文章编号:1672-6553-2023-21(9)-074-009

DOI:10.6052/1672-6553-2022-036

基于准零刚度隔振器的自适应模糊控制。

周春燕 赵彪

(北京理工大学 宇航学院,北京 100081)

摘要 准零刚度隔振器兼具高承载力和低固有频率,对于隔离地面的振动具有良好的效果.但准零刚度隔振器在平衡位置处刚度较低,这会使负载对低频的直接扰动力具有很强的敏感性并且隔振器的工作位置很容易出现偏差;其次,准零刚度隔振器的负载受到的扰动越大则表现出的非线性越强,这种非线性又会导致振幅放大和幅值跳跃.针对以上问题,提出了一种基于非线性准零刚度隔振器的自适应模糊控制方法,该方法在天棚阻尼的基础上增加了位置反馈量,并以负载的振动频率作为自适应系数,以 Sigmoid 函数建立自适应系数和振动频率之间的关系,控制方法采用模糊控制.首先建立了准零刚度隔振器的物理模型,之后利用Matlab/Simulink 对系统动力学特性和控制系统进行仿真,最后搭建了主动隔振试验系统对所提方法的有效性进行验证.结果表明,所提方法对于作用在负载上的复杂且时变的直接扰动具有良好的抑制效果,同时对负载具有精准定位的作用.

关键词 准零刚度, 非线性, 直接扰动, 自适应模糊控制, 天棚阻尼, 位置反馈中图分类号: O328 文献标志码: A

Adaptive Fuzzy Control Based on Quasi-zero Stiffness Vibration Isolator*

Zhou Chunyan[†] Zhao Biao

(School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract Quasi-zero stiffness(QZS)isolator has both high bearing capacity and low natural frequency, and has a good effect on isolating ground vibration. However, the stiffness of the QZS isolator is low at the balance position, which makes the load highly sensitive to the direct disturbing force of low frequency, and the working position of the isolator is easy to deviate. Secondly, the greater the disturbance of the load of the QZS isolator, the stronger the nonlinearity. This nonlinearity will lead to amplitude amplification and amplitude jump. To solve the above problems, an adaptive fuzzy control method based on nonlinear QZS isolator is proposed. This method adds position feedback on the basis of sky-hook, takes the vibration frequency of the load as the adaptive coefficient, and establishes the relationship between the adaptive coefficient and the vibration frequency with the sigmoid function. Firstly, the physical model of the QZS isolator is established, and then the system dynamic characteristics and control system are simulated by Matlab / Simulink. Finally, an active vibration isolation test system is built to verify the effectiveness of the proposed method. The results show that the proposed method has a good inhibitory effect on the complex and time-varying direct disturbance acting on the load, and can accurately locate the load.

²⁰²²⁻⁰⁵⁻²⁷ 收到第 1 稿,2023-07-08 收到修改稿.

^{*}国家自然科学基金资助项目(11832005), National Natural Science Foundation of China (11832005)

[†]通信作者 E-mail:cyzhou@bit.edu.cn

Key words quasi-zero stiffness, nonlinearity, direct disturbance, adaptive fuzzy control, sky-hook, position feedback

引言

主动隔振系统广泛用于高精密的仪器(负载) 中来抑制扰动引起的振动,负载受到的扰动通常来 自两种类型:(1)地面传来的振动;(2)直接作用在 负载上的干扰力.对于抑制地面传来的振动,一般 使用阻尼和刚度较小的隔振器,然而对于抑制直接 作用在负载上的扰动却需要隔振器具有较大的阻 尼和刚度.一般的被动隔振器难以处理两者之间的 矛盾.

