文章编号:1672-6553-2023-22(5)-038-010

DOI:10.6052/1672-6553-2023-129

航天器气动耦合六自由度姿轨动力学 多步法积分预报误差分析

孙子宾¹ 李志辉^{2,3} 龚胜平^{4†}
(1.清华大学航天航空学院,北京 100084)
(2.中国空气动力研究与发展中心,绵阳 621000)
(3.国家计算流力学实验室,北京 100191)
(4.北京航空航天大学 宇航学院,北京 100191)

摘要 航天器轨降过程中的姿态估计是载人航天领域中的重要一环.随着近些年测站精度的提高,任务要求的增加,且研究表明姿态会影响航天器轨降过程中受到的气动力,进而对轨道产生影响,因此发展高精度 姿轨耦合预报对航天器状态实时测控至关重要.本文以"天宫一号"航天器轨降过程中姿轨耦合沿弹道联合 预报为背景,研究线性多步法积分误差对大型航天器姿轨预报精度的影响.具体包括 Adams-Bashforth 法、Adams-Moulton 法、预估校正法等,为大型航天器轨降过程中的姿轨耦合预报以及落点预报提供数据参考.

关键词 航天器动力学, 线性多步法, 姿轨耦合预报中图分类号:V412.4+2文献标志码:A

Errors Analysis of Multi-Step Integral Prediction on Aerodynamically Coupled Six-Degree-of-Freedom Spacecraft

Sun Zibin¹ Li Zhihui^{2,3} Gong Shengping^{4†}

(1. School of Aeronautics and Astronautics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

(2. China Aerodynamic Research and Development Center, Mianyang 621000, Sichuan, China)

(3. National Laboratory of Computational Fluid Dynamics, Beijing 100191, China)

(4. School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract Spacecraft attitude estimation during orbit descent is an important part in the field of human spaceflight. With the increase in station measurement accuracy and mission requirements recently, it has been shown that attitude affects the aerodynamic forces on the spacecraft during trajectory descent, which in turn affects the orbit. Therefore, the development of high-precision attitude-orbit coupling prediction is crucial for the real-time measurement and control of spacecraft. In this paper, the forecast of aerodynamic coupling along the ballistic trajectory during the trajectory descent of the Tiangong-1 spacecraft is taken as the background, and the influence of the integral error of the linear multistep method on the forecast accuracy of the spacecraft are studied. The multistep methods include the Adams-Bashforth, Adams-Moulton, and prediction correction method, etc. The results provide references for the attitude-orbit coupling prediction and the fallout prediction missions during the trajectory descent of the large spacecraft.

Key words spacecraft dynamics, linear multistep method, attitude-orbit coupling prediction

²⁰²³⁻¹⁰⁻¹⁷ 收到第1稿,2023-12-24 收到修改稿.

[†]通信作者 E-mail:gongsp@buaa.edu.cn

引言

服役期满的大型航天器离轨飞行轨道衰降过 程,在低地球轨道环境大气阻力等因素共同作用下 脱离运行轨道再入飞行,如我国天宫二号空间实验 室在服役期满后,经过离轨控制成功坠入南太平 洋.随着我国空间站的建设与发展,载人航天货运 飞船任务的日益增多,航天器受控离轨的需求也在 不断增加.面向轨降过程中的航迹位置、速度、姿态 预报需求,需进行高精度数值积分算法研究,为后 续落区安全评估与危害性分析提供轨道与数据基 础^[1-4].

航天器在受控轨降再入过程中受到高温高压 的空气作用,在对航天器产生力、力矩的同时也会 使航天器材料温度剧烈变化而导致结构变形软化 熔融、烧蚀解体. 解体过程中产生的残骸碎片陨落 到地面会对覆盖区内的人、建筑、生态环境产生严 重威胁^[5].近年来,美国"Skylab"天空实验室、高层 大气研究卫星(UARS),俄罗斯"火卫一土壤"探测 器等多个航天器坠落地球,散落碎片的位置估计受 到全球范围内的关注^[6]. 在各类航天器受控轨降陨 落预报平台中,计算核心为陨落过程气动力学分析 与高精度数值积分算法. 陨落过程中的气动力热环 境复杂多变,通常需要理论建模实时计算气动力/ 热环境与实际风洞试验测试来完成气动模型算法 的构建与计算,再利用气动融合轨道数值计算空间 位置速度姿态等效攻角、侧滑角,实现数值驱动在 线气动力、力矩快速计算[7-9].

