑模控制器(Adaptive Integral Sliding Mode Controller, AISMC)法则,设计出用于挠性航天器的姿态跟踪控制的滑模干扰观测器(Sliding Mode Disturbance Observer-Adaptive Integral Sliding Mode Controller, SMDO-AISMC),既可以实现对滑模干扰观测器(Sliding Mode Disturbance Observer, SMDO)估计和跟踪误差同时收敛,又可以有效抑制由外部干扰和参数不确定引起的扰动.文献[12]将充液挠性航天器的惯性不确定性、外部扰动、液体晃动和柔性附件的耦合归为集总扰动,并设计出模糊干扰观测器(Fuzzy Disturbance Observer, FDO)来估计,可以通过调整设计参数减小估计误差.文献[13]提出了一种固定时间收敛的扰动观测器,但其收敛时间取决于初始状态,其在实际中很难测得.文献[14]运用径向基函数神经网络补偿未知干扰,有效降低了输出饱和的风险.

时变滑模面可随系统状态或时间改变而改变,使系统在任何时刻的状态变量都能够处于滑模上,从而消除趋近阶段、增强系统对高频抖动的抗冲击能力和鲁棒性.文献[15]提出了一种对于输入饱和执行器线性不确定情况下的时变滑模面,对被控对象无要求.文献[16]将变结构控制方法应用于航天器的姿态机动,并设计了时变滑模面和切换机制,有效解决了航天器非线性机动控制问题.文献[17]将时变滑模控制的指数形式与干扰观测器相结合,能够有效降低系统稳态误差,极大改善了系统的控制精确性.文献[18]提出在不了解系统初始状态前提下的时变滑模面,使得被控系统在接近滑模和到达滑模后都能加速收敛.

零振动光滑整形技术为充液挠性航天器中的

挠性附件振动抑制提供了新途径. 文献[19]对平面桥式起重机进行试验,证实了该光滑整形技术抑制挠性附件振动的有效性. 文献[20]研究了矩形贮液箱内的液体晃动,采用了将命令光滑器和输入成型复合的控制方法,仿真和实验数据显示控制器有良好的振动抑制效果. 文献[21]优化了前人设计的光滑器,优化后的光滑器既可以更好地抑制液体晃动又对系统参数变化和工作条件变化不敏感. 文献[22]采用遗传算法优化控制器参数,使系统的平方误差加权指标(ISE)和违反控制输入约束的加权惩罚项指标最小,明显提高了系统的鲁棒性.

针对刚－液－柔耦合航天器的姿态机动问题,本文提出了一种复合控制方法. 考虑航天器在进行姿态机动过程中会受到多种干扰力矩的影响,且系统各参数不能确定,设计了积分滑模干扰观测器,能在有限时间范围内估计系统的集总扰动. 同时结合零振动光滑整形技术设计了命令光滑器,在保证系统渐近稳定的同时抑制在姿态机动时产生的液体晃动以及柔性附件的振动.

1　充液挠性航天器动力学建模

1.1　航天器姿态动力学方程

$$\begin{bmatrix}\dot{q}_0\\ \dot{\boldsymbol{q}}\end{bmatrix}=\frac{1}{2}\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}(q_0,\boldsymbol{q})\boldsymbol{\omega}\tag{1}$$

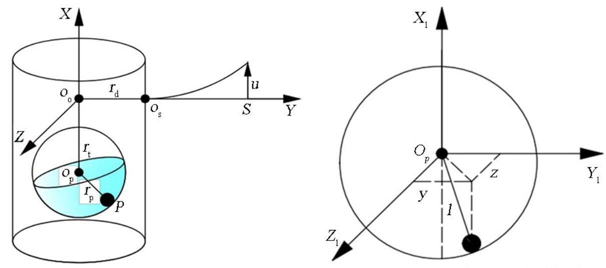
$$\boldsymbol{G}(q_0,\boldsymbol{q})=[-\boldsymbol{q},q_0\boldsymbol{I}_3-\boldsymbol{q}^{\times}]\tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{\omega}=[\omega_1\quad\omega_2\quad\omega_3]^{\mathrm{T}}$ 为航天器的角速度,$\boldsymbol{I}_3$ 为单位对角矩阵,$[q_0\quad\boldsymbol{q}]^{\mathrm{T}}=[q_0\quad q_1\quad q_2\quad q_3]^{\mathrm{T}}$ 为姿态四元数,其满足约束条件 $q_0^2+\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{q}=1$,以便后文对姿态控制问题阐述简便,本文仅考虑 $q_0=1$,$\boldsymbol{q}^{\times}$ 为叉乘矩阵,定义为:

$$\boldsymbol{q}^{\times}=\begin{bmatrix}0&-q_3&q_2\\ q_3&0&-q_1\\ -q_2&q_1&0\end{bmatrix}\tag{3}$$

1.2　充液挠性航天器数学模型

航天器的模型如图 1 所示,O_o-XYZ 为航天器的本体坐标系,航天器主刚体的质心 O_o 为坐标原点. 液体晃动等效为球摆运动,O_P 为球摆的悬挂点,摆长为 l,质量为 m_p,位移矢量为 $\boldsymbol{r}_p$. 挠性附件等效为欧拉－伯努利梁,长度为 l_1,单位密度为 ρA,弯曲刚度为 EI. 本文只考虑航天器的姿态运动且航天器只包含一个液体贮液箱,液体燃料为小幅晃动.



(a) 航天器的简化示意图　　(b) 液体晃动等效球摆模型

图 1　充液挠性航天器示意图和力学模型

Fig. 1　Schematic diagram and mechanical model of a liquid filled flexible spacecraft

球摆在 O_o-XYZ 的位移矢量 $\boldsymbol{r}_1=\boldsymbol{r}_t+\boldsymbol{r}_p$,速度矢量 $\dot{\boldsymbol{r}}_1=\dot{\boldsymbol{r}}_t+\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}_p$,文献[12]利用拉格朗日法,建立球摆动力学方程:

$$\boldsymbol{A}\ddot{\boldsymbol{\eta}}+\boldsymbol{C}_f\dot{\boldsymbol{\eta}}+\boldsymbol{\delta}\dot{\boldsymbol{\omega}}+\boldsymbol{K}_f\boldsymbol{\eta}+m_p\boldsymbol{D}+\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\omega})\dot{\boldsymbol{\eta}}=0\tag{4}$$

式中,$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}m_p&0\\0&m_p\end{bmatrix}$,$\boldsymbol{C}_f=\begin{bmatrix}2c_1&c_2\\c_2&2c_3\end{bmatrix}$,

$\boldsymbol{\delta}=\begin{bmatrix}-m_pr_z&0&m_pr_x\\ m_pr_y&-m_pr_x&0\end{bmatrix}$,$\boldsymbol{\eta}=\begin{bmatrix}y\\z\end{bmatrix}$,

$\boldsymbol{K}_f=\begin{bmatrix}\dfrac{m_pg}{l}&0\\ 0&\dfrac{m_pg}{l}\end{bmatrix}$,$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\omega})=\begin{bmatrix}0&-2m_p\omega_1\\ 2m_p\omega_1&0\end{bmatrix}$,

$\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix}r_x\omega_1\omega_2-r_y(\omega_1^2+\omega_2^2)+r_z\omega_2\omega_3\\ r_x\omega_1\omega_3-r_z(\omega_1^2+\omega_2^2)+r_y\omega_2\omega_3\end{bmatrix}$.

