

# 基于模型预测控制的电动车辆队列控制研究<sup>\*</sup>

孟金<sup>1</sup> 李聪<sup>2</sup> 景晖<sup>3†</sup> 童玉伟<sup>3</sup> 冯焕秦<sup>3</sup>

- (1. 柳州市迈博机械制造有限公司,柳州 545007)  
(2. 桂林航天工业学院,机电工程学院,桂林 541004)  
(3. 桂林电子科技大学,机电工程学院,桂林 541004)

**摘要** 针对车辆队列建模时参数不确定导致控制存在误差的问题,以及队列中跟随车辆稳定性问题,分析车辆纵向动力学,设计一个鲁棒 MPC 控制器和滑移率控制器来提高队列车辆的控制精度和稳定性.首先对纵向 MPC 控制器进行改进,提高车辆队列控制精度;同时为防止跟随车辆的轮胎打滑,设计一个 MPC 滑移率控制器对跟随车辆的轮胎滑移率进行控制约束,保证了跟随车辆的纵向稳定性.最后,进行仿真实验验证其有效性.仿真实验结果表明,与传统的 LQR、MPC 控制器相比,改进的鲁棒 MPC 纵向控制器控制精度更高,同时 MPC 滑移率控制器可防止跟随车辆的轮胎打滑,保证了跟随车辆的纵向稳定性.

**关键词** 电动车辆, 纵向动力学, 队列控制, 模型预测控制  
**中图分类号:**U469.72 **文献标志码:**A

## Longitudinal Platoon Control of Electric Vehicle Based on Model Predictive Control<sup>\*</sup>

Meng Jin<sup>1</sup> Li Cong<sup>2</sup> Jing Hui<sup>3†</sup> Tong Yuwei<sup>3</sup> Feng Huanqin<sup>3</sup>

- (1. Liuzhou Maibo Machinery Manufacturing Co., LTD, Liuzhou 545007, China)  
(2. School of Mechanical Engineering, Guilin University of Aerospace Technology, Guilin 541004, China)  
(3. School of Mechanical and Electrical Engineering, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China)

**Abstract** In view of the problems of control error caused by parameter uncertainty in vehicle platoon modeling and the stability of the following vehicles in vehicle platoon, a robust MPC controller and a slip rate controller are designed to improve the control accuracy and stability of the following vehicles in vehicle platoon. Firstly, the longitudinal MPC controller is presented to improve the vehicle platoon control accuracy. At the same time, in order to prevent the tire slip of the following vehicles, a MPC slip rate controller is designed to control the tire slip rate of the following vehicle, which ensures the longitudinal stability of the following vehicle. Finally, simulation experiments are carried out to verify its effectiveness. The simulation results show that compared with the traditional LQR and MPC controllers, the improved robust MPC longitudinal controller has higher control accuracy, and the MPC slip rate controller can prevent the tire sliding of the following vehicle, ensuring the longitudinal stability of the following vehicle.

**Key words** electric vehicle, longitudinal dynamics, vehicle platoon control, model predictive control

2022-07-21 收到第 1 稿,2022-10-08 收到修改稿.  
<sup>\*</sup> 广西自然科学基金(2020GXNSFAA297031),国家自然科学基金资助项目(52262052),Natural Science Foundation of Guangxi(2020GXNSFAA297031) and National Natural Science Foundation of China(52262052).  
<sup>†</sup> 通信作者 E-mail: jinghui@guet.edu.cn

引言

车辆队列系统是由两辆或两辆以上相距较近的一排车辆以期望的巡航速度和距离行驶的系统<sup>[1]</sup>.车辆队列的纵向控制主要是通过车载传感器或者加入无线通信技术获得跟随车与前车的实时距离和速度等信息,然后通过控制算法实现对跟随车辆的控制,保证跟随车能和领航车之间有一个期望的距离,并能够较好的跟着领航车的速度行驶.在一些研究中仅通过车载传感器来获得车辆队列控制所需要的信息进行控制.大连理工大学的郭戈等人<sup>[2]</sup>研究了传感器测量范围受限问题,提出了一种保证成本的  $H_{\infty}$  控制方法,减小了制动延迟,提高了发动机时间常数的精度;Ploeg J 等人<sup>[3]</sup>为在有较大的通信延迟下的车辆队列稳定性,设计了一个  $H_{\infty}$  最优控制器,提高了系统在短跟随车间距工况下的稳定性,且提高了车队长度的可拓展性;Zheng 等人<sup>[4]</sup>为使车辆队列能够动态解耦,不受限于空间队形的影响,提出了一种基于分布式模型预测(DMPC)的异构控制算法,保证了车辆队列的稳定性,减小了队列误差;张云等人<sup>[5]</sup>基于悬置轮毂式电机驱动的电动汽车四分之一主动悬架模型,设计了基于电磁作动器的主动悬架滑模控制系统,减少了车身所受影响,明显提高车辆的驾乘舒适性和平顺性.

车辆队列在低附路面高速运行时,跟随车辆可能会由于轮胎打滑等问题造成失稳,发生严重的交通事故.为提高车辆队列的安全性,降低交通事故的发生,需要考虑到车辆队列中的跟随车辆的纵向稳定性.为了提高车辆的驱动/制动性能,主要是对车辆轮胎的滑移率进行控制,国内外的学者相继进行了研究. De Castro 等人<sup>[6]</sup>设计了一个基于滑模框架的轮胎滑移控制器,为了克服滑模控制的不连续性引起的抖振问题,采用条件积分法,在轮胎滑移量接近设定值的情况下,实现了比例加积分控制律的平滑过渡,提高了系统抵抗扰动的鲁棒性;西南大学的刘强等人<sup>[7]</sup>基于阿克曼转向原理和 RBF 神经网络 PID 理论,提出了一种自适应的循迹控制方法,保证了足够的循迹控制精度和转向稳定性,同时还减小了轮胎滑移率.

综上所述,车辆队列纵向控制方法都能有效地提高车辆队列的稳定性,减少队列误差.但是在车

辆队列模型建立过程中存在误差以及参数不确定性问题,队列控制精度还有待提高.设计一个纵向控制器对车辆队列的纵向控制误差进行实时的动态反馈调节并且尽可能的弥补这些误差,这对提高车辆队列的纵向控制精度,实现更好车辆队列的纵向运动控制具有一定的实际意义.

考虑到 MPC 控制算法具有实时滚动优化、反馈校正的特点,已经被广泛应用于车辆控制中<sup>[8-13]</sup>,若用于实现车辆队列的纵向控制能够带来较好的控制效果.因此本文将对 MPC 控制算法进行改进,设计鲁棒 MPC 纵向控制器,用于提高车辆队列的纵向控制精度;同时设计 MPC 滑移率控制器对跟随车辆的轮胎滑移率进行控制约束,保证跟随车辆的纵向稳定性.最后通过仿真实验来验证所设计 MPC 纵向控制器和滑移率控制器的有效性.

