

电场作用对改进的 HR 神经元模型的同步影响^{*}

王新瑀 包卫敏 杜莹[†]

(华东理工大学 数学学院, 上海 200237)

摘要 MSF, 即主稳定函数, 是一种使用 Lyapunov 指数理论来确定复杂同型网络同步状态的稳定性的工具. 负的 MSF 值表明网络可以同步. 我们构建了一种双变量 HR 模型来描述神经元在电场作用下的同步行为, 将神经元尺寸和外加电场作为影响电场作用的调控因素, 利用简化的 MSF 方法, 研究主稳定函数 MSF 和电荷尺寸及外加电场的关系. 结果显示, 电场效应对神经网络同步的作用是丰富的. 施加较强的恒定电场可以促进网络同步, 而施加交变电场则会抑制同步. 另外, 神经元半径也会影响电场效应的作用结果, 在较大的神经元半径下, 神经网络会更容易同步.

关键词 HR 神经元模型, 神经网络, 同步, 电场作用, 主稳定函数

中图分类号: O175

文献标志码: A

The Effect of Electric Field on the Synchronization of Improved HR Neuron Model^{*}

Wang Xinyu Bao Weimin Du Ying[†]

(School of Mathematics, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China)

Abstract MSF, or main stability function, is a method that uses Lyapunov exponent theory to determine the stability of synchronization states in complex homogeneous networks. A negative MSF value indicates that the network can synchronize. In this paper, a two-variable HR model is proposed to describe the synchronization behavior of neurons under the effect of an electric field by a simplified MSF method, with the neuron size and applied electric field as regulatory factors. The relationship among the main stability function MSF, the charge size and applied electric field is studied. The results show that the electric field has a rich effect on neural network synchronization. A strong constant electric field can promote network synchronization, while An alternating electric field can inhibit synchronization. In addition, the radius of the neuron also affects network synchronization. Under a larger radius of the neuron, the neural network will be easier to synchronize.

Key words HR model, neural network, synchronization, electric field effect, main stability function

引言

神经元可以通过传递电信号来交换信息, 兴奋

模式和静息模式实际上是通过电位差和频率来表达的. 因此, 可以通过探索神经元的电信号模式来研究神经元的信息传递模式. 由于神经元具有非线性

性和复杂的放电节律模式,通过可控的数学模型模拟神经元的放电信号来研究神经元的电活动是一种有效途径,这有助于揭示影响神经元复杂动态行为的因素^[1-7].

同步是一种典型的耦合神经元的动力学行为.神经元的同步行为可能与信息传递和处理有关^[8],同时大脑神经的反常同步现象也可能预示着癫痫、帕金森等神经系统疾病^[9,10].因此,研究耦合神经元系统的同步现象对于理解神经系统的信息处理和传递方式以及治疗神经系统疾病具有重要意义. Pecora 和 Carroll^[11,12]发现了两个耦合的混沌系统可以发生同步. Casado^[13]发现两个弱耦合的神经元在内部噪声的作用下可以实现放电频率和相位的同步. 徐克生等^[14]发现兴奋性神经元系统的同步可能与兴奋细胞间的电突触耦合的数量有关.

对神经元系统活动产生影响的参数有很多,近年来研究发现,细胞内外离子浓度分布改变会改变神经元的膜电位,对其电活动产生影响^[15-21].神经元膜表面可被视为具有均匀分布的电荷的带电体,该带电体的电荷会产生电场.同时,外部电场也会对神经元固有的电场空间分布产生影响.因此,电场因素是在研究神经元电活动的变化规律中必须考虑的,将电场因素引入神经元模型中是有必要的. 马军等^[22]研究了电荷和极化变化引起的电场效应,在不同种类的电场作用下,电场作用可以诱导神经元放电模式改变. 电磁刺激技术是一种治疗神经精神疾病的方法,利用电磁场对神经元的影响,通过施加特定形式的电场调节神经元的生理活动,从而影响神经系统的功能.该技术已广泛应用于临床治疗癫痫、帕金森等疾病,并取得了较好的疗效. 1996年, Gluckman 等人通过将弱直流外电场应用于大脑海马区神经,发现施加直流电场对于抑制癫痫疾病发作具有较好效果^[23]. Bikson 等人发现低幅值的直流均匀电场和电流刺激产生的局部电场同样可以控制脑切片的癫痫样神经元活动^[24].因此,可以利用这种技术来治疗神经精神疾病.