陨落过程中轨道位置、速度、姿态预报问题为 常微分方程初值问题,受复杂力热环境下气动力、 力矩的影响,该问题无法用解析方法求解,因此高 精度的数值求解器是积分预报平台的核心^[10-12].根 据数值积分过程中的离散点数据个数,数值积分方 法可分为单步法与多步法.常用的单步法包括 Euler 法、Runge-Kutta 法等,具有计算精度高、计算步 长灵活自适应可调等优点,但单步法计算流程复 杂,计算速度较慢^[13-15].常用的多步法包括 Adams-Bashforth 法、Adams-Moulton 法、预估校正法 等^[16-18].相比于单步法,多步法的计算效率高,积分 速度快,结构形式简单.常用于各类积分预报平台 中^[19-23].

本文面向大型复杂结构航天器再入近空间六

自由度姿轨耦合模型开展研究,通过对在如今空间 飞行器的六自由度动力学模型分析,结合现有基于 Adams的线性多步法及其改进算法,研究了姿轨 耦合航天器轨降过程中的预报误差.本文实现了非 规则复杂结构飞行器再入近空间中的高精度积分, 并对改进后模型的积分结果进行精度分析.具体而 言,本文对高阶 Adams 线性多步积分方法进行推 导,结合改进算法 Adams 预估一校正格式(PECE) 与 Adams 修正预估一校正格式(PMECME),对复 杂结构航天器积分预报误差精度进行分析,给出了 不同阶数线性多步法下不同积分方法的累计误差, 为航天器再入过程中的多步法积分器与积分算法 选择提供数据支撑,为陨落过程中残骸、碎片的落 区散布估计提供理论依据.

本文的组织结构如下:第二节介绍了复杂结构 航天器再入过程中的姿轨耦合动力学模型,包括主 要摄动力的计算以及动力学方程的构建;第三节介 绍了 Adams 多步法积分及相应改进预测一校正法 积分的数学推导;第四节介绍了仿真场景,包括不 同阶数 Adams 线性多步法的积分预报精度分析与 误差分析,并讨论了姿轨耦合效应对实际轨道预报 的影响.第五节总结了本文的主要内容做了简要总 结.

1 航天器气动耦合姿轨动力学模型

大型复杂结构航天器通常工作在低地球轨道, 相比于主要摄动力项,太阳光压力、日月三体引力 摄动量级较小,作用影响可以忽略.再入过程中考 虑的外力为地球二体引力、二阶引力和大气阻力, 主要考虑的外力矩为重力梯度力矩和气动力矩.在 本文的研究工作中,目标航天器为无控再入大气 层,六自由度动力学模型分为轨道动力学模型与姿 态动力学模型.

1.1 轨道动力学环境

在低地球轨道中,空间环境对航天器的主要摄 动因素包括地球扁率摄动、重力梯度力摄动与气动 力、力矩摄动.在地球引力位函数中,略去引力田谐 项,仅考虑二阶带谐项引力位函数,地球的引力位 函数可写为:

$$U = \frac{\mu}{r} \left[1 - \frac{J_2 R_e^2}{2r^2} (3\sin^2 \varphi - 1) \right]$$
(1)

式中, $\mu = 3.986 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ 为地球引力常数, J_2 =1.08263×10⁻³为带谐项系数, $R_e = 6.378137 \times 10^6 \text{ m}$ 为地球半径.将引力位函数在J2000坐标系下的梯度作为地球对卫星的引力加速度,代入地心 纬度等式 sin $\varphi = r/z$ 并对引力位函数求偏导可得 摄动力方程为:

$$f_{gx} = -\frac{\mu x}{r^{3}} \left[1 + \frac{3J_{2}R_{e}^{2}}{2r^{2}} \left(1 - \frac{5z^{2}}{r^{2}} \right) \right]$$

$$f_{gy} = -\frac{\mu y}{r^{3}} \left[1 + \frac{3J_{2}R_{e}^{2}}{2r^{2}} \left(1 - \frac{5z^{2}}{r^{2}} \right) \right]$$

$$f_{gz} = -\frac{\mu z}{r^{3}} \left[1 + \frac{3J_{2}R_{e}^{2}}{2r^{2}} \left(3 - \frac{5z^{2}}{r^{2}} \right) \right]$$
(2)

地球的引力并非常数,而是粗略的按照 R⁻² 变 化,其中 R 为到地心的距离,所以航天器的各部分 所受引力各有差别,引力的合力并不总是通过质 心.因此引力梯度引起的引力梯度力矩为:

$$\boldsymbol{T}_{g} = \frac{3\mu}{r^{5}} [\boldsymbol{r} \times (\boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{r})]$$
(3)

式中, J 为航天器的转动惯量矩阵.