挠性附件的弹性位移 u,采用模态分析法 $u=\sum_{i=1}^{3}\varphi_i(y)\varepsilon_i(t)$,$\varphi_i(y)$ 为挠性附件的三阶主振动函数,令 $\boldsymbol{\varepsilon}(t)=\boldsymbol{U}\times\boldsymbol{n}(t)$. 文献[8]建立挠性附件的动力学方程为:

$$\boldsymbol{B}_s\dot{\boldsymbol{\omega}}+\ddot{\boldsymbol{n}}(t)+\boldsymbol{C}_s\dot{\boldsymbol{n}}(t)+\boldsymbol{K}_s\boldsymbol{n}(t)=0\tag{5}$$

式中:

$$\boldsymbol{K}_s=\mathrm{diag}\{u_iEI\int_0^{l_1}\left[\frac{\mathrm{d}^2\varphi_i(y)}{\mathrm{d}y^2}\right]^2\mathrm{d}y\}$$

$$\boldsymbol{C}_s=\mathrm{diag}\{2\xi_iu_i\sqrt{2EI\int_0^{l}\left[\frac{\mathrm{d}^2\varphi_i(y)}{\mathrm{d}x^2}\right]^2\mathrm{d}y\,\varepsilon_i(t)}\}$$

$$\boldsymbol{B}_s=\begin{bmatrix}0&0&b_1\\0&0&b_2\\0&0&b_3\end{bmatrix}\;b_i=-u_i\rho A\int_0^{l_1}\varphi_i(y)(r_0+y)\mathrm{d}y$$

$$u_i=\frac{1}{\sqrt{\rho A\int_0^{l_1}\varphi_i^2(y)\mathrm{d}y}},\ i=1,2,3$$

设航天器的转动惯量为 $\boldsymbol{J}$，主刚体的转动惯量为 $\boldsymbol{J}_b$，质量为 m_b. 文献[8]得到航天器整体的动力学方程：

$$\boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega}^{\times}(\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{B}_s^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{n}} + \boldsymbol{\delta}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{\eta}}) + \boldsymbol{B}_s^{\mathrm{T}}\ddot{\boldsymbol{n}} + \boldsymbol{\delta}^{\mathrm{T}}\ddot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{T}_d - \boldsymbol{\tau} = 0 \tag{6}$$

式中，$\boldsymbol{J}_b = \boldsymbol{J} - m_b r_p^{\times} r_p^{\times}$，$\boldsymbol{T}_d$ 为未知干扰力矩，$\boldsymbol{\tau}$ 为控制力矩.

综上方程(4)～方程(6)为充液挠性多体航天器动力学方程.

2 复合控制器设计

2.1 有限时间积分滑模干扰观测器的设计

为控制方便引入新的状态变量 $\boldsymbol{\psi}$、$\boldsymbol{\zeta}$. 省略掉方程中的高阶小量，由系统动力学方程可得

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{J}^{-1}[-\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} + \bar{\boldsymbol{T}}_d + \boldsymbol{\tau}] \tag{7}$$

$$\dot{\boldsymbol{\psi}} = -(\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{C}_f\psi + \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{K}_f\boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{C}_f\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\omega}) \tag{8}$$

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{\psi} - \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\omega} \tag{9}$$

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = -(\boldsymbol{C}_s\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{K}_s\boldsymbol{n} - \boldsymbol{C}_s\boldsymbol{B}_s\boldsymbol{\omega}) \tag{10}$$

$$\dot{\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{\zeta} - \boldsymbol{B}_s\boldsymbol{\omega} \tag{11}$$

其中集总扰动为：

$$\bar{\boldsymbol{T}}_d = \boldsymbol{T}_d - \boldsymbol{\omega}^{\times}(\Delta\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{B}_s^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{n}} + \boldsymbol{\delta}\dot{\boldsymbol{\eta}}) - \Delta\boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\delta}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{C}_f\boldsymbol{\psi} + \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{K}_f\boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{C}_f\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\omega}) + \boldsymbol{B}_s^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{C}_s\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{K}_s\boldsymbol{n} - \boldsymbol{C}_s\boldsymbol{B}_s\boldsymbol{\omega})$$

式中：$\Delta\boldsymbol{J} = m_b r_p^{\times} r_p^{\times}$，$\Delta\boldsymbol{J}$ 为不确定惯性矩阵.

充液挠性航天器的控制系统可以表示为式(1)、式(7)～式(11).

定义如下符号：

$$\mathrm{sig}^{v}(x) = |x_1|^{v}\mathrm{sign}(x_1) + |x_2|^{v}\mathrm{sign}(x_2) + \cdots |x_n|^{v}\mathrm{sign}(x_n)$$

式中：$\boldsymbol{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_n]^{\mathrm{T}} \in R^n$，$0 < v < 1$，sign(·)表示符号函数.

引理 1[10]：如果存在 $0 < p < 1$，则不等式 $\sum_{i=1}^{3}|x_i|^{1+p} \geqslant (\sum_{i=1}^{3}|x_i|^2)^{1+p/2}$ 成立.

引理 2[10]：对于任何实数 $x_i(i=1,2,\cdots,n)$，存在 $0<b<1$ 使不等式 $(|x_1|+|x_2|+\cdots+|x_n|)^b \leqslant |x_1|^b+|x_2|^b+\cdots+|x_n|^b$ 成立.

引理 3[19]：考虑如下系统：

$$\dot{x} = f(x),\quad f(0) = 0$$

其中：$x \in R^n$，$f: U \to R^n$ 为连续函数.

假设存在连续可微函数 $V: U \to R^n$ 满足下述条件：$V(x)$ 是正定函数；

存在任何实数 $a_1 > 0$，$0 < a_2 < 1$，和 $a_3 > 0$ 且为常值时，如果 $V(x)$ 满足下列任意微分不等式：

$$\dot{V}(x) + a_1 V^{a_2}(x) \leqslant 0$$

$$\dot{V}(x) + a_3 V(x) + a_1 V^{a_2}(x) \leqslant 0$$

则系统是全局有限时间稳定的.