1 车辆模型

1.1 车辆队列纵向模型

如图 1 所示是车辆队列的纵向运动模型,采用的通信拓扑形式为前车—领航者跟随式.为便于分析,仅对图中的领航车和第一辆跟随车分析,则两车之间的期望间距误差被表达如下:

$$d_{error} = x_1 - x_2 - L_{des} - l \tag{1}$$

式中:  $x_1, x_2$  分别表示前后车与惯性参考点的距离,仿真中,  $x_1$  由 Carsim 中针对跟随车辆设置的毫米波雷达测得的距离加上前后车车身长度获得,  $x_2$  与跟随车辆的车身长度一致,  $l$  表示领航车的车身长度,  $L_{des}$  表示两车之间的期望距离.

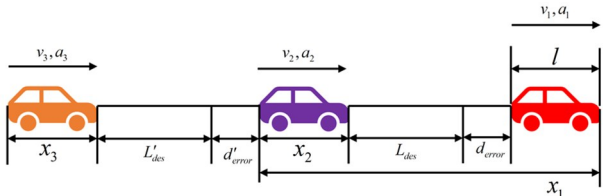


图 1 基于前车—领航者跟随式的车辆队列纵向模型  
Fig.1 Longitudinal model of vehicle queue based on front car-pilot follow

对于相邻车辆间的期望距离  $L_{des}$ ,考虑到固定车间时距 CTH(Constant Time Headway),期望距离更容易调节,能够随着车辆速度不断变化,使车辆队列的安全性和稳定性得到保证.因此选择基于

CTH 的车辆队列间距策略,则车辆队列间的间距误差被表达如下:

$$d_{\text{error}} = x_1 - x_2 - (\tau v_2 + d_{\text{safe}}) - l$$

(2)

将式(2)改写为:

$$d_{\text{error}} = L - L_{\text{des}}$$

(3)

式中:  $L = x_1 - x_2 - l$ ,  $L_{\text{des}} = \tau v_2 + d_{\text{safe}}$ .  $\tau$  和  $d_{\text{safe}}$  的选取参考[14].

相邻两车辆的相对速度被表示为:

$$\Delta v = v_1 - v_2$$

(4)

车辆的纵向期望加速度通常用一阶惯性环节<sup>[11]</sup>来表示:

$$a_2 = \frac{k}{\tau' s + 1} a_{\text{des}}$$

(5)

式中:  $a_2$  是跟随车的实际纵向加速度;  $k$  是系统增益;  $\tau'$  是时间常数;  $a_{\text{des}}$  是控制器输出的期望纵向加速度. 分别对式(3)、式(4)和式(5)求微分,可以得到如下的微分方程:

$$\begin{cases} \dot{d}_{\text{error}} = \Delta v - \tau \cdot a_2 \\ \dot{\Delta v} = -a_2 + a_1 \\ \dot{a}_2 = -1/\tau' \cdot a_2 + k/\tau' \cdot a_{\text{des}} \end{cases}$$

(6)

通过对式(5)拉氏反变换得到时间函数,进而对车辆纵向开环响应的数据拟合得到式(6)中  $K$  和  $\tau'$  的数值.

1.2 跟随车辆的纵向动力学模型

本节通过建立一个包括跟随车辆的纵向运动和四个车轮旋转运动的纵向动力学模型来研究轮胎滑移率对车辆纵向动力学性能的影响,如图 2 所示,通过受力分析,能够得到如下的表达式:

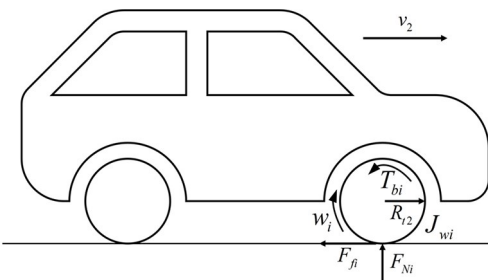


图 2 跟随车辆的纵向动力学模型

Fig.2 Longitudinal dynamics model of following vehicle

$$J_{wi} \dot{\omega}_i = F_{fi} R_{t2} - T_{bi}$$

(7)

$$m_2 \dot{v}_2 = F_{fi}$$

(8)

$$F_{fi} = u_{\lambda i} F_{Ni}$$

(9)

式中:  $J_{wi}$  为轮胎的转动惯量(下标  $i = 1, 2, 3, 4$ , 分

别代表左前轮,右前轮,左后轮,右后轮.);  $\omega_i$  是轮胎的角速度;  $F_{fi}$  是轮胎的摩擦力;  $T_{bi}$  为驱动或制动力矩(正值为驱动力矩,负值为制动力矩);  $F_{Ni}$  是车辆单个轮所受的垂直载荷;  $u_{\lambda i}$  代表与滑移率  $\lambda_i$  有关的摩擦系数.

在式(9)中,  $u_{\lambda i}$  能通过滑移率  $\lambda_i$  表达为如下方程式:

$$u_{\lambda i} = \alpha_1 (1 - e^{-\alpha_2 \lambda_i}) - \alpha_3 \lambda_i$$

(10)

式中:  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  是常数,根据不同的路面附着系数取到不同的值,具体取值如表 1 所示(参考 Ma Y 等给出的不同天气情况下的道路附着系数<sup>[12]</sup>).

表 1 不同路面条件下的附着系数取值

Table 1 The value of adhesion coefficient under different road conditions

pavement condition	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$
high adhesion road	1.1973	25.168	0.5373
low adhesion road	0.1946	94.129	0.0646

车辆轮胎的滑移率  $\lambda_i$  能被表达为:

$$\lambda_i = \frac{v_2 - \omega_i R_{t2}}{v_2}$$

(11)

式中:  $\lambda_i$  的取值范围为  $[0, 1]$ . 对式(11)求导,能够得到  $\lambda_i$  的微分方程表达式为:

$$\dot{\lambda}_i = \frac{\dot{v}_2}{v_2} (1 - \lambda_i) - \frac{\dot{\omega}_i R_{t2}}{v_2}$$

(12)

把式(7)、式(8)和式(9)中的参数表达式带入到式(12)中,可以得到如下的方程表达式:

$$\dot{\lambda}_i = \frac{u_{\lambda i} F_{Ni}}{m_2 v_2} (1 - \lambda_i) - \frac{(F_{fi} R_{ti} - T_{bi}) R_{t2}}{J_{wi} v_2}$$

(13)