1.2 气动力、力矩计算模型

气动力一般是由高层大气分子撞击表面产生的.在实际工程中,飞行动力学通常将气动力认为 在某些姿态根据当前高度、速度、攻角、侧滑角参 数,通过事先确定的数据表插值查表获得,对于服 役期满航天器轨降再入解体过程,物形姿态变化万 千,气动力、气动力矩在积分方程中沿弹道实时更 新.

航天器轨降过程中,气动力是主要的摄动力 项,高精度的气动力建模对轨道、姿态预报至关重



图 1 服役期满航天器离轨飞行本体坐标系三轴方向定义 Fig. 1 Definition of the three-axis orientation of the body coordinate system for de-orbit flight of end-of-service spacecraft

要. 传统 STK 的轨道模型虽然在一定范围内精度 较高,但不同的航天器都使用同一套气动力计算模 型,无法满足高度精密定轨的要求. 工程中常针对 特定的航天器事先生成在不同风攻角和侧滑角下 的气动力、气动力矩系数,再通过插值法获得更高 精度的航天器气动力计算模型.

飞行过程中的气动攻角与侧滑角的计算需考虑风在本体系中的投影.根据攻角侧滑角方向的规定:0°攻角时,气流方向同 *x* 轴正向;180°攻角时,气流方向同 *x* 轴负向.

$$\begin{cases} \alpha = \arctan \frac{v_{by}}{v_{bx}} \\ \beta = \arcsin \frac{v_{bz}}{v} \end{cases}$$
(4)

根据气动力计算公式以及插值所得气动系数 可计算航天器离轨飞行轨降过程气动产生的力与 力矩:

$$\boldsymbol{f}_{a} = \frac{\rho V^{2} \boldsymbol{S}_{ref}}{2m} \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_{A} & \boldsymbol{C}_{N} & \boldsymbol{C}_{Z} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{T}_{a} = \frac{1}{2} \rho V^{2} \boldsymbol{S}_{ref} \boldsymbol{L}_{ref} \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_{ll} & \boldsymbol{C}_{nn} & \boldsymbol{C}_{m} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(5)

式中, ρ 为大气密度,V 为航天器速度, S_{ref} 为航天 器参考面积, L_{ref} 为航天器参考长度,m 为航天器 质量, C_A , C_N , C_Z 分别为航天器体轴系下的轴向 力系数、法向力系数、侧向力系数,即 f_{xb} , f_{yb} , f_{zb} , C_u , C_m , C_m 分别为体轴系下的绕x 轴、y 轴 和z 轴的力矩系数,即 Mx,My, $Mz^{[9]}$.

1.3 姿轨动力学模型

航天器再入过程中,轨道动力学模型为:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{v} \\ \dot{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{f}_a + \boldsymbol{f}_g \end{cases} \tag{6}$$

式中, $\mathbf{r} = \begin{bmatrix} r_x & r_y & r_z \end{bmatrix}^T$ 为航天器的位置矢量, $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_x & v_y & v_z \end{bmatrix}^T$ 为航天器的速度矢量. \mathbf{f}_g 为大型 航天器所受的地球引力, \mathbf{f}_a 为再入过程中所受的 大气阻力.

在传统的姿态动力学中,航天器相对于参考系 的姿态是用欧拉角来定义的,即偏航角、俯仰角和 滚转角.当航天器作大幅度姿态运动时,特殊情况 下(如滚动角 $\varphi = \pm 90^{\circ}$)在运动学方程中出现奇异 现象.四元数来描述航天器的姿态则不会出现这种 由于描述方法所产生的计算障碍.四元数形式的姿 态动力学模型为:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_{0} \\ \dot{q}_{1} \\ \dot{q}_{2} \\ \dot{q}_{3} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{x} & -\omega_{y} & -\omega_{z} \\ \omega_{x} & 0 & \omega_{z} & -\omega_{y} \\ \omega_{y} & -\omega_{z} & 0 & \omega_{x} \\ \omega_{z} & \omega_{y} & -\omega_{x} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_{0} \\ q_{1} \\ q_{2} \\ q_{3} \end{bmatrix}$$
(7)

$$J \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times (J \cdot \boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{T}_{a} + \boldsymbol{T}_{a}$$
(8)

式中: $\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_x & \boldsymbol{\omega}_y & \boldsymbol{\omega}_z \end{bmatrix}^T$ 为角速度在本体系内的 表示, $\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 \end{bmatrix}^T$ 为航天器的姿态四元 数.按照坐标轴 *z*-*x*-*y*的旋转顺序将参考坐标系旋 转三次与本体坐标系可得三个姿态角:俯仰角 θ 、 偏航角 ϕ 、滚转角 φ 为:

$$\theta = \arctan \frac{-2(q_1q_2 - q_0q_3)}{q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2}$$

$$\psi = \arctan \frac{-2(q_1q_3 - q_0q_2)}{q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2}$$
(9)
$$\varphi = \arcsin [2(q_2q_3 + q_0q_1)]$$