引理 4[19]：考虑如下系统：

$$\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = x_3, \cdots, \dot{x}_n = u$$

如果控制器设计为：

$$u = -k_1\mathrm{sign}(x_1)|x_1|^{\alpha_1} - k_2\mathrm{sign}(x_2)|x_2|^{\alpha_2} - \cdots - k_n\mathrm{sign}(x_n)|x_n|^{\alpha_n}$$

则闭环系统是全局有限时间稳定的. 其中：$\alpha_{i-1} = (\alpha_i\alpha_{i-1})/(2\alpha_{i+1} - \alpha_i)$，$i = 1, 2, \cdots, n$，$\alpha_n = \alpha$，$\alpha_{i+1} = 1$，$\alpha \in (1-\varepsilon, 1)$，$\varepsilon \in (0, 1)$；$k_1, k_2, \cdots, k_n$ 保证 $s^n + k_n s^{n-1} + \cdots + k_1$ 是 Hurwitz.

设计如下干扰观测器：

$$\boldsymbol{s}_0 = \boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{v} \tag{12}$$

$$\dot{\boldsymbol{v}} = -\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\tau}(t) + \bar{\boldsymbol{T}}_d(t) \tag{13}$$

$$s_{1i} = \dot{s}_{0i} + \int_0^t [k_{1i}\mathrm{sig}^{\alpha_{1i}}(s_{0i}) + k_{2i}\mathrm{sig}^{\alpha_{2i}}(\dot{s}_{0i})]\mathrm{d}s \tag{14}$$

$$\dot{\hat{\bar{T}}}_{di}(t) = k_{1i}\mathrm{sig}^{\alpha_{1i}}(s_{0i}) + k_{2i}\mathrm{sig}^{\alpha_{2i}}(s_{0i}) + \lambda_{1i}\mathrm{sig}^{\beta}(s_{1i}) + \lambda_{2i}s_{1i} + L_i\mathrm{sign}(s_{1i}) \tag{15}$$

式中：$\boldsymbol{s}_0 = [s_{01} \quad s_{02} \quad s_{03}]^{\mathrm{T}}$，$L_i \geqslant \sup_{t\geqslant 0}|\dot{\bar{\mathrm{d}}}_i|$，$\alpha_{2i} = \alpha_{1i}/(1+\alpha_{1i})$，$0 < \alpha_{1i} < 1$.

$k_{1i}, k_{2i}, \alpha_{1i}, \alpha_{2i}, \lambda_{1i}, \lambda_{2i}, L_i (i=1,2,3)$ 均为正常数；$\hat{\bar{\boldsymbol{T}}}_d(t)$ 为 $\bar{\boldsymbol{T}}_d(t)$ 的估计值.

注：式(14)中的积分项确保了滑模观测器能够在有限的时间范围内实现收敛，通过积分的运算，$\hat{\bar{\boldsymbol{T}}}_d(t)$ 可得知，进而颤振现象可以通过此项来进行改善.

定理 1：针对充液挠性航天器姿态控制系统式(7)～式(11)，设计的干扰观测器为式(12)～式(15)，可以在有限的时间范围内估计到集总干扰.

证明：由式(12)可以得到

$$\dot{\boldsymbol{s}}_0 = \boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} - \dot{\boldsymbol{v}} = -\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\tau} + \dot{\bar{\boldsymbol{T}}}_d(t) - [-\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\tau} + \hat{\bar{\boldsymbol{T}}}_d(t)] = \tilde{\bar{\boldsymbol{T}}}_d(t) \tag{16}$$

将式(14)对时间求导整理可得：

$$\dot{s}_{1i}=-\lambda_{1i}\operatorname{sig}^{\beta}(s_{1i})-\lambda_{2i}s_{1i}-L_i\operatorname{sign}(s_{1i})+\dot{\tilde{\boldsymbol{T}}}_d(t) \tag{17}$$

考虑如下 Lyapunov 函数：

$$V_1=\frac{1}{2}\boldsymbol{s}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_1 \tag{18}$$

将 V_1 对时间求一阶导数得：

$$\begin{aligned}\dot{V}_1&=\boldsymbol{s}_1^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{s}}_1\\&=-\sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{s}_{1i}[\lambda_{1i}\operatorname{sig}^{\beta}(s_{1i})+\lambda_{2i}s_{1i}+L_i\operatorname{sign}(s_{1i})-\dot{\tilde{\boldsymbol{T}}}_d(t)]\\&\leqslant-\sum_{i=1}^{3}[\lambda_{1i}\operatorname{sig}^{\beta+1}(s_{1i})+\lambda_{2i}s_{1i}^2+L_i\parallel s_{1i}\parallel-\dot{\tilde{\boldsymbol{T}}}_d(t)\parallel s_{1i}\parallel]\\&\leqslant-\sum_{i=1}^{3}[\lambda_{1i}\operatorname{sig}^{\beta}(s_{1i})+\lambda_{2i}s_{1i}]\\&\leqslant 2^{(\beta+1)/2}\lambda_1V_1^{(\beta+1)/2}-\lambda_2V_1\end{aligned} \tag{19}$$

式中：$\lambda_1=\min\{\lambda_{11},\lambda_{12},\lambda_{13}\}$，$\lambda_2=\min\{\lambda_{21},\lambda_{22},\lambda_{23}\}$.

据引理 3 和式(19)可以推知，在有限的时间范围内，系统能够到达滑动模态 s_1，当 $s_1=0$ 时，式(14)可以写成：

$$\ddot{s}_{0i}=-k_{1i}\operatorname{sig}^{\alpha_{1i}}(s_{0i})-k_{2i}\operatorname{sig}^{\alpha_{2i}}(\dot{s}_{0i}) \tag{20}$$

由引理 4 可得 s_0 在有限时间收敛到 0，定理 1 得证.

2.2 时变线性滑模控制

引理 5[10]：若函数 $f(x)$ 在区间$[0,\infty)$ 上连续，且其广义积分$\int_0^{\infty}f(t)\mathrm{d}t$ 存在且有界，则可知 $\lim\limits_{t\to\infty}f(t)=0$.

假设 1：控制力矩有界.

选取如下时变滑模面：

$$\boldsymbol{s}=\boldsymbol{\omega}+k(t)\boldsymbol{q} \tag{21}$$

式中 $k(t)$为时变控制参数，对时间进行求导可得

$$\dot{k}(t)=-\gamma_k(1-k_p)\tau_{\max}\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}[\tanh(s/p^2)+\tanh(k\boldsymbol{q}/p^2)]-\gamma_k\gamma_ck(\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{q}+\gamma_d) \tag{22}$$

式中 $0<k_p<1$，$\tau_{\max}$ 为控制力矩最大值，γ_k，γ_c，γ_d 为正常数.