针对耦合神经元系统的同步状态判定问题,目前已经提出了许多判定标准. MSF(主稳定函数)是 Pecora 和 Carroll^[25]提出的一种用于定义同步流形处的线性系统的稳定性的方法,它适用于由具有局

部线性化和块对角化耦合函数的任何动力系统构成的一般恒等网络.这种新方法通过计算 Lyapunov 指数来预测模型的稳定性,负的 MSF 值表明网络可以同步,它的优势在于可以预测高维同步流形的稳定性,但仍需要较长的计算时间^[26]. 2012年, Dabrowski^[27]提出了一种快速而直接地计算横向李雅普诺夫指数(TLE)的方法,以缩短 MSF 的数值模拟时间. 2020年, Gambuzzaza 等^[28]使用广义 MSF 方法,提出了一种新的基于误差的 MSF 计算方法,可以有效简化 MSF 的计算,在保证数值模拟精度的要求下缩短计算时间.

在以上工作的基础上,我们提出了一种改进的 HR 神经元模型,在模型中引入神经元半径 r 和外部场强 E_{ext} 作为调控参量,用以表示电场作用对神经元模型的影响.构建耦合的神经元系统,考虑同步流形处的线性系统的稳定性,以 MSF 为判定同步的标准,通过简化的 MSF 计算方法,研究电场作用对神经元网络同步的影响.

1 方法与模型

1.1 MFS 方法

对于 MFS 方法做简要解释:

根据文献中的定义^[29],考虑一个由 N 个相同的动力单元组成的复杂网络.每个单元包含一个非线性振子的常微分方程,该方程表示为:

$$\dot{X}_j = F(x_j) - d \sum_{k=1}^N M_{jk} G(x_k) \quad (1)$$

其中 M 是一个耦合矩阵,它决定了网络的连接拓扑.它是具有零行和严格正非对角项的对称拉普拉斯矩阵, G 确定通过它连接的耦合状态, d 是耦合参数.

同步流形应始终满足

$$\dot{S} = F(s) \quad (2)$$

此状态可以被认为是稳定的.假设同步流形受到扰动,扰动以 0 结束:

$$x_j(t) = s_j(t) + y_j(t) \quad (3)$$

代入式(1)则可得到

$$\dot{y}_j = [DF(s) - d \sum_{k=1}^N M_{jk} DG(s)] y_j \quad (4)$$

其中 DF 和 DG 是雅可比矩阵.借助于由矩阵 M 的特征向量构造的矩阵 Q , 等式变为:

$$\dot{z} = Q^{-1} y \quad (5)$$

$$\dot{z}_j = [DF(s) - \alpha_j DG(s)]z_j \quad (6)$$

其中 $\alpha_j = d\lambda_j$, λ_j 为矩阵 M_{jk} 的特征值.

因而当 \dot{z}_j 为负时, \dot{y}_j 为负, 即扰动 $y_j(t)$ 将会以 0 结束, 网络可以达到同步. 对于同一动力单元组成的神经网络, 只要其 MFS 为负, 网络就可以同步.

1.2 HR 模型

细胞或神经元中含有大量的带电离子, 如钙、钾、钠等, 这些离子在细胞内传递, 其中一些离子刚好穿过膜通道形成跨膜电流. 将神经元放置在外电场中会产生一个感应电压, 该电压导致细胞膜两侧电荷的移动, 从而改变膜两侧的离子浓度, 跨膜的离子电流改变了神经元细胞膜的膜电压. 感应电压的大小与神经元细胞质的特性相关, 例如电阻率和介电常数等, 还与细胞的几何形状、极化率有关. 膜可视为具有一定均匀电荷分布的带电表面, 从而产生电场. 假设膜面积为 S , 电荷数为 q , 介电常数为 ϵ , ϵ 与介质的固有性质有关. 则电场可由下式给出

$$E = \frac{q}{2\epsilon S} \quad (7)$$

电场 E 和其产生的细胞膜去极化感应电压 ΔV 之间的关系为^[30]

$$\frac{d\Delta V}{dt} + \frac{\Delta V}{\tau} = \frac{\lambda}{\tau} \quad (8)$$

式中 τ 为 Maxwell-Wagner 时间常数, 代表电荷在细胞膜上的累积速度. λ 是极化长度. 式(8)的解可由下式给出^[31]:

$$\Delta V = rE \quad (9)$$

其中 r 为视细胞为球形时的半径大小, ΔV 为板间电压或细胞的膜电位.