相比于刚度大的隔振器,准零刚度隔振器更易 于控制,使用这种方式设计的隔振器[1,2]兼具高承 载能力和低固有频率,这种低刚度隔振器对于隔离 地面的振动具有较好的效果,同时还能增加隔振器 的工作带宽,因此许多科研工作者将具有准零刚度 特性的机构用于精密仪器[3,4]的被动隔振来隔离地 面传来的扰动.然而准零刚度隔振器在其平衡位置 处刚度较低,所以当负载受到微弱的直接扰动力或 者负载自身的不确定性都会导致负载偏离其平衡 位置,并且负载对低频扰动力十分敏感.另一方面, 准零刚度隔振器通常具有一定的非线性[5-9],在低 频的直接扰动力作用下,这种非线性会引起幅值跳 跃以及振幅放大的现象,扰动力幅值越大非线性越 强,通常情况下,增大系统的阻尼[10,11]可以有效地 抑制非线性,然而较大被动阻尼会影响隔振器的高 频特性,因此考虑采用主动控制[12,14]的方法抑制 作用在负载上的直接扰动力.王云峰[15]用屈曲梁设 计了准零刚度隔振器并从理论上分析了主动阻尼 对隔振系统传递率的影响,周加喜[16]提出利用最 优时延反馈控制将幅值从共振支切换至非共振支, 该方法通过改变系统的阻尼实现了对跳跃区间内 共振的控制,Lei^[17]采用滑模控制对直接扰动进行 抑制.Beijen等[18]采用相对位置和加速度反馈对直 接扰动进行了抑制.还可以通过前馈控制对直接扰 动进行控制,这种控制方法需要精确地建立系统的 数学模型,还需要对直接扰动的来源和传递路径十 分清晰,这在复杂的被控系统中是较难获得的.

很多文献都对准零刚度隔振器进行了研究,但都较少涉及直接扰动、精准定位以及非线性这些问题.综合考虑以上多种因素,本工作提出了一种基于准零刚度隔振器的自适应模糊控制方法,首先设计了一种灵活可调式的准零刚度隔振器,研究了在直接扰动力作用下刚度和阻尼的变化对负载位移响应的影响,选取位置和速度作为反馈量,负载的振动频率作为自适应参数,通过仿真对所提控制方法进行了可行性验证,最后在准零刚度隔振器的基础上搭建了主动控制试验,以期为精密仪器的隔振提供有益的指导.

1 准零刚度隔振器建模与分析

1.1 准零刚度隔振器模型

本工作所研究的物理模型设计概念采用受压连杆结构.如图 1 所示,准零刚度隔振器的负载为 m,通过两个弹簧系数为 k。的竖直弹簧和基座连接,竖直导杆上的调节螺母可以根据负载质量调整弹簧的压缩量,与基座固连的水平导杆上放置两个弹簧系数为 k,的水平弹簧,同样也可以用调节螺母调整水平弹簧的压缩量,水平弹簧末端通过滑动轴承与连杆铰接,连杆的另一端与负载铰接.因此,负载只能在竖直方向运动.

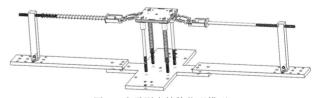


图 1 准零刚度结构物理模型 Fig.1 Physical model of QZS structure

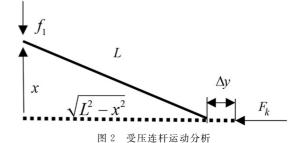


Fig.2 Motion analysis of compression connecting rod

因为结构具有对称性,所以取图 1 的一半进行运动分析,如图 2 所示.其中 L 为杆长,由于偏离平衡位置,所以需要施加外力 f_1 来平衡弹簧的弹力 F_k , Δy 为弹簧相对平衡位置的变形量,x 为负载偏离平衡位置的距离.

1.2 准零刚度结构静力分析

如图 2 所示,初始状态受压连杆处于水平状态,系统处于平衡状态,弹簧的初始压缩量为 y_0 ,水平压缩弹簧的刚度为 k_h .当有扰动作用于负载上,需要施加外力使连杆机构处于平衡状态,外力 f_1 表达式为

$$f_1 = -2k_h (y_0 - \Delta y) \frac{x}{\sqrt{L^2 - x^2}}$$
 (1)

式中, $\Delta y = L - \sqrt{L^2 - x^2}$.

由刚度的定义,可以得到负刚度机构的垂向刚度为

$$k = 2k_h \left[-1 + (L - y_0) \frac{L^2}{(L^2 - x^2)^{3/2}} \right]$$
 (2)

将负刚度的受压连杆并联上刚度为 k_v 的线性 弹簧可以得到准零刚度结构的无量纲刚度表达式为

$$\bar{k} = \alpha - 1 + (1 - \beta) \frac{1}{(1 - \bar{x}^2)^{3/2}}$$
 (3)

式中,
$$\bar{k} = \frac{k}{2k_b}$$
, $\alpha = \frac{k_v}{k_b}$, $\beta = \frac{y_0}{L}$, $\bar{x} = \frac{x}{L}$.