式(13)中的车辆单个轮所受的垂直载荷  $F_{Ni}$  能被表达如下<sup>[13]</sup>:

$$F_{N1} = m_2 \left( \frac{b_{r2}}{a_{f2} + b_{r2}} g - \frac{h_{g2}}{a_{f2} + b_{r2}} a_{x2} \right) \left( \frac{1}{2} - \frac{h_{g2} a_{y2}}{d_{f2} g} \right)$$

$$F_{N2} = m_2 \left( \frac{b_{r2}}{a_{f2} + b_{r2}} g - \frac{h_{g2}}{a_{f2} + b_{r2}} a_{x2} \right) \left( \frac{1}{2} + \frac{h_{g2} a_{y2}}{d_{f2} g} \right)$$

$$F_{N3} = m_2 \left( \frac{b_{r2}}{a_{f2} + b_{r2}} g + \frac{h_{g2}}{a_{f2} + b_{r2}} a_{x2} \right) \left( \frac{1}{2} - \frac{h_{g2} a_{y2}}{d_{r2} g} \right)$$

$$F_{N4} = m_2 \left( \frac{b_{r2}}{a_{f2} + b_{r2}} g + \frac{h_{g2}}{a_{f2} + b_{r2}} a_{x2} \right) \left( \frac{1}{2} + \frac{h_{g2} a_{y2}}{d_{r2} g} \right)$$

(14)

式中:  $a_{f2}$  表示跟随车辆的质心到前轴的距离;  $b_{r2}$  表示跟随车辆质心到后轴的距离;  $h_{g2}$  表示跟随车

辆的质心高度; $a_{y2}$  表示跟随车辆的侧向加速度; $d_{f2}$  和  $d_{r2}$  分别表示跟随车辆质心到前、后轴的轮距。

## 2 控制器设计

如图 3 所示是基于 MPC 的纵向控制器和滑移率控制器框架。对于鲁棒 MPC 控制器,考虑到车辆建模过程中存在的误差和受到的一些内外部干扰,将  $k$  时刻和  $k-1$  时刻的状态值的误差作为反馈,输出期望的加速度。然后将期望加速度经过扭矩转换输出期望的扭矩对车辆进行控制。这里需要说明

的是:图 3 中 T 模块是延时模块,能够得到预测方程状态量的上一时刻的值;Z 模块是一个增益矩阵模块,可以将当前时刻的状态量和上一时刻的状态量的误差作为一个线性关系累加到原预测方程中;对于 MPC 滑移率控制器,首先通过建立跟随车辆的轮胎滑移率模型,然后将其转化为线性状态空间方程的形式,并根据控制需求设计相应的目标函数和约束,最终输出驱动/制动扭矩来保证跟随车辆的实际轮胎滑移率能够追踪设定的参考安全滑移率,从而防止跟随车辆轮胎打滑。

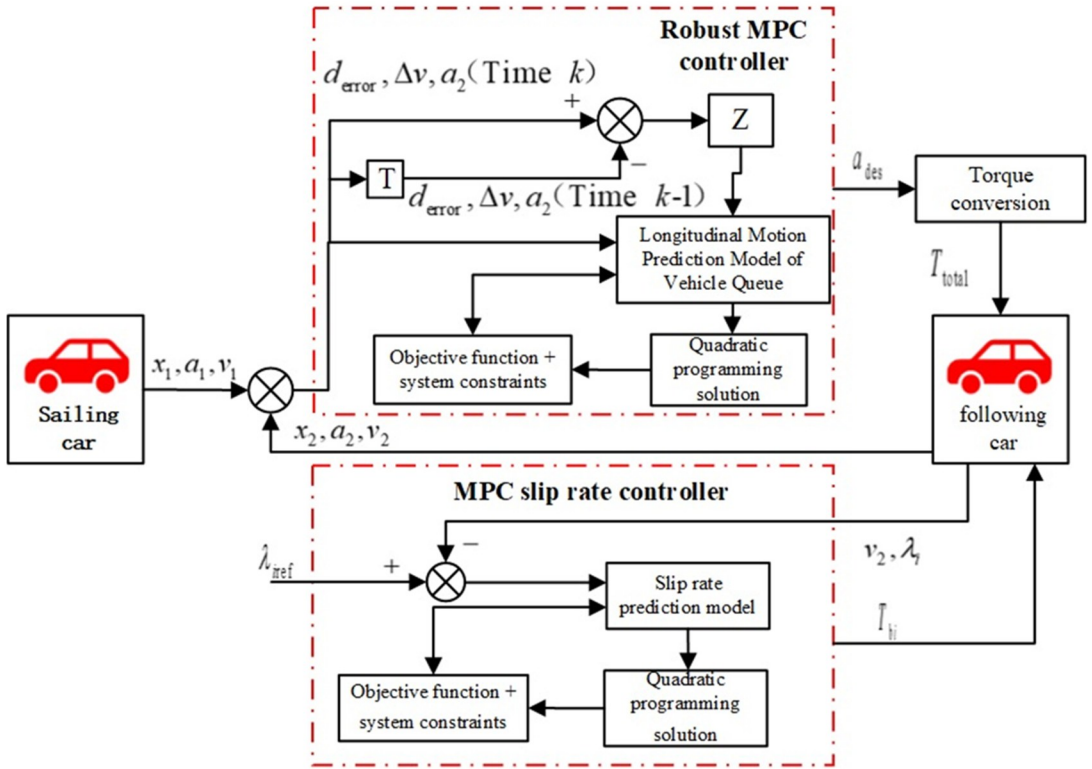


图 3 基于 MPC 的纵向控制器和滑移率控制器框架

Fig.3 Framework of longitudinal controller and slip rate controller based on MPC

### 2.1 基于鲁棒 MPC 的纵向控制器设计

将式(6)改写成状态空间的形式:

$$\dot{\Gamma}_1 = \mathbb{R}_1 \Gamma_1 + \mathbb{Z}_1 \bar{\omega}_1 + \mathbb{C}_1 \omega_1 \quad (15)$$

式中:  $\Gamma_1 = [d_{\text{error}} \quad \Delta v \quad a_2]^T$ , 作为状态量,

$$\mathbb{R}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -\tau \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1/\tau' \end{bmatrix},$$

$$\mathbb{Z}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k/\tau' \end{bmatrix},$$

$$\mathbb{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \omega_1 = a_1, \bar{\omega}_1 = a_{\text{des}} \text{ 作为控制输入.}$$