HR 神经元模型的数学模型由下式给出^[32]:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - 3x^3 + 3x^2 - z + a \\ \frac{dy}{dt} = 1 - 5x^2 - y \\ \frac{dz}{dt} = bc(x + 1.6) - bz \end{cases} \quad (10)$$

其中变量 x, y, z 分别描述了膜电位、与恢复变量相关的快电流、自适应慢电流. a, b, c 分别为参数项. 快变量 y 对感应电场的变化非常敏感, 考虑对变量 y 施加 ΔV , 分析电场对 HR 神经元的影响.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - 3x^3 + 3x^2 - z + a \\ \frac{dy}{dt} = 1 - 5x^2 - y + rE \\ \frac{dz}{dt} = bc(x + 1.6) - bz \\ \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2\epsilon S} \frac{dq}{dt} = \frac{1}{2\epsilon S} y \end{cases} \quad (11)$$

为简便起见, 引入一个新的参数 m 来描述极化特性为 $m = 1/2\epsilon S$. 此外, 在外加电场作用下, 神经元内的电场被改变, 其动力学方程可定义为

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - 3x^3 + 3x^2 - z + a \\ \frac{dy}{dt} = 1 - 5x^2 - y + rE \\ \frac{dz}{dt} = bc(x + 1.6) - bz \\ \frac{dE}{dt} = my + E_{\text{ext}} \end{cases} \quad (12)$$

E_{ext} 表示外部电场, m 为参数项. 在本次实验中分别取 $a = 3.2; b = 0.006; c = 4; m = 1$.

外部场强有两种施加方式:

(1) 恒定场强:

即 E_{ext} 的值不随时间改变, $E_{\text{ext}} = A$, A 为固定值;

(2) 交变场强:

即 E_{ext} 的值随时间周期性变化, 如公式(13)所示:

$$E_{\text{ext}} = A \cos(\omega t) \quad (13)$$

其中 A 表示最大场强, 即阈值, ω 表示周期.

根据公式(6), 改进的 HR 模型相应的 MSF 方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -d + (6x - 3x^2) & 1 & -1 & 0 \\ -10x & -1 & 0 & r \\ bc & 0 & b & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中 d 为耦合系数.

在本次实验中, 用于调控电场效应的参数有两个, 分别是神经元半径 r 和外部场强 E_{ext} . 为了探究电场效应对神经网络同步的影响, 我们将讨论以下三种情形: (1) 不施加外部电场, 不同的神经元半径 r 下, MSF 随耦合强度 d 的变化情况; (2) 固定神经元半径, 施加恒定的外部场强 E_{ext} 下, MSF 随

耦合强度 d 的变化情况;(3)固定神经元半径,施加交变电场 E_{ext} 下,MSF 随耦合强度 d 的变化情况.

2 模拟

2.1 神经元半径

在本次实验中,将神经元半径 r 作为调控参数,观察在不同的耦合强度 d 下,MSF 值随神经元半径 r 的变化情况.数值仿真采用欧拉算法,时间步长为 0.1,计算 $T=1000$ 个时间单位.选择的耦合强度 d 的取值范围为 $[0, 3]$,取值间隔为 0.01,神经元半径 r 的取值范围为 $[0, 0.05]$,取值间隔为 0.0005.

在图 1 中,我们给出了不同的神经元半径 r 下,MSF 随耦合强度 d 的变化情况.从图中可以观察到,当耦合强度 d 增大时,MSF 逐渐减小,并过零点,这意味着,在 HR 模型中,耦合强度 d 增大可以促使耦合神经元系统发生同步.