对于姿轨耦合动力学模型,构造联合动力学模型状态量:

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{r} & \boldsymbol{v} & \boldsymbol{q} & \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(10)

2 多步法积分研究

轨降再入过程中,航天器所处的动力学环境复 杂多变,使用单步法进行积分,积分效率低下,且积 分耗时严重.可使用积分之前的节点积分结果来求 解当前积分点近似值的方法为多步方法.本部分基 于多步法中常见的 Adams 方法,对多步法进行改 进,提升多步法的计算精度.

2.1 Adams 多步法推导

在使用 Adams 方法进行轨道积分,计算核心 为积分计算的系数.根据多步法积分系数的定义, 各阶项前系数的数学意义为拉格朗日插值函数在 当前点的插值结果,因此可通过构造拉格朗日插值 函数来求取数值积分系数.具体来讲,对于 k 步 k 阶多步法积分方程,Adams-Bashforth 方法的推导 如下:

对于如下迭代积分公式:

$$y(x_{n+k}) = y(x_{n+k-1}) + \int_{x_{n+k-1}}^{x_{n+k}} f[x, y(x)] dx$$
(11)

为求上式右端积分项,可根据历史 k 个节点 $x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+k-1}$ 构造拉格朗日插值多项式:

$$L_{k-1}(x) = \sum_{j=0}^{k-1} f[x_{n+j}, y(x_{n+j})] \int_{x_{n+k-1}}^{x_{n+k}} l_j(x) dx$$
(12)

其中, l_j , $j = 0, 1, \dots, k - 1$ 为拉格朗日插值基函数, 表达式为:

$$l_{j}(x) = \prod_{i=0, i \neq j}^{k-1} \left(\frac{x - x_{n+i}}{x_{n+j} - x_{n+i}} \right)$$
(13)

因此可得:

$$y(x_{n+k}) \approx y(x_{n+k-1}) + \int_{x_{n+k-1}}^{x_{n+k}} L_{k-1}(x) dx$$

= $y(x_{n+k-1}) + \sum_{j=0}^{k-1} f[x_{n+j}, y(x_{n+j})] \int_{x_{n+k-1}}^{x_{n+k}} l_j(x) dx$
= $y(x_{n+k-1}) + \sum_{j=0}^{k-1} f[x_{n+j}, y(x_{n+j})] h\beta_j$ (14)

其中,第*j*项前系数为:

$$\beta_{j} = \frac{1}{h} \int_{x_{n+k-1}}^{x_{n+k}} l_{j}(x) dx, \quad j = 0, 1, \cdots, k-1.$$
(15)

显式多步法的本质是使用拉格朗日插值多项 式对积分点处的函数积分进行外推近似.为降低外 推近似带来的拟合误差,Adams-Moulton方法将 外推拉格朗日插值多项式改为内推拉格朗日插值 多项式,极大地降低了局部截断误差主项系数,提 高了多步法积分的精度.Adams-Moulton方法的 推导与Adams-Bashforth方法基本一致,不同之处 在于拉格朗日插值函数所内含插值点的个数.Adams-Moulton方法的拉格朗日插值函数如下:

$$L_{k}(x) = f[x_{n}, y(x_{n})]l_{0}(x) + \dots + f[x_{n+k}, y(x_{n+k})]l_{k}(x)$$
(16)

此时第 j 项前系数可表示为:

$$\beta_{j} = \frac{1}{h} \int_{x_{n+k-1}}^{x_{n+k}} l_{j}(x) dx, \quad j = 0, 1, \cdots, k.$$
(17)

2.2 改进多步法研究

Adams-Moulton 方法在计算过程中,需要使 用初始状态估计 $y(x_{n+k})$,较好的迭代初值可节省 大量的积分修正时间.通常使用 Adams-Bashforth 方法得到的积分结果作为初值.结合两种方法的计 算流程可推导出如下预估一校正算法(PECE).