由于式(15)为连续系统,但在实际控制系统中,MPC 需要用到离散的控制模型,因此将式(15)采用前向欧拉法进行离散,可以得到下式:

$$\Gamma_1(k+1) = \mathbb{R}_{1(k,t)} \Gamma_1(k) + \mathbb{Z}_{1(k,t)} \bar{\omega}_1(k) + \mathbb{C}_{1(k,t)} \omega_1(k) \quad (16)$$

$$\text{式中 } \mathbb{R}_{1(k,t)} = \begin{bmatrix} 1 & T_{t1} & -\tau \cdot T_{t1} \\ 0 & 1 & -T_{t1} \\ 0 & 0 & 1 - T_{t1}/\tau' \end{bmatrix},$$

$$\mathbb{Z}_{1(k,t)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k/\tau' \cdot T_{t1} \end{bmatrix},$$

$$\mathbb{C}_{1(k,t)} = \begin{bmatrix} 0 \\ T_{t1} \\ 0 \end{bmatrix}, (T_{t1} \text{ 表示采样步长}).$$

为了减少或消除控制系统的静态误差,有效地约束控制系统的增量,将控制输入量转化为控制增量,令:

$$\Delta\bar{\omega}_1(k) = \bar{\omega}_1(k) - \bar{\omega}_1(k-1) \quad (17)$$

$$\dot{\Gamma}_1(k) = \begin{pmatrix} \Gamma_1(k) \\ \bar{\omega}_1(k-1) \end{pmatrix} \quad (18)$$

则结合式(17)和式(18),式(16)可以转化为如下的方程表达式:

$$\dot{\Gamma}_1(k+1) = \mathbb{R}_{1(k,t)} \dot{\Gamma}_1(k) + \dot{\mathbb{Z}}_{1(k,t)} \Delta\bar{\omega}_1(k) + \dot{\mathbb{C}}_{1(k,t)} \quad (19)$$

式中:

$$\mathbb{R}_{1(k,t)} = \begin{bmatrix} \mathbb{R}_{1(k,t)} & \mathbb{Z}_{1(k,t)} \\ \mathbf{0}_{N_u \times N_x} & \mathbf{I}_{N_u} \end{bmatrix}, \dot{\mathbb{Z}}_{1(k,t)} = \begin{bmatrix} \mathbb{Z}_{1(k,t)} \\ \mathbf{I}_{N_u} \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbb{C}}_{1(k,t)} = \mathbb{C}_{1(k,t)} \tilde{\omega}_1(k), \tilde{\omega}_1(k) = \begin{pmatrix} \omega_1(k) \\ 0_{N_u} \end{pmatrix}$$

其中,  $\mathbf{0}_{N_u \times N_x}$  是  $N_u \times N_x$  维 0 矩阵,  $\mathbf{I}_{N_u}$  是  $N_u$  维单位矩阵,  $\mathbf{0}_{N_u}$  是  $N_u$  是维列矩阵.

考虑到车辆建模过程中可能存在的车辆参数误差和一些内外部的干扰引起的控制误差,通过  $k$  时刻的状态值  $\Gamma_1(k)$  和  $(k-1)$  时刻的状态值  $\Gamma_1(k-1)$  的误差来修正系统在  $k+1$  时刻的预测状态.  $k$  时刻的预测误差能被表达如下:

$$\Delta\Gamma_e(k) = \Gamma_1(k) - \Gamma_1(k-1) \quad (20)$$

将式(20)的预测误差  $\Delta\Gamma_e(k)$  考虑到式(19)中,能够得到下式:

$$\dot{\Gamma}_1(k+1) = \mathbb{R}_{1(k,t)} \Gamma_1(k) + \dot{\mathbb{Z}}_{1(k,t)} \Delta\bar{\omega}_1(k) + Z \Delta\Gamma_e(k) + \dot{\mathbb{C}}_{1(k,t)} \quad (21)$$

式中:  $Z$  为增益矩阵,  $Z = \text{diag}(z_1, z_2, z_3)$ .

通过对式(21)的预测推导,可以得到预测输出方程:

$$Y_1(k) = \Omega_1 \Gamma_1(k) + \Theta_1 \Delta U_1(k) + G_1 E_1(k) + D_1 \quad (22)$$

式中:

$$Y_1(k) = \begin{pmatrix} C\Gamma_1(k+1) \\ C\Gamma_1(k+2) \\ \vdots \\ C\Gamma_1(k+N_{p1}) \end{pmatrix}, \Omega_1 = \begin{pmatrix} C\mathbb{R}_{1(k,t)} \\ C\mathbb{R}_{1(k,t)}^2 \\ \vdots \\ C\mathbb{R}_{1(k,t)}^{N_{p1}} \end{pmatrix}$$

$$\Theta_1 = \begin{pmatrix} C\dot{\mathbb{Z}}_{1(k,t)} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ C\mathbb{R}_{1(k,t)} \dot{\mathbb{Z}}_{1(k,t)} & C\dot{\mathbb{Z}}_{1(k,t)} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ C\mathbb{R}_{1(k,t)}^{N_{p1}-1} \dot{\mathbb{Z}}_{1(k,t)} & \cdots & \cdots & \cdots & C\mathbb{R}_{1(k,t)}^{N_{p1}-N_{cl}} \dot{\mathbb{Z}}_{1(k,t)} \end{pmatrix}$$

$$\Delta U_1(k) = \begin{pmatrix} \Delta\bar{\omega}_1(k) \\ \Delta\bar{\omega}_1(k+1) \\ \vdots \\ \Delta\bar{\omega}_1(k+N_{p1}) \end{pmatrix}, G_1 = \begin{pmatrix} CZ \\ C\mathbb{R}_{1(k,t)} Z \\ \vdots \\ C\mathbb{R}_{1(k,t)}^{N_{p1}-1} Z \end{pmatrix}$$

$$E_1(k) = \begin{pmatrix} \Delta\Gamma_e(k) \\ \Delta\Gamma_e(k) \\ \vdots \\ \Delta\Gamma_e(k) \end{pmatrix}_{N_{p1}}, D_1 = \begin{pmatrix} \dot{\mathbb{C}}_{1(k,t)} \\ \dot{\mathbb{C}}_{1(k+1,t)} \\ \vdots \\ \dot{\mathbb{C}}_{1(k+N_{p1}-1,t)} \end{pmatrix}$$

$N_{c1}$  为控制步长,  $N_{p1}$  为预测步长.