在图 2 中,我们绘制了以神经元半径 r 及耦合强度 d 为调控参数,MSF 的三维曲面图.从图中可

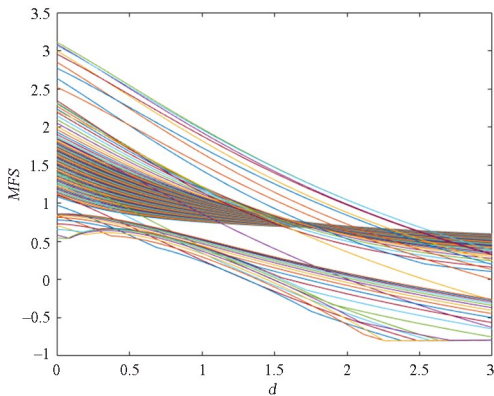


图 1 不同 r 值下的 d 与 MSF 的 2D 图

Fig. 1 The 2D plot for d vs MSF for various values of r

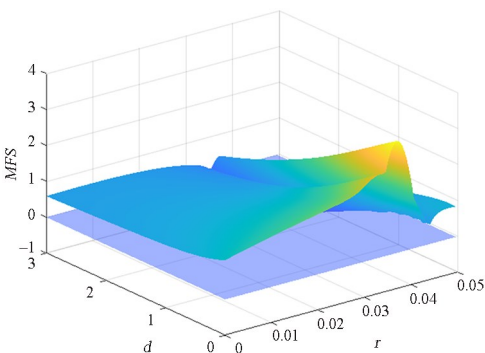


图 2 r 与 d 对 MSF 的联合效应 3D 图

Fig. 2 The 3D plots displaying the combined effect of r and d on the MSF

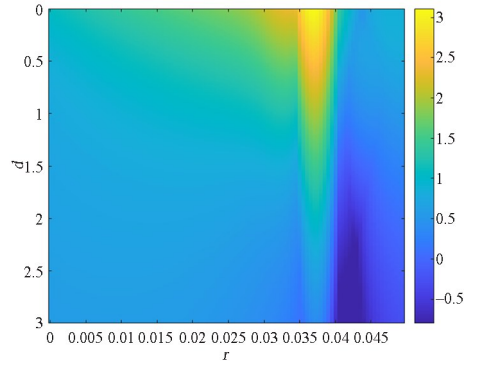


图 3 r 与 d 对 MSF 的联合效应平面图

Fig. 3 The image plot displaying the combined effect of r and d on the MSF

以观察到,当耦合强度 d 不变时,主稳定性函数 (MSF)随着神经元半径 r 的增大,产生先增大后减小的变化,甚至包括由负值转变为正值再转变为负值的情况,即原本在该耦合强度下可以产生同步的神经元系统,由于神经元半径 r 的增加,会出现无法产生同步的情况.这说明神经元半径 r 增大,对神经网络的同步具有抑制作用.

另外,我们绘制了耦合强度 d 和神经元半径 r 的平面图,如图 3 中所示,可以更直观地展示神经元半径 r 增大对神经网络的同步的抑制作用.从图中可以看到,当 r 取值范围在 $[0, 0.04]$ 时,MSF 随着神经元半径 r 增大而增大.且当神经元半径 r 取值范围在 $[0.035, 0.04]$ 时,图像颜色发生显著变化,这意味着这一范围内,电场对耦合神经元同步的抑制作用较为明显.当神经元半径 r 取值范围在 $[0.04, 0.045]$,MSF 下降,尤其是耦合强度 d 的取值范围在 $[1.5, 3]$ 时.当神经元半径 r 取值范围在 $[0.045, 0.05]$,MSF 再次增大.

2.2 恒定电场

在本次实验中,将外部电场 E_{ext} 作为调控参数,神经元半径 r 固定为 0.02,为表示恒定电场,令 $E_{\text{ext}}=A$, A 为场强.观察在不同的耦合强度 d 下,MSF 值随 A 的变化情况.数值仿真采用欧拉算法,时间步长为 0.1,计算 $T=1000$ 个时间单位.选择的耦合强度 d 的取值范围为 $[0, 3]$,取值间隔为 0.01.选择 A 的取值范围为 $[0, 10]$,取值间隔为 0.1

在图 4 中,我们给出了不同的恒定场强 A 下,MSF 随耦合强度 d 的变化情况.从图中可以观察到,当耦合强度 d 增大时,MSF 逐渐减小.这意味着,在 HR 模型中,耦合强度 d 增大可以促使耦合神经元系统发生同步.