$p^2(t)$定义为：

$$p^2(t)=p_0^2\mathrm{e}^{-\gamma_p6\bar{\alpha}(1-k_p)\tau_{\max}t}+\gamma_p\gamma_c\int_0^t\exp[-\gamma_p6\bar{\alpha}(1-k_p)\tau_{\max}(t-\sigma)]\times k(\sigma)^2[\boldsymbol{q}(\sigma)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{q}(\sigma)+\gamma_d]\mathrm{d}\sigma \tag{23}$$

式中：$p_0^2=p^2(0)$，γ_p 为正常数. 由双曲正切函数所满足的性质，正参数 $\bar{\alpha}$ 满足如下不等式关系，其中 x，y 为正参数

$$0\leqslant|x|\left[1-\tanh\left(\frac{x}{y}\right)\right]\leqslant\bar{\alpha}|y| \tag{24}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(p^2)=-\gamma_p6\bar{\alpha}(1-k_p)p^2+\gamma_p\gamma_ck^2(\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{q}+\gamma_d) \tag{25}$$

控制律设计为：

$$\boldsymbol{\tau}=-k_p\tau_{\max}\boldsymbol{q}-\hat{\tilde{\boldsymbol{T}}}_d-(1-k_p)\tau_{\max}\tanh(s/p^2) \tag{26}$$

考虑如下李雅普诺夫函数条件：

$$V_2=\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega}+2k_p\tau_{\max}(1-q_0)+\frac{1}{2\gamma_k}k^2+\frac{1}{\gamma_p}p^2 \tag{27}$$

对其求时间的导数可得：

$$\dot{V}_2=\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega}+k_p\tau_{\max}\boldsymbol{q})+\frac{1}{\gamma_k}\dot{k}+\frac{1}{\gamma_p}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(p^2) \tag{28}$$

将式(21)、式(22)、式(25)和式(26)代入式(28)可得：

$$\begin{aligned}\dot{V}_2=&\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}[-\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega}+\tilde{\boldsymbol{T}}_d-(1-k_p)\tau_{\max}\tanh(s/p^2)]+\\&\frac{k}{\gamma_k}\{-\gamma_k(1-k_p)\tau_{\max}\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}[\tanh(s/p^2)+\\&\tanh(k\boldsymbol{q}/p^2)]-\gamma_k\gamma_ck(\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{q}+\gamma_d)\}+\frac{1}{\gamma_p}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(p^2)\\=&\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}[\tilde{\boldsymbol{T}}_d-(1-k_p)\tau_{\max}\tanh(s/p^2)]-\\&(1-k_p)\tau_{\max}k\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}\tanh(s/p^2)-\\&(1-k_p)\tau_{\max}k\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}\tanh(k\boldsymbol{q}/p^2)-\\&\gamma_k\gamma_ck(\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{q}+\gamma_d)+\frac{1}{\gamma_p}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(p^2)\\=&\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}[\tilde{\boldsymbol{T}}_d-(1-k_p)\tau_{\max}\tanh(s/p^2)]-\\&k\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}[\tilde{\boldsymbol{T}}_d+(1-k_p)\tau_{\max}\tanh(k\boldsymbol{q}/p^2)]-\\&6\bar{\alpha}(1-k_p)p^2\end{aligned}$$

由于 $-1\leqslant\tanh(x)\leqslant1$，$x\in R$

$$\begin{aligned}\dot{V}_2\leqslant&\sum_{i=1}^{3}s_i[\tilde{T}_{di}(t)-(1-k_p)\tau_{\max}\tanh(s_i/p^2)]-\\&\sum_{i=1}^{3}kp_i[\tilde{T}_{di}(t)+(1-k_p)\tau_{\max}\tanh(kq_i/p^2)]-\\&6\bar{\alpha}(1-k_p)p^2\leqslant\parallel s_i\parallel\tilde{T}_{di}-(1-\\&k_p)\tau_{\max}\sum_{i=1}^{3}|s_i|\tanh(s_i/p^2)+(1-\\&k_p)\tau_{\max}\tanh(s_i/p^2)(\sum_{i=1}^{3}|s_i|-\parallel s\parallel_1)-\\&(1-k_p)\tau_{\max}\sum_{i=1}^{3}k|q_i|\tanh(k|q_i|/p^2)+\end{aligned}$$

$$k(1-k_p)\tau_{\max}[\tanh(k|q_i|/p^2)\times\sum_{i=1}^{3}|q_i|-\tanh(k\|q_i\|/p^2)]-k\|p_i\|\widetilde{T}_{di}-6\bar{\alpha}(1-k_p)p^2\leqslant\|s_i\|\widetilde{T}_{di}-(1-k_p)\tau_{\max}\sum_{i=1}^{3}|s_i|\tanh(s_i/p^2)+(1-k_p)\tau_{\max}(\sum_{i=1}^{3}|s_i|-\|s\|_1)-k\|p_i\|\widetilde{T}_{di}+k(1-k_p)\tau_{\max}(\sum_{i=1}^{3}|q_i|-\|q\|_1)-6\bar{\alpha}(1-k_p)p^2\leqslant-\|s\|_i[(1-k_p)\tau_{\max}-\widetilde{T}_{di}]+(1-k_p)\tau_{\max}\sum_{i=1}^{3}\{|s_i|[1-\tanh(s_i/p^2)]\}-\|kq_i\|[(1-k_p)\tau_{\max}-\widetilde{T}_{di}]+(1-k_p)\cdot\tau_{\max}\sum_{i=1}^{3}\{|kq_i|[1-\tanh(kq_i/p^2)]\}-6\bar{\alpha}(1-k_p)p^2$$

根据式(24)可以推出如下

$$(1-k_p)\tau_{\max}\sum_{i=1}^{3}\{|s_i|[1-\tanh(s_i/p^2)]\}\leqslant 3\bar{\alpha}(1-k_p)\tau_{\max}p^2 \tag{29}$$

$$(1-k_p)\tau_{\max}\sum_{i=1}^{3}\{|s_i|[1-\tanh(s_i/p^2)]\}\leqslant 3\bar{\alpha}(1-k_p)\tau_{\max}p^2 \tag{30}$$

将式(29)、式(30)代入得:

$$\dot{V}_2\leqslant-(\|\boldsymbol{s}\|_1+\|k\boldsymbol{q}\|_1)[(1-k_p)\tau_{\max}-\widetilde{T}_{di}]\leqslant 0 \tag{31}$$

由上式可知,控制系统的状态变量 ω,q 均为有界变量.将式(31)两边从0到∞积分可知

$$V_2(\infty)-V_2(0)\leqslant-[(1-k_p)\tau_{\max}-\widetilde{T}_{di}]\int_0^{\infty}(\|\boldsymbol{s}\|_1+\|k\boldsymbol{q}\|_1)\mathrm{d}t\leqslant 0$$