考虑到在尽可能的寻求最优的控制变量和控制增量的情况下,对车辆队列控制模型的状态量进行控制,可以设计一个代价函数如下:

$$J_{1\min} = \sum_{i=1}^{N_{p1}} \|Y_1(t+i | t) - Y_{1\text{ref}}(t+i | t)\|_{Q_1}^2 + \sum_{i=0}^{N_{c1}-1} \|\Delta U_1(t+i | t)\|_{R_1}^2 + \sum_{i=0}^{N_{e1}-1} \|U_1(t+i | t)\|_{S_1}^2 + \rho_1 \omega_1^2 \quad (23)$$

式中:  $Y_{1\text{ref}}$  表示参考值,  $Y_{1\text{ref}} = (d_{\text{error\_ref}}, \Delta v_{\text{ref}}, a_1)$ ;  $Q_1, R_1, S_1$  分别表示系统的状态量、控制增量和控制量的权重矩阵;  $\omega_1$  表示松弛因子;  $\rho_1$  表示松弛因子的权重参数. 式(23)的物理意义说明如下. 第一项表示通过调节  $Q_1$  的权重,能够保证车辆队列的间距能够在安全范围内,跟随车辆能够跟踪上领航车辆的速度;第二项是输出一个最优的期望加速度增量,通过调节  $R_1$  可以保证系统的控制量尽可能的平稳,不发生过大的抖动;第三项是输出一个最优的期望加速度,通过调节  $S_1$  可以保证系统的控制量限制在一定范围内,不会过大;最后一项是通过对  $\rho_1$  和  $\omega_1$  的适当调节,避免出现无解的情况.

为了方便在计算机中求解计算,将式(23)转换为标准的二次型的形式如下:



$$J_{1\min} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \Theta_1^T Q_1 \Theta_1 + R_1 & \mathbf{0}_{N_{c1} \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times N_{c1}} & \rho_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta U_1(k) \\ \omega_1 \end{pmatrix} + (2\zeta^T Q_1 \Theta_1 \quad 0) \begin{pmatrix} \Delta U_1(k) \\ \omega_1 \end{pmatrix} \quad (24)$$

式中:  $\zeta = \Omega_1 \Gamma_1(k) + G_1 E_1(k) + D_1 - Y_{1\text{ref}}$ .

为保证系统的控制量和控制增量不变化过大, 对系统添加如下的约束:

$$U_{1\min} \leq U_1 \leq U_{1\max} \quad (25)$$

$$\Delta U_{1\max} \leq \Delta U_1 \leq \Delta U_{1\min} \quad (26)$$

则式(24)结合式(25)和式(26)可以转换为一个如下的二次规划问题:

$$J_{1\min} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \Theta_1^T Q_1 \Theta_1 + R_1 & \mathbf{0}_{N_{c1} \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times N_{c1}} & \rho_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta U_1(k) \\ \omega_1 \end{pmatrix} + (2\zeta^T Q_1 \Theta_1 \quad 0) \begin{pmatrix} \Delta U_1(k) \\ \omega_1 \end{pmatrix} \quad (27)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} U_{1\min} \leq U_1 \leq U_{1\max}, k = t + N_{c1}, \dots, t + N_{pl} \\ \Delta U_{1\max} \leq \Delta U_1 \leq \Delta U_{1\min}, k = t, \dots, t + N_{c1} - 1 \\ \omega_1 \geq 0 \end{cases}$$

然后通过 MATLAB 中的二次规划函数对式(27)进行求解, 将求解后的一系列的最优控制增量中的第一个量作用于系统, 完成动态优化求解的过程, 即:

$$\Delta U_1(k) = [\Delta \bar{\omega}(t) \quad \Delta \bar{\omega}(t+1) \quad \dots \quad \Delta \bar{\omega}(t+N_{c1}-1)]^T \quad (28)$$

$$\bar{\omega}_1(t) = \bar{\omega}_1(t-1) + \Delta \bar{\omega}_1(t) \quad (29)$$

最后为了方便计算本节没有考虑跟随车辆的电机模型, 将设计的 MPC 纵向控制器经过求解过后输出  $a_{\text{des}}$  的直接转换为扭矩, 表达式如下:

$$T_{\text{total}} = \frac{m_2 \cdot a_{\text{des}}}{R_{t2}} \quad (30)$$

式中:  $m_2$  表示跟随车辆的质量;  $R_{t2}$  表示跟随车辆的轮胎有效半径.  $T_{\text{total}}$  表示得到的总驱动力矩, 通过平均分配的方法作用到每个轮胎上.

## 2.2 基于 MPC 的滑移率控制器设计

通过式(13)能够得到非线性动力学方程  $\dot{\Gamma}_2(t) = f_1[\Gamma_2(t), \bar{\omega}_2(t)]$ , 其中状态量为  $\Gamma_2 = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4]$ , 驱动/制动扭矩  $\bar{\omega}_2 = [T_1, T_2, T_3, T_4]$  为控制输入. 由于非线性方程设计的非线

性控制器需要复杂的运算处理, 会增加计算负担, 使控制器的实时性和稳定性难以得到保证, 考虑到线性时变 MPC 易于求解、计算量小等优点, 因此将式(13)进行线性化. 在当前工作点  $(\Gamma_2(t_0), \bar{\omega}_2(t_0))$  对式(13)进行一阶泰勒展开, 能够得到如下线性时变方程:

$$\dot{\Gamma}_2(t) = \mathbb{R}_2(t_0) \Gamma_2(t_0) + \mathbb{Z}_2(t_0) \bar{\omega}_2(t_0) + \mathbb{C}_2(t_0) \quad (31)$$

式中:

$$\mathbb{R}_2(t_0) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \lambda_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial f_1}{\partial \lambda_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial f_1}{\partial \lambda_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial f_1}{\partial \lambda_4} \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{Z}_2(t_0) = \begin{bmatrix} \frac{R_{t1}}{J_{w1} v_2} & \frac{R_{t2}}{J_{w2} v_2} & \frac{R_{t3}}{J_{w3} v_2} & \frac{R_{t4}}{J_{w4} v_2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{C}_2(t_0) = \dot{\Gamma}_2(t_0) - \mathbb{R}_2(t_0) \Gamma_2(t_0) - \mathbb{Z}_2(t_0) \bar{\omega}_2(t_0)$$

对式(31)采用前向欧拉法进行离散, 可以推导出如下方程:

$$\dot{\Gamma}_2(k+1) = \mathbb{R}_2(k, t) \dot{\Gamma}_2(k) + \mathbb{Z}_2(k, t) \Delta \bar{\omega}_2(k) + \mathbb{C}_2(k, t) \quad (32)$$

式中:

$$\mathbb{R}_2(k, t) = \mathbf{I} + T_{t2} \mathbb{R}_2(t_0),$$

$$\mathbb{Z}_2(k, t) = T_{t2} \mathbb{Z}_2(t_0),$$

$$\mathbb{C}_2 = \Gamma_2(t_0 + 1) - \mathbb{R}_2 \Gamma_2(t_0) - \mathbb{Z}_2 \bar{\omega}_2(t_0),$$

$\mathbf{I}$  代表单位矩阵,  $T_{t2}$  代表采样步长.