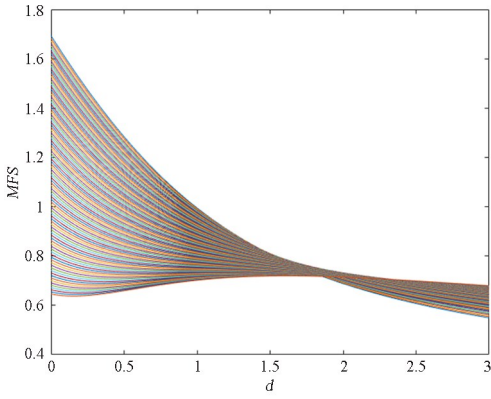


图4 不同 A 值下的 d 与 MSF 的 2D 图(恒定电场)
Fig. 4 The 2D plot for d vs MSF for various values of A (constant electric field)

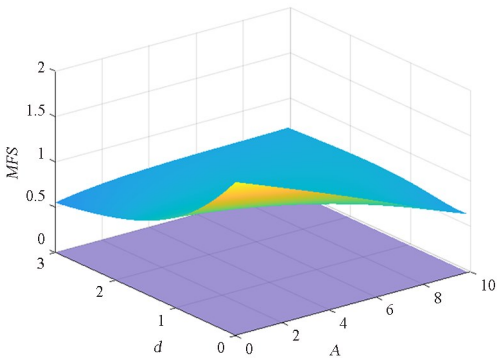


图5 A 与 d 对 MSF 的联合效应 3D 图(恒定电场)
Fig. 5 The 3D plots displaying the combined effect of A and d on the MSF (constant electric field)

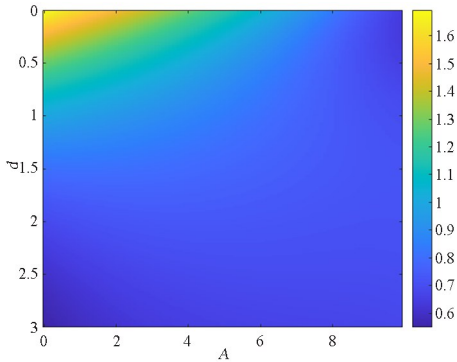


图6 r 与 d 对 MSF 的联合效应平面图(恒定电场)
Fig. 6 The image plot displaying the combined effect of r and d on the MSF (constant electric field)

在图 2 中,我们绘制了以恒定场强 A 及耦合强度 d 为调控参数,MSF 的三维曲面图.从图中可以观察到,当耦合强度 d 不变时,MSF 随着 A 的增大而逐渐减小,尤其在耦合强度较小时,下降幅度更为明显.这说明当施加恒定电场时,场强增大,对神经网络的同步具有促进作用.

同样地,我们绘制了耦合强度 d 和恒定场强 A 的平面图,如图 6 中所示,可以更直观地展示 A 增大对神经网络同步的促进作用.从图中可以看到,

当 A 取值范围在 $[0, 4]$, 耦合强度 d 的取值范围在 $[0, 1]$ 时,MSF 图像颜色较浅.当 A 取值范围在 $[4, 10]$ 时,图像颜色显著变深,这意味着这一范围内,电场对耦合神经元同步的促进作用较为明显.而当耦合强度 d 大于 1 时,图像颜色变化不明显,这意味着恒定场强对神经系统同步的促进作用可能存在限制.

2.3 交变电场

在本次实验中,将外部电场 E_{ext} 作为调控参数,神经元半径 r 固定为 0.02,为表示交变电场,外部场强 E_{ext} 由公式(14)给出

$$E_{\text{ext}} = A \cos(\omega t) \quad (14)$$

在实验中,取 $\omega = 0.2$.

数值仿真采用欧拉算法,时间步长为 0.1,计算 $T = 1000$ 个时间单位.选择的耦合强度 d 的取值范围为 $[0, 3]$,取值间隔为 0.01.选择 A 的取值范围为 $[0, 3000]$,取值间隔为 50.