取 α , β 都为 0.9,将无量纲刚度在平衡位置处进行七阶泰勒展开,七阶泰勒展开可以更大的范围内近似原刚度,刚度表达式为

$$\bar{k}_{t} = \frac{3}{20}\bar{x}^{2} + \frac{3}{16}\bar{x}^{4} + \frac{7}{32}\bar{x}^{6} \tag{4}$$

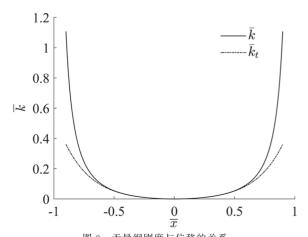


图 3 无量纲刚度与位移的关系 Fig. 3 Dimensionless stiffness and displacement

如图 3 所示,通过对比 \bar{k}_{ι} 和 \bar{k} 可以看到在位移较小的时候,泰勒展示式可以很好的近似原刚度表达式,以泰勒展开式近似原刚度表达式可以简化后续动力学分析.

通过改变 α 的值,即选取不同的弹簧组合可以改变隔振器的刚度特性,改变 β 的值,即改变连杆长度和水平弹簧压缩的比值可以改变隔振器的非线性,所以可以根据不同的需求来选取合适的 α 和 β ,设计合适的准零刚度隔振器.但是考虑到实际情况会有摩擦以及加工误差,所以很难真正做到零刚度.

1.3 动力学分析

对于图 1 所示的非线性隔振系统,考虑到系统的粘性线性阻尼,可通过以下公式给出无量纲的动力学方程,其中x 是关于 τ 的函数.

$$\ddot{x} + 2\xi \dot{x} + \bar{f} = \bar{F}\cos(\Omega\tau) \tag{5}$$

式中,
$$\omega_n = \sqrt{\frac{2k_h}{m}}$$
, $\xi = \frac{c}{2m\omega_n}$, $\Omega = \frac{\omega}{\omega_n}$, $\tau = \omega_n t$,
$$\bar{F} = \frac{F}{2k_h L}, \ \bar{f} = K_7 \dot{x}^7 + K_5 \dot{x}^5 + K_3 \dot{x}^3 + K_1 \dot{x},$$
$$K_7 = \frac{5}{16} (1 - \beta), K_5 = \frac{3}{8} (1 - \beta),$$
$$K_3 = \frac{1}{2} (1 - \beta), K_1 = \alpha - \beta.$$

使用谐波平衡法求解非线性振动方程(5).设 方程的主共振响应为

$$\dot{x}' = -\Omega A \sin(\Omega \tau + \varphi) \tag{6}$$

可以求得幅频特性曲线方程为

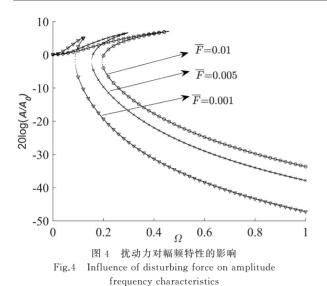
$$\left(\frac{35}{64}K_{7}A^{7}+\frac{5}{8}K_{5}A^{5}+\frac{3}{4}K_{3}A^{3}+K_{1}A-\Omega^{2}A\right)^{2}+$$

$$4\mathcal{E}^2\Omega^2A^2 = \bar{F}^2 \tag{7}$$

式中, ξ =0.01, K_1 =0, K_3 =0.1, K_5 =0.075, K_7 =0.063.

利用数值方法分析系统的幅频特性,系统的幅频特性曲线如图 4 所示,其中 A_0 为静力作用下的位移响应幅值.

可以看到随着直接扰动力的增大,系统的非线性越来越强,即使很微弱的扰动都会让负载的位移响应出现幅值跳跃的现象.为了抑制或者消除这种幅值跳跃以及振幅放大的现象,考虑增大阻尼的方法,但是被动阻尼并不适用于多频段的扰动抑制中,所以加入主动控制抑制直接扰动是有必要的.



2 主动控制策略和方法

2.1 控制策略

通过对影响精密仪器与设备精度的振源进行分析,可以得知振动来源主要来自于地基的振动和作用在隔振负载上的直接扰动以及负载自身的不确定性,所以考虑上文所设计的准零刚度隔振器作为被动隔振机构来隔离地基的振动,针对直接作用在负载上的扰动采用主动控制的方法进行抑制.增加阻尼可以对非线性进行抑制,所以采用速度反馈来抑制幅值跳跃和振幅放大等现象.然而对于低频和超低频的直接扰动,增大阻尼并不能得到较好的控制效果,所以加入位置反馈来扩大主动隔振的有效带宽,位置反馈不仅可以提高隔振器对低频扰动的抑制能力,还可以起到对负载精准定位的作用,因此结合速度反馈和位置反馈进行综合设计.