预估校正算法流程如下:

Step1:P(Predictor):显式 Adams-Bashforth 方法计算初始状态近似

Step2:E(Evaluation):计算初始状态近似对应

的被积函数值

Step3:C(Corrector):将被积函数作为外推结 果并按照 Adams-Moulton 方法计算最终估计结果

Step4:E(Evaluation):计算最终估计结果对应 的被积函数值

Adams 线性多步法形式的 k 阶预估一校正算 法可表示为:

$$\begin{cases} P: \dot{y}_{n+k} = y_{n+k-1} + \sum_{j=0}^{k-1} h\beta_{Bj} f(x_{n+j}, y_{n+j}) \\ E: f_{n+k} = f(x_{n+k}, \dot{y}_{n+k}) \\ C: \dot{y}_{n+k} = y_{n+k-1} + \sum_{j=0}^{k} h\beta_{Mj} f(x_{n+j}, \dot{y}_{n+j}) \\ E: f_{n+k} = f(x_{n+k}, \dot{y}_{n+k}) \end{cases}$$
(18)

式中, β_{B_i} , β_{M_i} 为 k 阶 Adams-Bashforth 与 Adams-Moulton 方法的第i 个系数,h 为积分步长,上标 0 代表初始迭代,实际使用过程中,还需要对上式修 正项 C 进行多次迭代校正,以降低积分过程中截 断误差.

当确定 k 阶 Adams 积分方法后,可通过积分 系数以及阶段误差首项估计进行积分结果修正,记 k 阶 Adams-Bashforth 积分方法的截断误差首项 系数为 c1:

$$y(x_{n+k}) - y_{Bn+k} = c_{Bk}h^{k+1}y^{(k+1)}(x_n)$$
 (19)

k 阶 Adams-Moulton 积分方法的截断误差首 项系数为 c_k:

$$y(x_{n+k}) - y_{Mn+k} = c_{Mk}h^{k+1}y^{(k+1)}(x_n)$$
 (20)
相减可得.

$$h^{k+1}y^{(k+1)}(x_n) = \frac{y_{Mn+k} - y_{Bn+k}}{c_{Bk} - c_{Mk}}$$
(21)

将结果代入原方程可得:

$$y_{B}(x_{n+k}) = y_{Bn+k} + c_{Bk} \frac{y_{Mn+k} - y_{Bn+k}}{c_{Bk} - c_{Mk}} \quad (22)$$

$$y_{M}(x_{n+k}) = y_{Mn+k} + c_{Mk} \frac{y_{Mn+k} - y_{Bn+k}}{c_{Bk} - c_{Mk}}$$
(23)

在 Adams-Bashforth 方法中没有使用到积分 点处的状态信息, y_{M,+} 无法确定,因此式(22)可 改写为:

$$y_B(x_{n+k}) = y_{Bn+k} + c_{Bk} \frac{y_{Mn+k-1} - y_{Bn+k-1}}{c_{Bk} - c_{Mk}}$$

(24)

此时可得到修正下的 k 阶预估一校正方法

(PMECME):

$$\begin{cases} P: y_{Bn+k} = y_{n+k-1} + \sum_{j=1}^{k} h\beta_{Bj} f(x_{n+j-1}, y_{n+j-1}) \\ M: y_{B}(x_{n+k}) = y_{Bn+k} + c_{Bk} \frac{y_{Mn+k-1} - y_{Bn+k-1}}{c_{Bk} - c_{Mk}} \\ E: f_{n+k} = f[x_{n+k}, y_{B}(x_{n+k})] \\ C: y_{Mn+k} = y_{n+k-1} + \sum_{j=1}^{k+1} h\beta_{Mj} f(x_{n+j-1}, y_{n+j-1}) \\ M: y_{M}(x_{n+k}) = y_{Mn+k} + c_{Mk} \frac{y_{Mn+k-1} - y_{Bn+k-1}}{c_{Bk} - c_{Mk}} \\ E: f_{n+k} = f[x_{n+k}, y_{M}(x_{n+k})] \end{cases}$$
(25)

数值仿真 3

本文选择的算例为天宫一号航天器无控陨落 过程中的姿轨耦合预报过程,动力学模型的具体参 数为:

表 1 航天器动力学模型与初始状态

Table 1 Spacecraft dynamic parameters and initial states			
Mass/kg	7661.4		
Inertia matrix /kg • m²	$\begin{bmatrix} 16407.\ 00 & -132.\ 87 & 448.\ 55 \\ -132.\ 87 & 76391.\ 94 & -27.\ 54 \\ 448.\ 55 & -27.\ 54 & 70912.\ 02 \end{bmatrix}$		
Initial attitude angle /°	91,-59,-137		
Initial angular velocity $/(^{\circ}/s)$	-0.2679,-0.01085,1.0207		
Initial position /km+ in J2000	4561.44337390436		
	-3977.51691497906		
	-2366.08918016386		
Initial velocity /(km/s), in J200	5.3238835803164		
	3.31466374742519		
	4.69148096829222		

洗择的气动参数模型为离线高精度气动力热 仿真得到的气动参数表.基于上述参数构造仿真算 例,分析多步法积分过程阶数、步长、初始测量误差 等因素对积分预报误差的影响.所有计算结果中的 参考数据为高精度单步法积分结果生成,以确保参 考值的准确性.