在图 7 中,我们给出了不同的场强阈值 A 下,MSF 随耦合强度 d 的变化情况.从图中可以观察

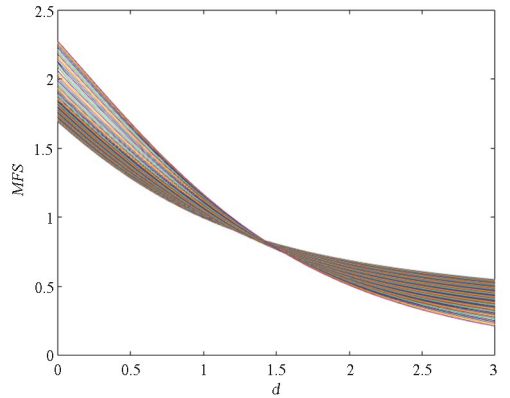


图7 不同 A 值下的 d 与 MSF 的 2D 图(交变电场)
Fig. 7 The 2D plot for d vs MSF for various values of A (alternating electric field)

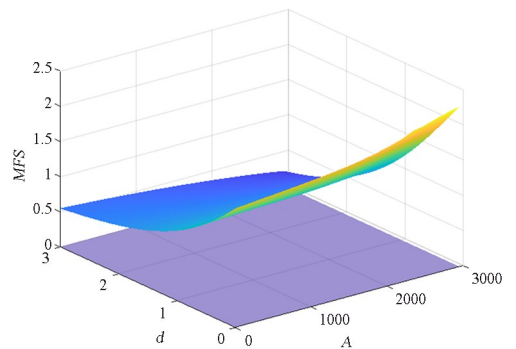


图8 A 与 d 对 MSF 的联合效应 3D 图(交变电场)
Fig. 8 The 3D plots displaying the combined effect of A and d on the MSF (alternating electric field)

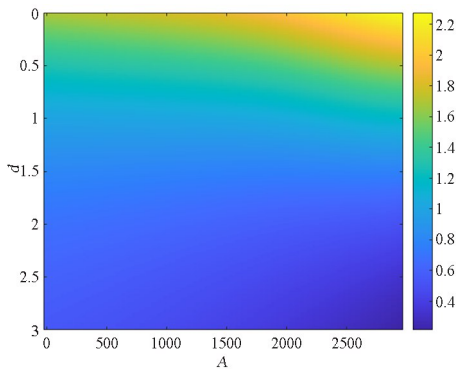


图9 r 与 d 对 MSF 的联合效应平面图(交变电场)

Fig. 9 The image plot displaying the combined effect of A and d on the MSF (alternating electric field)

到,当耦合强度 d 增大时,MSF 逐渐减小.这意味着,在 HR 模型中,耦合强度 d 增大可以促使耦合神经元系统发生同步.

在图 8 中,我们绘制了以场强阈值 A 及耦合强度 d 为调控参数,MSF 的三维曲面图.从图中可以观察到,当耦合强度 d 不变时,MSF 随着 A 的增大而逐渐增大,尤其在耦合强度较小时,上升幅度更为明显.这说明当施加交变电场时,场强阈值增大,对神经网络的同步具有抑制作用.

同样地,我们绘制了耦合强度 d 和交变电场强 E_{ext} 的平面图,如图 9 中所示,可以更直观地展示 A 增大对神经网络同步的抑制作用.从图中可以看到,当耦合强度 d 的取值范围在 $[0, 1]$ 时,MSF 图像颜色随着场强阈值 A 的增大而逐渐变浅,这意味着当耦合强度 d 小于 1 时,电场对耦合神经元同步具有较好的抑制作用.与施加恒定电场时的情况类似,当耦合强度 d 大于 1 时,图像颜色变化不明显.

3 结论

在本文中,我们研究了电场作用对神经元模型的网络同步的影响.我们提出了一种改进的 HR 神经元模型,在模型中引入神经元半径 r 和外部场强 E_{ext} 作为调控参量,用以表示电场作用对神经元模型的影响,将 MSF(主稳定性函数)值作为判断网络是否同步的衡量标准,计算主稳定性函数 MSF 随着耦合系数 d 变化的变化.我们设计了三种电场作用对神经元影响的情形:(1)不施加外部电场,不同的神经元半径 r 下,MSF 随耦合强度 d 的变化情况;(2)固定神经元半径,施加恒定的外部场强 E_{ext} 下,MSF 随耦合强度 d 的变化情况;(3)固定