同样的, 通过参考式(17)和式(18)的设计步骤, 将式(32)中的控制量  $\bar{\omega}_2(k)$  转化成控制增量, 能够得到如下方程:

$$\dot{\Gamma}_2(k+1) = \mathbb{R}_2(k, t) \dot{\Gamma}_2(k) + \mathbb{Z}_2(k, t) \Delta \bar{\omega}_2(k) + \mathbb{C}_2(k, t) \quad (33)$$

式中:

$$\mathbb{R}_{2(k,t)} = \begin{bmatrix} \mathbb{R}_{2(k,t)} & \mathbb{Z}_{2(k,t)} \\ \mathbf{0}_{m \times n} & \mathbf{I}_m \end{bmatrix}, \dot{\Gamma}_2(k) = \begin{bmatrix} \Gamma_2(k) \\ \bar{\omega}_2(k-1) \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{Z}_2(k, t) = \begin{bmatrix} \mathbb{Z}_{2(k,t)} \\ \mathbf{I}_m \end{bmatrix}, \mathbb{C}_{2(k,t)} = \begin{bmatrix} \mathbb{C}_{2(k,t)} \\ \mathbf{0}_m \end{bmatrix},$$

$\Delta \bar{\omega}_2(k) = \bar{\omega}_2(k) - \bar{\omega}_2(k-1)$ ,  $\mathbf{I}_m$  表示  $m$  行为 1 的矩阵,  $\mathbf{0}_m$  表示  $m$  列为 0 的矩阵,  $\mathbf{0}_{m \times n}$  表示  $m$  行  $n$  列为 0 的矩阵.

接下来对式(33)进行预测推导,参考式(21)和式(22)能够得到如下的预测输出方程:

$$Y_2(k) = \Omega_2 \Gamma_2(k) + \Theta_2 \Delta U_2(k) + G_2 E_2(k) + D_2$$

(34)

式(34)中的参数表达式可参考式(22)中的参数表达式.

参考式(23),将跟随车辆的四个车轮的滑移率作为控制目标,设计一个代价函数如下:

$$J_{2min} = \sum_{i=1}^{N_{p2}} \|Y_2(t+i \mid t) - Y_{2ref}(t+i \mid t)\|_{Q_2}^2 + \sum_{i=0}^{N_{c2}-1} \|\Delta U_2(t+i \mid t)\|_{R_2}^2 + \sum_{i=0}^{N_{c2}-1} \|U_2(t+i \mid t)\|_{s_2}^2 + \rho_2 \omega_2^2$$

(35)

式中:  $Y_{2ref}$  为参考值,  $Y_{2ref} = (\lambda_{1ref}, \lambda_{2ref}, \lambda_{3ref}, \lambda_{4ref})$ ;  $Q_2, R_2, S_2, \omega_2, \rho_2$  的含义可参考式(23). 式(35)的物理意义可参考式(23)的物理意义解释. 将式(35)同样转换成二次型的形式并添加控制量和控制增量的约束,最后通过 MATLAB 进行求解二次规划的问题,具体的转化步骤可参考式(24)至式(29).

3 仿真分析

3.1 仿真实验 1

本节仿真为了验证设计的鲁棒 MPC 纵向控制器的有效性,分别与基于离散 LQR 设计的纵向控制器和传统的 MPC 纵向控制器进行了仿真对比测试. 设计的纵向控制器的主要仿真参数如表 2 所示.

表 2 控制器主要参数

Table 2 Main parameters of controller

controller parameters	value	controller parameters	value
$N_{p1}$	20	$\tilde{\omega}_{1min}$	$-4 \text{ (m/s}^2\text{)}$
$N_{c1}$	6	$\tilde{\omega}_{1max}$	$2 \text{ (m/s}^2\text{)}$

在 Carsim 中将车辆一(领航车辆)的初始速度设置为 40km/h,车辆二(跟随车辆)的初始速度设置为 30km/h,两车的初始距离设置为 20m,路面附着系数设置为 0.85.为了更好的对车辆队列的加减速性能进行测试,设定领航车辆的速度变化如下所示:

$$v_1 = \begin{cases} 40 & 0 \leq t \leq 10s \\ 4t & 10 < t \leq 15s \\ 60 & 15 < t \leq 25s \\ 4t - 40 & 25 < t \leq 30s \\ 80 & 30 < t \leq 40s \\ -12t + 560 & 40 < t \leq 45s \\ 20 & t > 45s \end{cases}$$

(36)

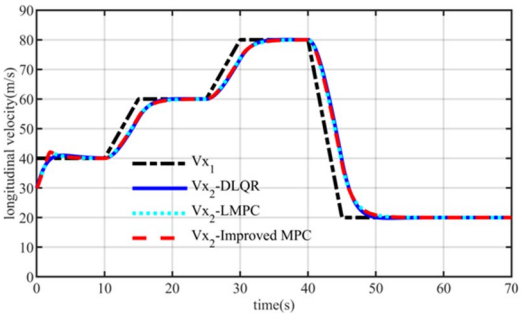


图 4 不同控制器下的纵向速度对比

Fig.4 Longitudinal velocity comparison under different controllers

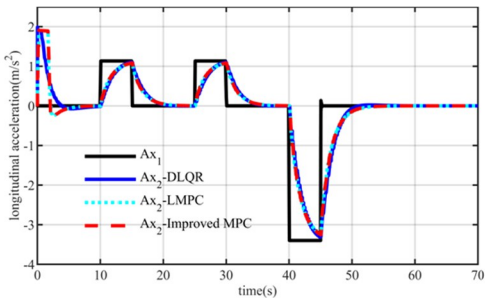


图 5 不同控制器下的加速度对比

Fig.5 Acceleration comparison under different controllers

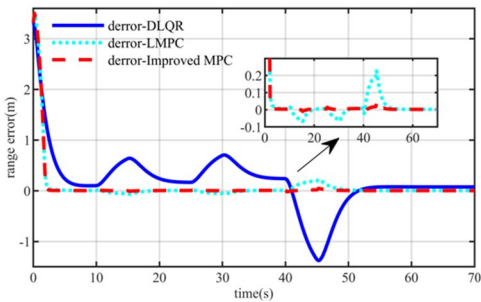


图 6 不同控制器下的期望距离误差对比

Fig.6 Comparison of expected distance errors under different controllers

下面对仿真的结果进行分析.如图 4 和图 5 所示分别是不同控制器下的车辆队列的纵向速度和纵向加速度变化图像,图 6 是不同控制器下的期望距离误差对比图.图中“DLQR”代表离散 LQR 纵向控制器,“LMPC”代表传统的 MPC 纵向控制器,“Improved MPC”代表设计的鲁棒 MPC 纵向控制器.从图 4 和图 5 中可以看出,在领航车辆加减速

的工况下,跟随车辆在不同的控制器下的速度和加速度都能够平稳的跟踪上领航车辆,保证了一个良好的纵向运动性能.但从图 6 中可以看出离散 LQR 纵向控制器下的最大期望距离误差大约为 1.5m,传统的 MPC 纵向控制器下的最大期望距离误差大约为 0.2m,而在提出的鲁棒 MPC 纵向控制器下的最大期望距离误差大约为 0.05m.由此可见和离散 LQR 算法相比,MPC 控制算法的优越性,而提出的鲁棒 MPC 控制算法相比于传统的 MPC 算法最大期望距离缩小了 75%,提高了车辆队列纵向运动的控制精度.