式中定义 $V_2(\infty)=\lim\limits_{t\to\infty}V_2(t)$,$V_2(0)=\lim\limits_{t\to\infty}V_2(t)$.根据引理5可得:

$$\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{\omega}=\lim_{t\to\infty}k\boldsymbol{q}=0 \tag{32}$$

由式(32)可知,$\lim\limits_{t\to\infty}k\boldsymbol{q}=0$,可以看出不能保证在任何时刻 $\lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{q}=0$.因为时变参数 k 是随时间变化的,如果 $\lim\limits_{t\to\infty}k=0$,也可以得到 $\lim\limits_{t\to\infty}k\boldsymbol{q}=0$ 的结果,所以 $\lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{q}=0$ 的收敛性是不确定的.为此,为了保证 $\boldsymbol{q}$ 快于 k 收敛于0,需要选择合适的控制器参数 γ_k,γ_d,$k(0)$.在选择这些参数时应注意:

(1)这些参数应可调控,使得 $\boldsymbol{q}$ 的收敛速度快于 k;

(2)要保证控制器出现可接受的良好控制性能.

上述时变滑模变结构控制器,将传统的滑模控制器中的符号函数用双曲正切函数取代,从而能够改善传统滑模的控制输入颤振现象.

2.3 零振动指令光滑设计

零振动光滑整形技术作为一种前馈控制,不需要测量挠性附件振动的状态变量和液体晃动的状态变量,只需要对系统原始驱动命令与一系列脉冲进行卷积计算,将这种卷积的运算过程定义为输入成形技术,这一系列脉冲被称为输入整形器,从而产生光滑的驱动命令.使用整形器对原始输入指令做整形处理,从而整形后的指令驱动系统达到抑制液体的晃动或者挠性附件振动的目的.

由系统内液体的晃动方程(4)以及挠性附件的振动方程(5)可知,系统内液体和挠性体的振动均为典型的二阶振动系统,其输出为系统角速度导数的耦合项,所有振动方程的输入均为四元数.因此系统的四元数可作为指令输入对系统进行前馈控制.

定义前馈控制器为 $u(\tau)$,同时定义 $[\bar{q}_{c0}\quad\bar{\boldsymbol{q}}_c^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}=[\bar{q}_{c0}\quad\bar{q}_{c1}\quad\bar{q}_{c2}\quad\bar{q}_{c3}]^{\mathrm{T}}$ 作为输入前馈控制器的指令四元数,$[q_{c0}\quad\boldsymbol{q}_c^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}=[q_{c0}\quad q_{c1}\quad q_{c2}\quad q_{c3}]^{\mathrm{T}}$ 为经过前馈控制器卷积后的输出指令四元数.

$$[q_{c0}\quad\boldsymbol{q}_c^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}=[q(0)\quad\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}(0)]^{\mathrm{T}}+\{[\bar{q}_{c0}\quad\bar{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}{}_c]^{\mathrm{T}}-[q(0)\quad\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}(0)]^{\mathrm{T}}\}*u(\tau) \tag{33}$$

式中 $[q(0)\quad\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}(0)]^{\mathrm{T}}$ 为姿态四元数的初始值,$*$ 为卷积运算符号,$u(\tau)$ 为待设计的前馈控制器的表达式.

进一步地,定义误差四元数

$$[q_{e0}\quad\boldsymbol{q}_e^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}=[q_{e0}\quad q_{e1}\quad q_{e2}\quad q_{e3}]^{\mathrm{T}}$$

$$\begin{bmatrix}q_{e0}\\q_{e1}\\q_{e1}\\q_{e1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}q_{c0}&q_{c1}&q_{c2}&q_{c3}\\-q_{c1}&q_{c0}&q_{c3}&-q_{c2}\\-q_{c2}&-q_{c3}&q_{c0}&q_{c1}\\-q_{c3}&q_{c3}&-q_{c1}&q_{c0}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}q_0\\q_1\\q_2\\q_3\end{bmatrix} \tag{34}$$

光滑器设计的基础是振动系统的固有频率 ω_k 和阻尼比 ζ_k.光滑器对原始的驱动命令进行改进,且不会引发系统振荡的光滑命令.典型的二阶振动系统对光滑命令 $u(\tau)$ 的响应如下:

$$f(t)=\int_{\tau=0}^{+\infty}u(\tau)\frac{\omega_k}{\sqrt{1-\zeta_k^2}}\mathrm{e}^{-\zeta_k\omega_k(t-\tau)}\times\sin[\omega_k\sqrt{1-\zeta_k^2}(t-\tau)]\mathrm{d}\tau \tag{35}$$

其幅值为

$$A(t)=\frac{\omega_k}{\sqrt{1-\zeta_k^2}}\mathrm{e}^{-\zeta_k\omega_k t}\times$$
$$\sqrt{[S(\omega_k,\zeta_k)]^2+[C(\omega_k,\zeta_k)]^2} \tag{36}$$

其中

$$S(\omega_k,\zeta_k)=\int_{\tau=0}^{+\infty}u(\tau)\mathrm{e}^{\zeta_k\omega_k\tau}\times\sin(\omega_k\tau\sqrt{1-\zeta_k^2})\mathrm{d}\tau$$

$$C(\omega_k,\zeta_k)=\int_{\tau=0}^{+\infty}u(\tau)\mathrm{e}^{\zeta_k\omega_k\tau}\times\cos(\omega_k\tau\sqrt{1-\zeta_k^2})\mathrm{d}\tau$$

为了消除系统响应的振动，式(36)的振幅应为零，即平滑后的命令 u 不会引起系统的残余振动．此外，为了增强命令光滑器的鲁棒性，需要增加额外的约束，即式(36)的幅值对 ω_k 和 ζ_k 的导数应限制为零，即满足下列条件：

$$\int_{\tau=0}^{+\infty}u(\tau)\mathrm{e}^{\zeta_k\omega_k\tau}\sin(\omega_k\tau\sqrt{1-\zeta_k^2})\mathrm{d}\tau=0 \tag{37}$$

$$\int_{\tau=0}^{+\infty}u(\tau)\mathrm{e}^{\zeta_k\omega_k\tau}\cos(\omega_k\tau\sqrt{1-\zeta_k^2})\mathrm{d}\tau=0 \tag{38}$$

$$\int_{\tau=0}^{+\infty}\tau u(\tau)\mathrm{e}^{\zeta_k\omega_k\tau}\sin(\omega_k\tau\sqrt{1-\zeta_k^2})\mathrm{d}\tau=0 \tag{39}$$

$$\int_{\tau=0}^{+\infty}\tau u(\tau)\mathrm{e}^{\zeta_k\omega_k\tau}\cos(\omega_k\tau\sqrt{1-\zeta_k^2})\mathrm{d}\tau=0 \tag{40}$$