3.1 多步法阶数影响

本部分研究多步法阶数对数据积分误差的影 响,积分预报时间为1h,积分步长为1s.图2~图4 展示了不同多步法阶数下,Adams-Bashforth、Adams-Moulton、PEMCME 三种多步法对不同陨落 航天器状态的计算误差.

结果显示,相比于 Runge-Kutta4 阶精度而言, 多步法的计算精度普遍较高.对于位置预报来说, 使用不同阶数多步法对精度预报的影响相对较小, 使用更优、修正因子更多的方法带来的积分精度提 升更加明显.对于姿态预报,使用更高精度方法对 计算结果有明显的精度提升效果,如 Adams-Bashforth 方法在算法阶数从四阶提升至六阶时,积分 精度有了明显的提高,提升的幅度与改进计算方法,



图 2 不同阶数多步法位置计算误差 Fig. 2 Position error for different orders of multistep methods



图 3 不同阶数多步法速度计算误差 Fig. 3 Velocity error for different orders of multistep methods







图 5 不同阶数多步法角速度计算误差 Fig. 5 Angular velocity error for different orders of multistep methods

如使用 Adams-Mountle 方法相当.

综上而言,对不同的状态通道对多步法阶数的 改进敏感度不同.长周期项,如轨道预报中的位置、 速度、高度、经纬度等,由于计算较为平缓,使用高 阶多步计算方法对预报精度的改进效果有限,此时 可换用多修正的计算方法,来提升长周期预报精 度.对于姿态、角速度等短周期项状态,对计算方法 的精度要求高,此时提升计算方法阶数与换用多修 正的计算方法均可有效提升短周期预报精度.

3.2 多步法计算步长影响

在多步法计算过程中,步长选择的大小也会影 响积分计算预报的精度.当步长减小时,单步计算 精度提高,但总计算时间、总计算步数增加,难以理 论确定对预报结果的影响.因此本部分通过数值仿 真研究计算步长对多步法积分预报误差的影响.仿 真中使用的多步法阶数均为4阶,计算步长分别为 0.5s,1s,2s.



结果显示,不同的计算步长对积分精度的影响

Fig. 6 Position error for different step size of multistep methods



Fig. 7 Velocity error for different step size of multistep methods



图 8 不同步长多步法姿态计算误差

Fig. 8 Attitude error for different step size of multistep methods



of multistep methods

较为明显.在不同的多步法算法下,均出现了计算 误差 5s<1s<2s.因此在步长 1s 附近,多步法的计 算精度随着计算步长的减小而增加.同时注意到, 位置、速度积分预报结果中,2s 多步法的计算精度 已经大于 Runge-Kutta4 阶 0.5s 计算步长的积分 精度,因此在计算过程中,选择较小的多步法计算 步长可保证多步法预报计算结果有效.

但多步法计算步长并非越小越好,过小的计算 步长会严重拖累计算效率.表2比较了不同四阶计 算方法在不同计算步长下的时间消耗.

表 2 不同步长多步法计算效率 Table 2 Calculation efficiency of multistep method

with different step size	
--------------------------	--

Method	Step/s	Time consuming/s
Runge-Kutta4	0.5	25.749192
Adams-Bashforth4	0.5	26.070573
	1	13.7368232
	2	6.411488
Adams-Mountle4	0.5	51.790956
	1	25.708430
	2	12.892922
PEMCEM4	0.5	51.163326
	1	26.069776
	2	13.132680

表中结果显示,对于相同的多步计算方法,当 计算步长增加时,耗时也存在明显的提高,且耗时 基本与步长选择成反比,符合理论分析结果.因此 在选择多步法积分算法步长时,应根据计算误差与 计算效率综合考虑,选择适合仿真场景的多步法积 分器参数.

3.3 姿轨耦合气动效应分析

在航天器再入过程中,气动力热耦合的大气阻 力、阻力矩为主要的摄动因素之一.传统的轨道预 报算法未考虑低地球轨道附近不同姿态对轨道气 动系数的影响,存在明显的预报误差.本部分通过 对姿轨耦合轨道预报进行仿真,分析不同姿态气动 参数对最终轨道预报的影响.

结果显示,姿轨耦合因素在 1h 内对大型航天 器轨道高度的影响在 100m 量级,而考虑姿轨耦合 因素后,由于实际动力学模型更加准确,1h 内轨道 高度积分预报误差为 1cm 量级.