加入反馈控制后的动力学方程为

$$\ddot{mx} + c\dot{x} + f = F\cos\omega t - u(x, \dot{x}) \tag{8}$$

式中, $u = c_x x + c_v \dot{x}$.

对式(8)无量纲化可以得到

$$\ddot{\hat{x}} + 2\xi_u \dot{\hat{x}} + \bar{f}_u = \bar{F}\cos(\Omega\tau) \tag{9}$$

式中,
$$\bar{f}_u = K_7 \bar{x}^7 + K_5 \bar{x}^5 + K_3 \bar{x}^3 + \bar{K}_1 \bar{x}$$
,

$$ar{K}_1 = ar{\alpha} - eta$$
 , $ar{\alpha} = \frac{k_v + c_x}{k_h}$, $\xi_u = \frac{c + c_v}{2m\omega_n}$,

$$\xi = 0.01$$
, $\bar{F} = 0.01$.

同样采用谐波平衡法对式(9)进行求解,分别加入不同大小的位置反馈和速度反馈,可以得到系

统的幅频特性曲线如图 5 所示.

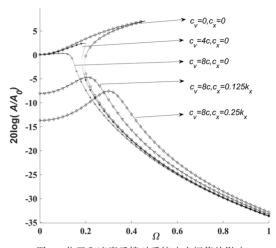


图 5 位置和速度反馈对系统响应幅值的影响 Fig.5 Effect of position and speed feedback on system response amplitude

随着天棚阻尼的增加,可以看到系统的共振峰值逐渐降低,当阻尼增加到一定值时,幅值跳跃的现象会消失,但是低频激励的位移响应并未得到改善,加入位置反馈后系统低频响应幅值明显减小,但是会增加系统的刚度从而会产生一定的共振峰,所以将位置反馈和天棚阻尼进行简单的叠加并不能获得很好的控制效果.

受到低频直接扰动时,位置反馈在控制输出中占据主导作用,所以需要较大的位置反馈系数来提高控制的效果,当扰动频率较高时,天棚阻尼占据主导作用,然而作动器的输出是有限制的,所以需要适当地减小位置反馈来增加天棚阻尼,进一步可以避免共振峰的出现.

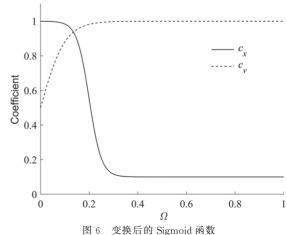


Fig.6 Sigmoid function after transformation

采用 Sigmoid 函数建立 ω 和 c_x 参数之间的关系,如式(10)所示.Sigmoid 函数可以使位置反馈输

出量在控制器总输出中快速衰减,同样采用 Sigmoid 函数建立 ω 与 c_n 的关系,如式(11)所示,Sigmoid 函数如图 6 所示.

$$c_x(\omega) = k_1 k_v \left(1 - \frac{1}{1 + e^{-(\omega - \omega_n)/k_2}}\right)$$
 (10)

$$c_{v}(\omega) = \frac{k_{3}c}{1 + e^{-\omega/k_{4}}}$$
 (11)

式中, k_1 , k_2 , k_3 , k_4 均为待定常数.

将式(10)和式(11)代入式(8)中可以得到变系 数的动力学方程为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + f = F\cos\omega t - u(\omega)$$
 (12)

式中

$$u(\omega) = k_1 k_v \left(1 - \frac{1}{1 + e^{-(\omega - \omega_n)/k_2}} \right) x + \frac{k_3 c}{1 + e^{-\omega/k_4}} \dot{x}$$

$$\ddot{x} + 2\xi_u(\omega) \dot{x} + \bar{f}_u(\omega) = \bar{F}\cos(\Omega\tau)$$
 (13)

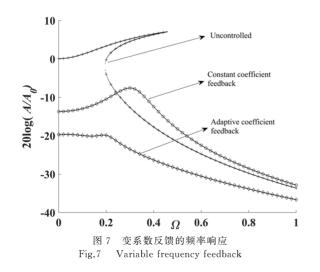
式中,
$$\bar{f}_u = K_7 \bar{x}^7 + K_5 \bar{x}^5 + K_3 \bar{x}^3 + \bar{K}_1 \bar{x}$$
,

$$\bar{K}_{1} = \bar{\alpha}(\omega) - \beta$$
, $\bar{\alpha}(\omega) = \frac{k_{v} + c_{x}(\omega)}{k_{h}}$,

$$\xi_u(\omega) = \frac{c + c_v(\omega)}{2m\omega_n}$$
, $\xi = 0.01\bar{F} = 0.01$.