为了使光滑后的命令与原命令驱动系统处于同一位置，平滑后的命令在时域内的积分应限制为 1，即

$$\int_{\tau=0}^{+\infty}u(\tau)\mathrm{d}\tau=1$$

最后，典型的二阶振动系统的命令光滑器的表达式为

$$u(\tau)=\begin{cases}\tau u_0\mathrm{e}^{-\zeta_k\omega_k\tau}, & 0\leqslant\tau\leqslant T\\(2T-\tau)u_0\mathrm{e}^{-\zeta_k\omega_k\tau}, & T\leqslant\tau\leqslant 2T\\0, & \tau\geqslant 2T\end{cases} \tag{41}$$

其中 $u_0=\zeta_k^2\omega_k^2/(1-\mathrm{e}^{-2\pi\zeta_k/\sqrt{1-\zeta_k^2}})^2$，$T=2\pi/(\omega_k\sqrt{1-\zeta_k^2})$ 是系统的阻尼振荡周期．

3　仿真结果与比较

选取航天器的转动惯量为

$$\boldsymbol{J}=\begin{bmatrix}503&0&0\\0&385&-5\\0&-5&420\end{bmatrix}\mathrm{kg/m^2}$$

不确定惯性矩阵为

$$\Delta\boldsymbol{J}=\mathrm{diag}\{0.01\sin(0.1t),0.02\sin(0.2t),0.03\sin(0.3t)\}$$

假设航天器的外部干扰力矩为

$$\boldsymbol{T}_d=0.02\begin{bmatrix}3+2\sin(0.1t)\\2+3\sin(0.2t)\\1+2cos(0.3t)\end{bmatrix}(\mathrm{N\cdot m}).$$

液体等效模型相关参数选取：

$m_p=10\mathrm{kg}$，$l=0.228\mathrm{m}$，$r_x=0.8\mathrm{m}$，$r_y=r_z=0$，$c_1=c_2=c_3=0.05$，$g=1.689\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

挠性附件相关参数为：

$E=7\times10^{10}\mathrm{N/m^2}$，$l_1=3\mathrm{m}$，$r_0=0.65\mathrm{m}$，$I=3\times10^{-9}\mathrm{m^2}$，$\rho=2.8\times10^3\mathrm{kg/m^3}$，$A=1.125\times10^{-2}\mathrm{m^2}$.

各阶模态阻尼系数为：

$\zeta_1=0.01$，$\zeta_2=0.007$，$\zeta_3=0.005$.

干扰观测器相关参数选取为：

$\beta=0.5$，$k_{11}=k_{12}=k_{13}=2$，$k_{21}=k_{22}=k_{23}=1$，
$\alpha_{11}=\alpha_{12}=\alpha_{13}=0.7$，$\lambda_{11}=\lambda_{12}=\lambda_{13}=3$，
$\lambda_{21}=\lambda_{22}=\lambda_{23}=3$，$L_1=L_2=L_3=100$；

时变滑模控制参数设计如下：

$\bar{\alpha}=0.24$，$k_p=0.4$，$\gamma_c=1$，$\gamma_p=0.02$，
$\gamma_d=0.08$，$\gamma_k=0.005$，$p^2(0)=1.2$，$k_0=2$；

零振动指令光滑器参数设计如下：

$\omega_k=0.0996$，$\zeta_k=0.01$

为对本文所提出的控制器的有效性和鲁棒性进行考证，提出了以下两种仿真形式．

情形一：对本文所设计的基于干扰观测器的时变滑模控制器，结合零振动指令光滑器之后的复合控制器，进行仿真研究．仿真结果如图 2～图 7．

仿真分析如下：

(1)图 2 给出了系统集总扰动的估计值和实际值的响应曲线图，可以看出在有限的时间范围内，航天器的集总扰动 $\bar{\boldsymbol{T}}_d$ 能够被合理地估计，尤其在对稳态响应区间进行干扰估计时，干扰误差估计精准，因此，此观测器的观测性能较好．

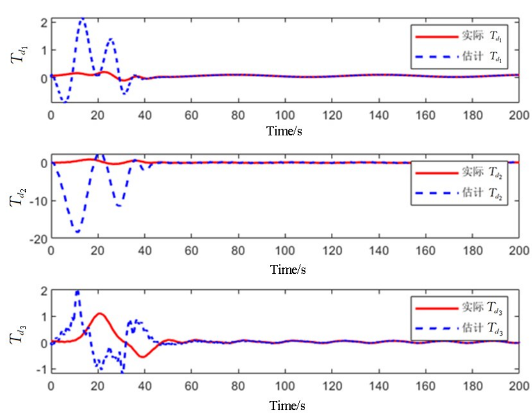


图 2　干扰力矩及其估计值响应

Fig. 2　Interference torque and its estimated value response

(2)图 3 和图 4 分别给出了系统角速度和姿态四元数响应曲线图,可以看出角速度和姿态四元数在 50 秒左右收敛到平衡位置;加入零振动指令光滑器后的角速度及姿态四元数超调量略有减小.

(3)图 5 给出了控制力矩响应曲线对比图,可以看出控制力矩在 50 秒左右收敛到平衡位置,加入零振动指令光滑器后控制力矩的稳态区间误差精度更小,控制系统的稳定性更好.