图 10 姿轨耦合气动效应对轨道高度的影响 Fig. 10 Attitude-Orbit coupling aerodynamic effects on orbital altitude



图 11 姿轨耦合气动效应的轨道高度误差 Fig. 11 Orbital altitude error for Attitude-Orbit coupling aerodynamic effects



图 12 姿貌耦合气动效应对旋转角速度的影响 Fig. 12 Attitude-Orbit coupling aerodynamic effects on angular velocity



图 13 姿轨耦合气动效应的角速度误差 Fig. 13 Angular velocity error for Attitude-Orbit coupling aerodynamic effects

在姿态预报方面,再入航天器在气动姿轨耦合 的影响下,角速度的误差小于 10⁻⁶/s;对于仅考虑 轨道因素的航天器角速度预报,1h 后轨道的角速 度误差已经达 10⁻³/s,导致积分得到的姿态误差 更大.

综上结论,在实际积分预报平台中,考虑姿轨 耦合因素的动力学模型在不同的多步积分算法下 计算精度均更好.在轨道高度、位置等长周期项的 预报过程中,由于气动力的持续作用,未考虑姿轨 耦合因素导致预报结果与真实结果之间存在明显 误差;而对于短周期项的预报,由于短周期内气动 因素的抵消作用,耦合因素的影响相对较小.

4 结论

在大型复杂结构航天器服役期满受控再入过 程中,气动姿轨耦合下动力学环境复杂多变,高精 度的轨道预报对陨落残骸落区预测与安全性评估 至关重要.本文对积分预报平台中不同的多步计算 方法进行评估,研究了不同多步法以及相应的改进 算法.在不同的计算阶数、不同计算步长下对多步 法的预报精度与计算效率进行了统一的对比评估. 同时,对气动力热环境下的姿轨耦合因素进行了数 值仿真,结合仿真误差分析了姿轨耦合建模对轨道 预报的重要性.相关研究结果对服役期满航天器离 轨再入过程中气动融合轨道飞行航迹落区散布数 值预报计算平台的算法、参数选择提供了仿真数据 参考.

参考文献

- LEMMENS S, FUNKE Q, KRAG H. On-ground casualty risk reduction by structural design for demise [J]. Advances in Space Research, 2015, 55 (11): 2592-2606.
- [2] REYHANOGLU M, ALVARADO J. Estimation of debris dispersion due to a space vehicle breakup during reentry [J]. Acta Astronautica, 2013, 86: 211-218.
- [3] 王天舒,刘才山.多体动力学与航天动力学及其控制进展[J].动力学与控制学报,2018,16(2):95-96.
- [4] 尤鑫烨,陈力.外部扰动下空间机器人基于扰动观测器的鲁棒控制[J].动力学与控制学报,2021,19
 (2):37-42.
 YOU X Y, CHEN L. Robust control of space robot based on disturbance observer under external disturbance [J]. Journal of Dynamics and Control,

2021,19(2):37-42.(in Chinese) 丹枫.和平号的成功坠毁及其影响[J].国际太空,

- [5] 丹枫.和平号的成功坠毁及其影响[J].国际太空, 2001(5):6-8.
- [6] BRANZ F, FRANCESCONI A. Experimental evaluation of a Dielectric Elastomer robotic arm for space applications [J]. Acta Astronautica, 2017,

133: 324-333.

[7] 李志辉,吴俊林,彭傲平,等.天宫飞行器低轨控 空气动力特性一体化建模与计算研究[J].载人航 天,2015,21(2):106-114.

> LIZH, WUJL, PENGAP, et al. Unified modeling and calculation of aerodynamics characteristics during low-orbit flying control of the TG vehicle [J]. Manned Spaceflight, 2015, 21(2): 106-114. (in Chinese)

[8] 唐小伟,张顺玉,党雷宁,等.非常规再人/进入问题探讨[J]. 航天返回与遥感,2015,36(6):11-21.

TANG X W, ZHANG S Y, DANG L N, et al. Discussion on unconventional reentry/entry [J]. Spacecraft Recovery & Remote Sensing, 2015, 36(6): 11 -21. (in Chinese)

[9] 李志辉. 天宫一号目标飞行器无控陨落预报及危害 性分析[R]. 绵阳:中国空气动力研究与发展中心超 高速空气动力研究所,2018:135.