神经元半径,施加交变电场 E_{ext} 下,MSF 随耦合强度 d 的变化情况.分别对以上三种情形下的模型进行了数值模拟.结果表明:(1)不施加外部电场时,当神经元半径 r 增加,HR 模型的主稳定性函数 MSF 总体上均呈现上升趋势,并伴随由负转正的情况,即神经网络从同步状态转变为不同步状态.当神经元半径 r 取值范围在 $[0.04, 0.045]$ 时,MSF 出现了下降的情况,神经元半径 r 对网络同步产生促进作用.而 r 在其他范围内均对网络同步产生抑制作用.(2)施加恒定的外部电场 E_{ext} 时,HR 模型的主稳定性函数 MSF 随着场强增大而减小,尤其在耦合强度 d 小于 1 时改变明显.施加较大的恒定电场会对神经网络同步产生促进作用.(3)施加交变电场 $E_{\text{ext}} = A \cos(\omega t)$ 时,HR 模型的主稳定性函数 MSF 随着场强增大而增大,尤其在耦合强度 d 小于 1 时效果明显.施加较强的恒定电场会对神经网络同步产生抑制作用.以上研究结果表明,电场效应对神经网络同步的作用是丰富的,通过施加不同的外部电场,可以对神经网络的同步产生截然不同的效果.施加较强的恒定电场可以促进网络同步,而施加交变电场则会抑制同步.另外,神经元半径也会影响电场效应的作用结果,当神经元半径在 $[0.04, 0.045]$ 范围内,神经网络会更容易同步.研究结果对神经网络同步的影响因素以及控制神经网络同步状态具有重要意义,根据本文采用的模型研究结果可知,通过对大脑施加特定的电场,其可以改变神经元的放电特性,进而对神经元活动产生影响,可以使神经网络更容易达到同步或不同步的状态,进一步结合神经系统疾病的发作特性和机制,可以达到缓解和治疗神经系统疾病的作用,为改善神经系统疾病的治疗方案提供帮助.

参考文献

- [1] HODGKIN A L, HUXLEY A F. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve [J]. Bulletin of Mathematical Biology, 1952, 12(1): 25-71.
- [2] HINDMARSH J L, ROSE R M. A model of the nerve impulse using two first-order differential equations [J]. Nature, 1965, 206: 162-164.
- [3] MORRIS C, LECAR H. Voltage oscillations in the barnacle giant muscle fiber [J]. Biophysical Jour-