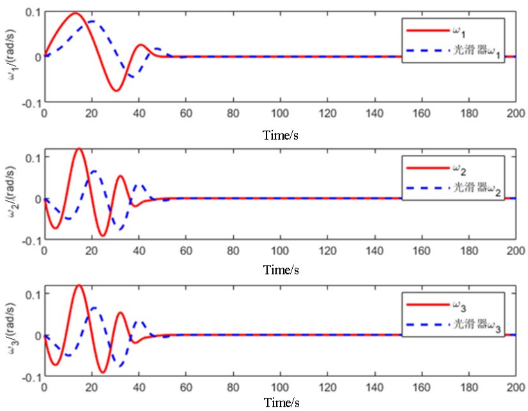


图 3 角速度响应

Fig. 3 Angular velocity response

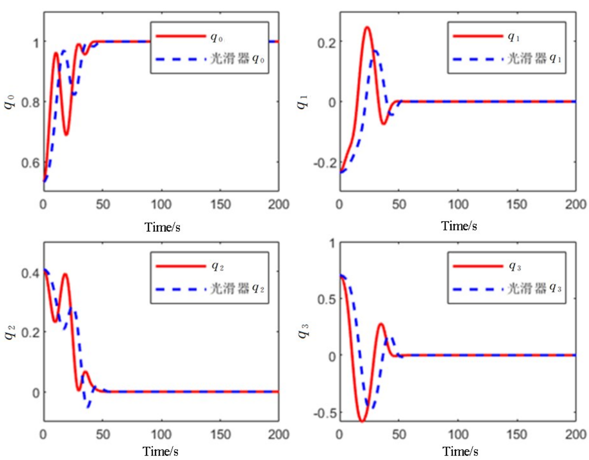


图 4 姿态四元数响应

Fig. 4 Attitude quaternion response

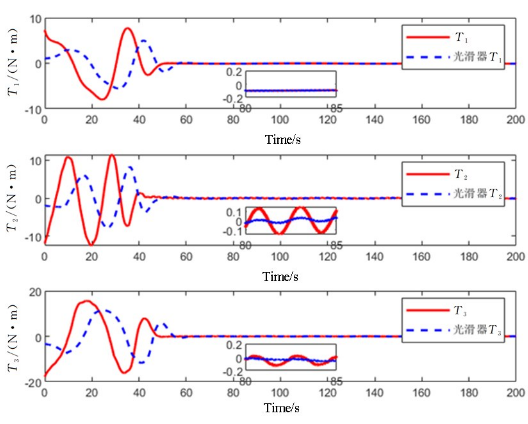


图 5 控制力矩响应

Fig. 5 Control torque response

(4)图 6 和图 7 给出液体晃动的位移和挠性附件振动的模态坐标响应曲线对比图,可以看出加入零振动指令光滑器后液体晃动以及挠性附件的振动响应大幅度减小.证明了复合控制器对系统振动抑制的有效性.

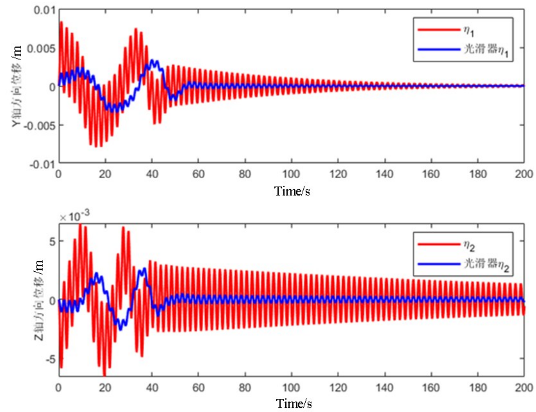


图 6 液体晃动位移响应

Fig. 6 Liquid sloshing displacement response

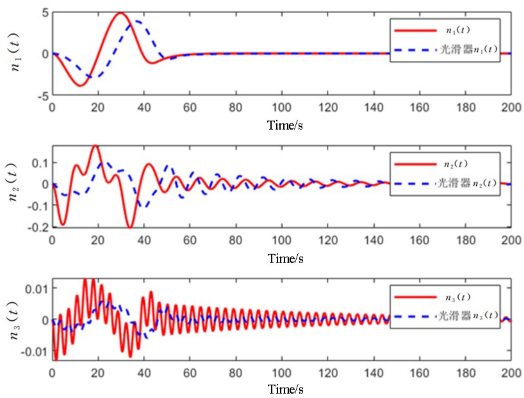


图 7 挠性附件的三阶模态坐标响应

Fig. 7 Third order modal coordinate response of flexible attachments

情形二:对文献[15]所提出的时变滑模控制器进行仿真对比探究,为了更加方便对控制效果进行比较,将文献[15]设计的控制器在充液挠性控制式(1)、式(17)～式((21)的环境下进行数值仿真分析,如图 8～图 10.

通过观察上述仿真结果图,可知如下结论:

(1)对比图 3 和图 8 中的角速度响应曲线图,图 3 的角速度收敛到平衡位置需要 50 秒左右,图 8 中的角速度收敛到平衡位置则约需要 65 秒左右,而且图 3 的稳态区间的误差精度更小,拥有更高的控制精度.

(2)对比图 4 和图 9 中的姿态四元数响应曲线图,图 4 的姿态四元数收敛到平衡位置需要 50 秒左右,图 9 中的姿态四元数收敛到平衡位置则需要

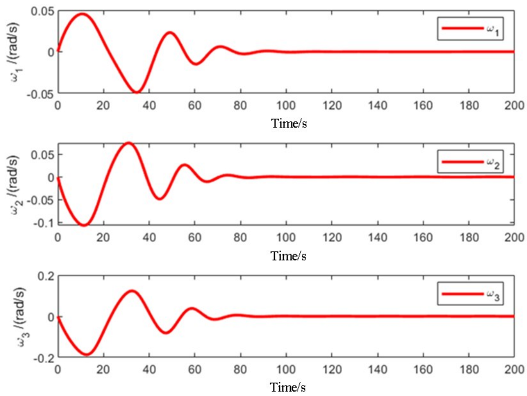


图 8　基于文献[15]控制器的角速度响应

Fig. 8　Angular velocity response of controller based on reference [15]

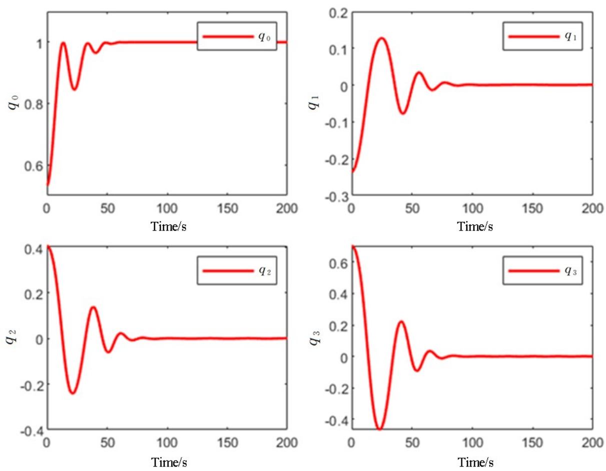


图 9　基于文献[15]控制器的姿态四元数响应

Fig. 9　Attitude quaternion response of controller based on reference [15]

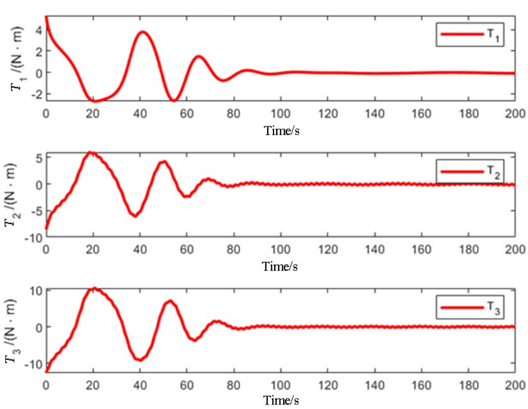


图 10　基于文献[15]控制器的控制力矩响应

Fig. 10　Control torque response of controller based on reference [15]

100 秒左右，且图 4 在稳态区间的控制精度更高，两种控制相比之下，本文所设计的复合控制器拥有较好的瞬态响应.