> LI Z H. Tiangong-1 target vehicle uncontrolled fall forecast and hazard analysis [R]. Mianyang: Institute of Hypervelocity Aerodynamics, China Aerodynamic Research and Development Center, 2018: 135. (in Chinese)

- [10] LI Z H, PENG A P, MA Q, et al. Gas-kinetic unified algorithm for computable modeling of Boltzmann equation and application to aerothermodynamics for falling disintegration of uncontrolled Tiangong-No. 1 spacecraft [J]. Advances in Aerodynamics, 2019, 1(1): 4.
- [11] 李庆扬,谢敬东.解刚性常微分方程的一种线性多步法[J].清华大学学报(自然科学版),1991,31
 (6):1-11.

LIQY, XIE J D. A linear multistep method for solving stiff ordinary differential equations [J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 1991, 31(6): 1-11. (in Chinese)

- [12] LIU C, WANG H. A real-time predictor-modification-evaluation-corrector-modification-evaluation parametric interpolator for numerical control transition curves [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2020, 234(1/2): 95-107.
- [13] PENG A P, LI Z H, WU J L, et al. Implicit gaskinetic unified algorithm based on multi-block docking grid for multi-body reentry flows covering all flow regimes [J]. Journal of Computational Phys-

ics, 2016, 327: 919-942.

- LI Z H, MA Q, CUI J Z. Second-order two-scale finite element algorithm for dynamic thermo-me-chanical coupling problem in symmetric structure [J]. Journal of Computational Physics, 2016, 314: 712-748.
- [15] LI Z H, MA Q, CUI J Z. Finite element algorithm for dynamic thermoelasticity coupling problems and application to transient response of structure with strong aerothermodynamic environment [J]. Communications in Computational Physics, 2016, 20 (3): 773-810.
- [16] LI Z H, MA Q, CUI J Z. Multi-scale modal analysis for axisymmetric and spherical symmetric structures with periodic configurations [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2017, 317: 1068-1101.
- [17] 高兴龙,李志辉,陈钦,等.大型航天器无控飞行再 入时间短期预报的轨道摄动方法研究[J].载人航 天,2020,26(5):566-573.
 GAO X L, LI Z H, CHEN Q, et al. Research on short-Term orbit prediction method for large-scale spacecraft at end of its life during uncontrolled flight [J]. Manned Spaceflight, 2020, 26(5): 566-573. (in Chinese)
- [18] 党雷宁,李志辉,唐小伟,等.基于等效迎角的气动 融合轨道直接积分计算无控航天器轨道衰降研究
 [J].载人航天,2020,26(4):452-458.
 DANG L N, LI Z H, TANG X W, et al. Research on orbit decay prediction based on equivalent-attitude concept with coupled aerodynamics and orbit dynamics for uncontrolled spacecraft [J]. Manned Spaceflight, 2020, 26(4):452-458. (in Chinese)
 [19] 高兴龙,陈钦,李志辉,等.大型航天器无控飞行轨
 - 高兴龙,陈钦,李志辉,等.大型航天器无控飞行轨
 道衰降预报初步研究[J].飞行力学,2020,38(6):
 70-76.
 GAO X L, CHEN Q, LI Z H, et al. Preliminary

study on orbit decay prediction for uncontrolled flight of large-scale spacecraft [J]. Flight Dynamics, 2020, 38(6): 70-76. (in Chinese)

[20] 张子彬,李志辉,白智勇,等.类天宫飞行器轨道 衰降过程空气动力特性一体化建模并行优化设计
[J].载人航天,2020,26(4):418-428.
ZHANG Z B, LI Z H, BAI Z Y, et al. Parallel optimization design of unified modeling for aerodynamics during orbital declining reentry of Tiangong type spacecraft [J]. Manned Spaceflight, 2020, 26(4): 418-428. (in Chinese)

[21] 蒋新宇,党雷宁,李志辉,等. 航天器无控再入解 体非规则碎片散布范围分析研究 [J]. 载人航天, 2020,26(4):436-442.

> JIANG X Y, DANG L N, LI Z H, et al. Analysis and research on scattered range of irregular debris for uncontrolled reentry disintegration of spacecraft [J]. Manned Spaceflight, 2020, 26(4): 436-442. (in Chinese)

[22] 邢誉峰,季奕,张慧敏.时间积分方法的研究进展 与挑战[J].北京航空航天大学学报,2022,48(9): 1692 - 1701.

XING Y F, JI Y, ZHANG H M. Advances and challenges in time integration methods [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2022, 48(9): 1692-1701. (in Chinese)

[23] 管洪杰,姚志成,刘岩.轨道数值积分方法适用性研究[J].科学技术与工程,2013,13(36):10886.
GUAN H J, YAO Z C, LIU Y. Analysis of applicability of orbit numerical integration method [J].
Science Technology and Engineering, 2013, 13 (36):10886. (in Chinese)