- nal, 1981, 35(1): 193–213.
- [4] CHAY T R. Eyring rate theory in excitable membranes; application to neuronal oscillations [J]. The Journal of Physical Chemistry, 1983, 87(15): 2935–2940.
- [5] IZHIKEVICH E M. Simple model of spiking neurons [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2003, 14(6): 1569–1572.
- [6] 曹淑红, 段利霞, 唐旭晖, 等. 具有时滞的耦合 Hindmarsh-Rose 神经元系统的放电模式[J]. 动力学与控制学报, 2012, 10(1): 88–91.
CAO S H, DUAN L X, TANG X H, et al. Firing patterns in coupled hindmarsh-rose neural system with time-delay [J]. Journal of Dynamics and Control, 2012, 10(1): 88–91. (in Chinese)
- [7] 刘义, 刘深泉. Pre-Böttinger 中间神经元模型的动力学分析[J]. 动力学与控制学报, 2011, 9(3): 257–262.
LIU Y, LIU S Q. Dynamic analysis of interneuron model in the Pre-Böttinger complex [J]. Journal of Dynamics and Control, 2011, 9(3): 257–262. (in Chinese)
- [8] LENG S Y, AIHARA K. Common stochastic inputs induce neuronal transient synchronization with partial reset [J]. Neural Networks, 2020, 128: 13–21.
- [9] MOAYERI M M, RAD J A, PARAND K. Dynamical behavior of reaction-diffusion neural networks and their synchronization arising in modeling epileptic seizure; a numerical simulation study [J]. Computers & Mathematics with Applications, 2020, 80(8): 1887–1927.
- [10] PROTACHEVICZ P R, BORGES F S, LAMEU E L, et al. Bistable firing pattern in a neural network model [J]. Frontiers in Computational Neuroscience, 2019, 13: 19.
- [11] PECORA L M, CARROLL T L. Driving systems with chaotic signals [J]. Physical Review A, 1991, 44(4): 2374–2383.
- [12] PECORA L M, CARROLL T L. Synchronization in chaotic systems [J]. Physical Review Letters, 1990, 64(8): 821–824.
- [13] CASADO J M. Synchronization of two Hodgkin-Huxley neurons due to internal noise [J]. Physics Letters A, 2003, 310(5/6): 400–406.
- [14] XU K S, MAIDANA J P, ORIO P. Diversity of neuronal activity is provided by hybrid synapses [J]. Nonlinear Dynamics, 2021, 105(3): 2693–2710.
- [15] DUNCAN P J, FAZLI M, ROMANÓN, et al. Chronic stress facilitates bursting electrical activity in pituitary corticotrophs [J]. The Journal of Physiology, 2022, 600(2): 313–332.
- [16] GU H G, PAN B B. A four-dimensional neuronal model to describe the complex nonlinear dynamics observed in the firing patterns of a sciatic nerve chronic constriction injury model [J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 81(4): 2107–2126.
- [17] ATKINS D E, BOSH K L, BREAKFIELD G W, et al. The effect of calcium ions on mechanosensation and neuronal activity in proprioceptive neurons [J]. NeuroSci, 2021, 2(4): 353–371.
- [18] WU F Q, MA J, ZHANG G. A new neuron model under electromagnetic field [J]. Applied Mathematics and Computation, 2019, 347: 590–599.
- [19] 钟敏, 唐国宁. 通过控制钙和钾离子流抑制心脏中的螺旋波和时空混沌[J]. 计算物理, 2011, 28(1): 119–124.
ZHONG M, TANG G N. Suppression of spiral waves and spatiotemporal chaos in cardiac tissues with controll of calcium and potassium ionic currents [J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2011, 28(1): 119–124. (in Chinese)
- [20] 肖冉, 安新磊, 祁慧敏. 电磁场效应下 HR 神经元的全局分岔与参数辨识[J]. 动力学与控制学报, 2021, 19(5): 81–88.
XIAO R, AN X L, QI H M. Global bifurcation and parameter identification of hr neurons under electromagnetic field effects [J]. Journal of Dynamics and Control, 2021, 19(5): 81–88. (in Chinese)
- [21] 曲良辉, 都琳, 胡海威, 等. 电磁刺激对 FHN 神经元系统的调控作用[J]. 动力学与控制学报, 2020, 18(1): 40–48.
QU L H, DU L, HU H W, et al. Regulation of electromagnetic stimulation on fhn neuronal system [J]. Journal of Dynamics and Control, 2020, 18(1): 40–48. (in Chinese)
- [22] MA J, ZHANG G, HAYAT T, et al. Model electrical activity of neuron under electric field [J]. Nonlinear Dynamics, 2019, 95(2): 1585–1598.
- [23] GLUCKMAN B J, NEEL E J, NETOFF T I, et al. Electric field suppression of epileptiform activity in hippocampal slices [J]. Journal of Neurophysiology, 1996, 76(6): 4202–4205.
- [24] BIKSON M, INOUE M, AKIYAMA H, et al.

- Effects of uniform extracellular DC electric fields on excitability in rat hippocampal slices in vitro [J]. *The Journal of Physiology*, 2004, 557(1): 175–190.
- [25] PECORA L M, CARROLL T L. Synchronization in chaotic systems [J]. *Physical Review Letters*, 1990, 64(8): 821–824.
- [26] PECORA L M, CARROLL T L. Master stability functions for synchronized coupled systems [J]. *Physical Review Letters*, 1998, 80(10): 2109–2112.
- [27] DABROWSKI A. The largest transversal Lyapunov exponent and master stability function from the perturbation vector and its derivative dot product (TLEVDP) [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2012, 69(3): 1225–1235.
- [28] GAMBUZZA L V, DI PATTI F, GALLO L, et al. The master stability function for synchronization in simplicial complexes [EB/OL]. 2020: arXiv: 2004.03913. <http://arxiv.org/abs/2004.03913>
- [29] PANAHI S, JAFARI S. A fast technique for calculating master stability function [J]. *International Journal of Modern Physics B*, 2020, 34(5): 2050024.
- [30] RADMAN T, RAMOS R L, BRUMBERG J C, et al. Role of cortical cell type and morphology in sub-threshold and suprathreshold uniform electric field stimulation in vitro [J]. *Brain Stimulation*, 2009, 2(4): 215–228, 228.e1–228.
- [31] SCHWAN H P. Electrical properties of tissue and cell suspensions [J]. *Advances in Biological and Medical Physics*, 1957, 5: 147–209.
- [32] HINDMARSH J L, ROSE R M. A model of neuronal bursting using three coupled first order differential equations [J]. *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, 1984, 221(1222): 87–102.