3.2 仿真实验 2

本节仿真为了验证设计的 MPC 滑移率控制器的有效性,将设计的鲁棒 MPC 纵向控制器的参数保持仿真实验 1 中的不变,设计的 MPC 滑移率控制器的仿真参数如表 3 所示.

表 3 滑移率控制器仿真参数

Table 3 Simulation parameters of slip rate controller

controller parameters	value	controller parameters	value
$N_{p2}$	20	$\hat{\omega}_{2min}$	600 (N)
$N_{c2}$	5	$\hat{\omega}_{2max}$	600 (N)

这里需要说明的是在加入了 MPC 滑移率控制器后,为了充分发挥原有的控制器的性能,对期望输出加速度的约束适当放大,变为在 Carsim 中设置领航车辆的初始速度为 40km/h,速度变化如式(15),路面附着系数为 0.85;跟随车辆的初始速度为 30km/h,两车的初始距离为 20m,路面附着系数为 0.3.

如图 7(a)和(b)所示分别是车辆队列的纵向速度和加速度变化图像.“Slirate Control”代表在鲁棒 MPC 纵向控制器的基础上加入 MPC 滑移率控制器的控制曲线.从图 7(a)中可以看出在仅有鲁棒 MPC 纵向控制器时,由于领航车辆在 40s~45s 时突然减速,跟随车辆发生打滑造成在 47s~52s 时的速度先减速后加速,最终大概在 57s 才跟踪上领航车辆的速度.而在有 MPC 滑移率控制器的控制下,跟随车辆能够平稳的进行减速,跟踪上领航车辆的速度.另外从图 7(b)也能够看到在有 MPC 滑移率控制器控制下的跟随车辆加速度也较为平滑,

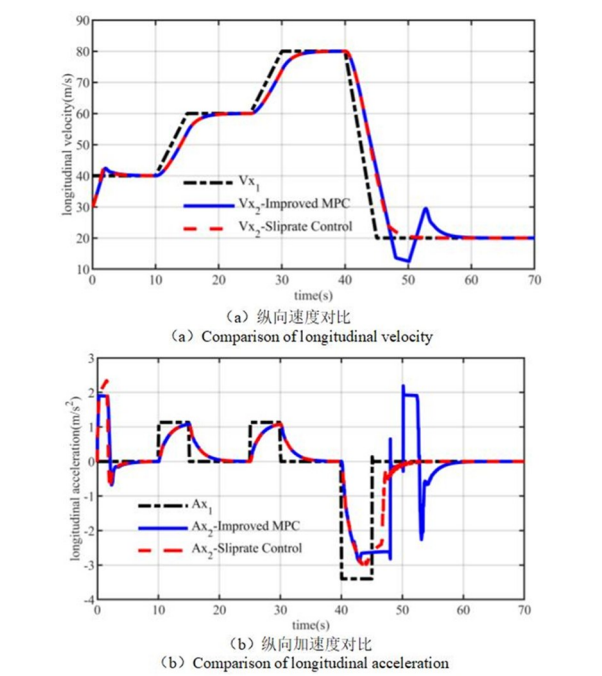


图 7 加入 MPC 滑移率控制器前后的纵向速度和加速度对比  
Fig.7 Comparison of longitudinal velocity and acceleration before and after adding MPC slip ratio controller

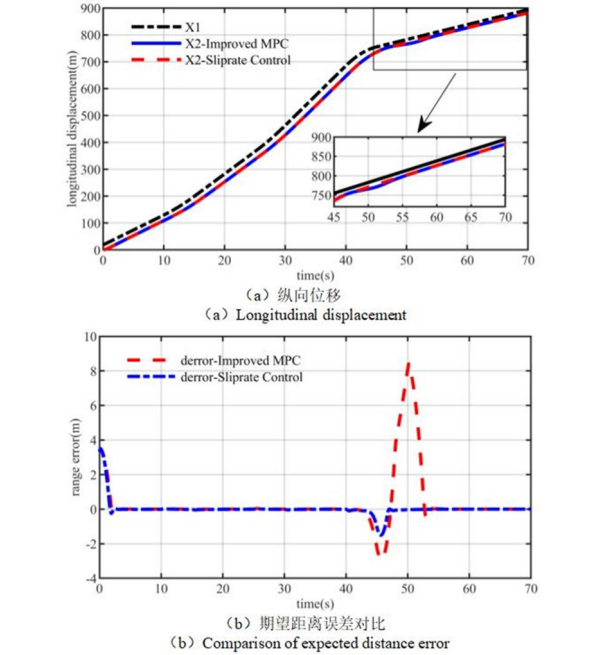


图 8 车辆队列纵向位移和期望距离误差对比  
Fig.8 Comparison of Vehicle Queue Longitudinal Displacement and Expected Distance Error

没有较大的抖动问题,保证了跟随车辆的纵向稳定性.如图 8(a)和(b)所示分别是车辆队列的纵向位移和期望距离误差变化图像.从图 8(b)中可以看出仅有鲁棒 MPC 纵向控制器时,在 43s~47s 时由于跟随车辆的轮胎打滑,车辆队列之间的期望距离变大,但是 47s~52s 期间,期望距离没有减小,最大误差达到了 8m.而在有 MPC 滑移率控制器控制下



的车辆队列之间的期望距离误差在 43s~47s 时最大仅为-1.4m,在 47s 之后期望距离误差逐渐减小到 0m,保证了车辆队列的距离误差在稳定范围内.