(3)对比图 5 和图 10 中的控制力矩响应曲线图，图 5 的控制力矩收敛到平衡位置需要 50 秒左右，图 10 中的控制力矩收敛到平衡位置需要 100 秒左右，而且存在连续抖动的现象，对控制器产生不良影响. 两种控制相比之下，本文所设计的复合控制器拥有较好的稳定性.

4　结论

本文研究充液挠性航天器姿态机动与振动抑制问题，将液体晃动等效为球摆模型，挠性附件等效为欧拉伯努利梁，采用拉格朗日方法建立了充液挠性航天器的姿态动力学模型. 考虑系统存在外部未知干扰、参数不确定的情形，设计了航天器姿态机动控制器. 所设计的控制系统有如下优势：

(1)设计的时变滑模控制器，使系统的状态变量也可以在有限时间内渐近稳定，且通过 Lyapunov 函数证明了系统的稳定性.

(2)设计的积分滑模观测器，可以在有限时间内准确估计系统所受到的集总扰动.

(3)针对液体晃动和挠性附件振动，设计的命令光滑器，实现了姿态机动稳定的同时抑制了因姿态机动引起的液体晃动以及挠性附件的振动响应.

参考文献

[1]　于强，王天舒. 充液航天器变质量液体大幅晃动的 SPH 分析方法[J]. 宇航学报，2021，42(1)：22－30.

YU Q，WANG T S. SPH method for large-amplitude liquid sloshing with variable mass in liquid-filled spacecraft [J]. Journal of Astronautics，2021，42(1)：22－30. (in Chinese)

[2]　刘峰，岳宝增，马伯乐，等. 燃料消耗下充液航天器等效动力学建模与分析[J]. 力学学报，2020，52(5)：1454－1464.

LIU F，YUE B Z，MA B L，et al. Equivalent dynamics modeling and analysis of liquid-filled spacecraft with fuel consumption [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics，2020，52(5)：1454－1464. (in Chinese)

[3]　宋晓娟，王宏伟，吕书锋. 输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制[J]. 控制与决策，2021，36(5)：1078－1086.

SONG X J，WANG H W，LYU S F. Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation [J]. Control and

Decision，2021，36(5)：1078－1086.(in Chinese)

[4] 王博洋，刘铸永，郑鹏飞. 哑铃型航天器刚－柔耦合动力学建模与仿真分析[J]. 动力学与控制学报，2021，19(6)：25－32.

WANG B Y，LIU Z Y，ZHENG P F. Rigid-flexible dynamic modeling and simulation of dumbbell spacecraft [J]. Journal of Dynamics and Control，2021，19(6)：25－32.(in Chinese)

[5] DENG M L，YUE B Z. Attitude dynamics and control of liquid filled spacecraft with large amplitude fuel slosh [J]. Journal of Mechanics，2017，33(1)：125－136.

[6] NAVABI M，DAVOODI A，REYHANOGLU M. Optimum fuzzy sliding mode control of fuel sloshing in a spacecraft using PSO algorithm [J]. Acta Astronautica，2020，167：331－342.

[7] LIU F，YUE B Z，TANG Y，et al. 3DOF-rigid-pendulum analogy for nonlinear liquid slosh in spherical propellant tanks [J]. Journal of Sound Vibration，2019，460：114907.

[8] 闫玉龙，申云峰，岳宝增. 含板类柔性附件的充液航天器动力学研究[J]. 宇航学报，2020，41(5)：531－540.

YAN Y L，SHEN Y F，YUE B Z. Research on dynamics of liquid-filled spacecraft carrying plate-type flexible appendages [J]. Journal of Astronautics，2020，41(5)：531－540.(in Chinese)

[9] DENG M L，YUE B Z. Nonlinear model and attitude dynamics of flexible spacecraft with large amplitude slosh [J]. Acta Astronautica，2017，133：111－120.

[10] UMAIR JAVAID，ZHEN Z Y. Robust adaptive attitude control of flexible spacecraft using a sliding mode disturbance observer [J]. Aerospace Engineering，2022，36(11)：2235－2253.

[11] DOU L Q，DU M M，ZHANG X Y，et al. Fuzzy disturbance observer-based sliding mode control for liquid-filled spacecraft with flexible structure under control saturation [J]. IEEE Access，2019，7：149810－149819.

[12] GAO J W，FU Z M，ZHANG S. Adaptive fixed-time attitude tracking control for rigid spacecraft with actuator faults [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics，2019，66(9)：7141－7149.

[13] WANG H W，LU S，SONG X J. Adaptive neural network variable structure control for liquid-filled spacecraft under unknown input saturation [J]. International Journal of Aerospace Engineering，2020，2020：6515626.

[14] SHARMA R，TEWARI A. Optimal nonlinear tracking of spacecraft attitude maneuvers [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology，2004，12(5)：677－682.

[15] 方艺忠，陆宇婷，韩拓，等. 导弹增量式自适应容错控制系统设计[J]. 北京航空航天大学学报，2022，48(5)：920－928.

FANG Y Z，LU Y T，HAN T，et al. Design of missile incremental adaptive fault tolerant control system [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics，2022，48(5)：920－928.(in Chinese)

[16] CONG B L，LIU X D，CHEN Z. Exponential time-varying sliding mode control for large angle attitude eigenaxis maneuver of rigid spacecraft [J]. Chinese Journal of Aeronautics，2010，23(4)：447－453.

[17] CORRADINI M L，ORLANDO G. Brief paper：linear unstable plants with saturating actuators：robust stabilization by a time varying sliding surface [J]. Automatica，2007，43(1)：88－94.

[18] JIN Y Q，LIU X D，QIU W，et al. Time-varying sliding mode controls in rigid spacecraft attitude tracking [J]. Chinese Journal of Aeronautics，2008，21(4)：352－360.

[19] XIE X M，HUANG J，ZANG Q. Vibration reduction for flexible systems by command smoothing [J]. Mechanical Systems & Signal Processing，2013，39(1/2)：461－470.

[20] ZANG Q，HUANG J，LIANG Z. Slosh suppression for infinite modes in a moving liquid container [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics，2015，20(1)：217－225.

[21] ZANG Q，HUANG J. Dynamics and control of three-dimensional slosh in a moving rectangular liquid container undergoing planar excitations [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics，2015，62(4)：2309－2318.

[22] SUN H B，HOU L L，ZONG G D，et al. Composite anti-disturbance attitude and vibration control for flexible spacecraft [J]. IET Control Theory and Applications，2017，11(14)：2383－2390.