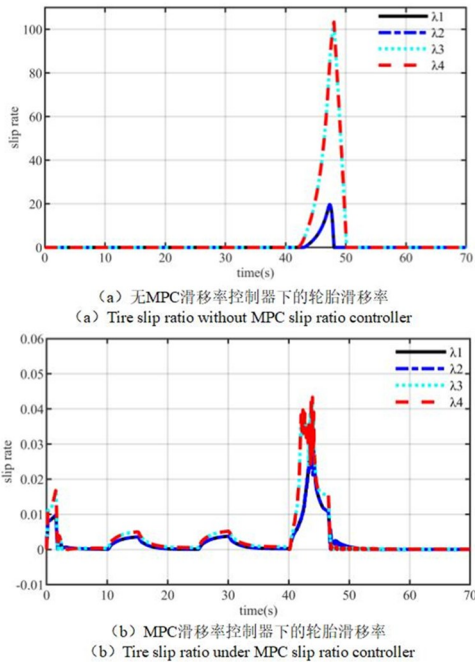


图 9 加入 MPC 滑移率控制器前后的轮胎滑移率对比  
Fig.9 Comparison of tire slip ratio before and after adding MPC slip ratio controller

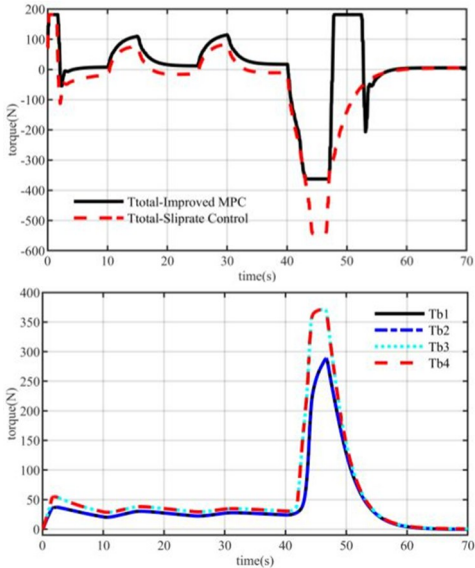


图 10 不同控制器下的输出扭矩对比  
Fig.10 Comparison of output torque under different controllers

如图 9(a)和图 9(b)所示分别是加入 MPC 滑移率控制器前后的跟随车辆轮胎滑移率变化图像.从图 9(a)中可以看出,在没有加入 MPC 滑移率控制器时,跟随车辆的四个轮胎的滑移率已经达到了很大的值,远远超过了安全范围.而从图 9(b)中可以看出,在加入了 MPC 滑移率控制器后,跟随车

辆的四个轮胎的滑移率被控制在很小的范围内,保证了跟随车辆的纵向稳定性.如图 10(a)和(b)所示分别是加入 MPC 滑移率控制器前后的纵向扭矩和 MPC 滑移率控制器输出的扭矩变化图像.从图 10(a)可以看出在 43s~47s 轮胎打滑时,在有 MPC 滑移率控制器下的原控制器性能可以充分的发挥,结合 10(b)能够看出此时滑移率控制器输出驱动扭矩能够抑制轮胎过渡减速打滑,最终大概在 60s 后扭矩变化趋于平稳.

从上述的分析结果可以看出,设计的 MPC 滑移率控制器可以保证跟随车辆在低附路面的稳定性,从而保证了车辆队列纵向运动的稳定性.

4 结论

(1) 本文在传统 MPC 的控制基础上进行了改进,设计了一个鲁棒 MPC 纵向控制器.通过设置领航车辆的加减速工况,将设计的控制器分别与离散 LQR 控制器和传统的 MPC 控制器进行了仿真对比测试.仿真结果表明设计的鲁棒 MPC 纵向控制器能够保证车辆队列在高附路面的纵向运动性能,提高了车辆队列的控制精度.

(2) 为了提高跟随车辆的纵向稳定性,本文设计了 MPC 滑移率控制器,在低附路面上与仅用鲁棒 MPC 纵向控制器进行了仿真对比测试.仿真结果表明设计的 MPC 滑移率控制器可以防止跟随车辆的轮胎打滑,保证了跟随车辆的纵向稳定性.

参考文献

[1] FENG S, ZHANG Y, LI S E, et al. String stability for vehicular platoon control: definitions and analysis methods [J]. Annual Review in Control, 2019; 47:81-97.

[2] GUO G, YUE W. Autonomous platoon control allowing range-limited sensors [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2012, 61(7): 2901-2912.

[3] PLOEG J, SHUKLA D P, VAN DE WOUW N, et al. Controller synthesis for string stability of vehicle platoons [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2014, 15(2): 854-865.

[4] ZHENG Y, LI S E, LI K Q, et al. Distributed model predictive control for heterogeneous vehicle

- platoons under unidirectional topologies [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2017, 25(3): 899–910.
- [5] 张云, 孙劭泽, 金贤建, 等. 轮毂式电机驱动电动汽车主动悬架滑模控制研究 [J]. 动力学与控制学报, 2021, 19(3): 89–94.
- ZHANG Y, SUN S Z, JIN X J, et al. Sliding mode control for active suspension of inwheel-drive electric vehicles [J]. Journal of Dynamics and Control, 2021, 19(3): 89–94. (in Chinese)
- [6] DE CASTRO R, ARAÚJO R E, FREITAS D. Wheel slip control of EVs based on sliding mode technique with conditional integrators [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 60(8): 3256–3271.
- [7] 刘强, 杨蔡进, 张卫华, 等. 基于阿克曼原理的 4WID/4WIS 汽车循迹控制研究 [J]. 动力学与控制学报, 2023, 21(1): 36–44.
- LIU Q, YANG C J, ZHANG W H, et al. Research on tracking control of 4 WID/4 WIS vehicle based on ackerman principle [J]. Journal of Dynamics and Control, 2023, 21(1): 36–44. (in Chinese)
- [8] PENG H N, WANG W D, AN Q, et al. Path tracking and direct yaw moment coordinated control based on robust MPC with the finite time horizon for autonomous independent-drive vehicles [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(6): 6053–6066.
- [9] JALALI M, KHOSRAVANI S, KHAJEPOUR A, et al. Model predictive control of vehicle stability using coordinated active steering and differential brakes [J]. Mechatronics, 2017, 48: 30–41.
- [10] HE Z W, NIE L Z, YIN Z S, et al. A two-layer controller for lateral path tracking control of autonomous vehicles [J]. Sensors, 2020, 20(13): 3689.
- [11] LI S B, LI K Q, RAJAMANI R, et al. Model predictive multi-objective vehicular adaptive cruise control [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2011, 19(3): 556–566.
- [12] MA Y, ZHAO J Y, ZHAO H Y, et al. MPC-based slip ratio control for electric vehicle considering road roughness [J]. IEEE Access, 2019, 7: 52405–52413.
- [13] YUAN L, ZHAO H Y, CHEN H, et al. Nonlinear MPC-based slip control for electric vehicles with vehicle safety constraints [J]. Mechatronics, 2016, 38: 1–15.
- [14] WANG Y B, LIU C L. Dynamic integral sliding mode for vehicle platoon control with constant time headway policy [C]// 2021 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO), Sanya, China, Piscataway, USA: IEEE, 2021: 1479–1484.