得到幅频特性曲线方程为

$$\left(\frac{35}{64}K_{7}A^{7} + \frac{5}{8}K_{5}A^{5} + \frac{3}{4}K_{3}A^{3} + \bar{K}_{1}A - \Omega^{2}A\right)^{2} + 4\xi_{u} (\omega)^{2}\Omega^{2}A^{2} = \bar{F}^{2}$$
(14)

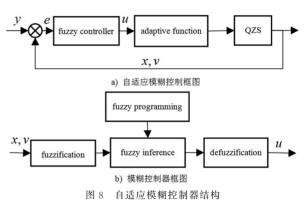


用数值方法求解动力学响应,得到的幅频特性 曲线如图 7 所示.

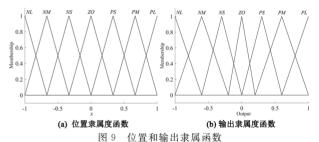
对比无反馈和定系数反馈的响应曲线,可以看 到自适应的反馈控制可以充分发挥位移反馈和天 棚阻尼的优势,不仅振动幅值有明显的衰减,而且 提高了隔振器对负载的定位控制.

主动控制方法

模糊控制可以简化控制器设计的复杂性,特别 话用干非线性、时变、滞后系统的控制,并目不依赖 于被控对象的数学模型,具有较好的鲁棒性、适应 性以及容错性.因此本节将采用自适应模糊控制对 负载的振动进行抑制.自适应模糊控制系统如图 8 所示, y 为设定值, e 是实际值与设定值地偏差.



Structure of adaptive fuzzy controller



Output membership function of displacement fuzzy control

模糊控制器是由模糊规则库、模糊推理、模糊 化和解模糊化组成.通过模糊化接口将精确量位置 x 和速度 v 对应为模糊语言变量 X 和 V,解模糊化 这里采用中心加权平均方法将模糊量 U 转换成在 输出上的精确量u.其中X、V 和U 的语言值设为 7 个,即{NL,NM,NS,ZO,PS,PM,PL},分别对应 {负大,负中,负小,零,正小,正中,正大},这里采用 三角形隶属度函数.为了便于控制器的设计,通过 比例缩放将实际的位置、速度以及控制输出量转换 到人为设定的区间[-1,1].图 9 分别是位置和对 应控制输出的隶属函数.

模糊规则和隶属函数直接影响模糊控制效果 的优劣.当负载振动频率较高或处于稳定控制时位 移较小,控制量应对较小的位移值敏感以提高系统 的控制精度,故输出的隶属度函数在论域两端的大

位移区域划分稀疏,在小位移区域划分密集.

3 基于 Matlab/Simulink 的仿真

为了验证上述控制策略的可行性和有效性,首先通过 Matlab/Simulink 对准零刚度主动控制系统进行仿真,选取参数 $k_v=1000~\mathrm{N/m}$, $k_h=1250~\mathrm{N/m}$, $m=2\mathrm{kg}$, c=1.5, $L=0.015\mathrm{m}$, $y_0=0.012\mathrm{m}$. 对系统施加力扫频激励 $0.4\mathrm{sin}(\omega t)$, 激励频率从 $0.2\mathrm{Hz}$ 到 $10\mathrm{Hz}$, 扫频时间为 $30\mathrm{s}$. 仿真控制系统如图 $10~\mathrm{fm}$.

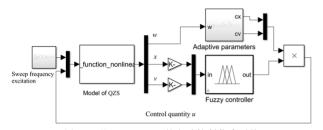


图 10 基于 Simulink 的主动控制仿真系统 Fig.10 Active control simulation system based on Simulink

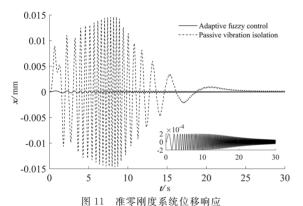


Fig.11 Displacement response of QZS system

从图 11 中可以看到,未加入控制时,系统受到低频扰动时的位移响应幅值较大,并且会出现较大的峰值,当扰动频率较高时,系统的位移响应幅值和加入控制后相差无几,所以被动的准零刚度隔振系统对高频扰动具有很好的抑制效果,但是对于低频扰动不仅没有抑制作用反而会放大振动的幅值.加入自适应模糊控制后,可以看到控制器不仅可以抑制共振峰的出现,对于低频时变的扰动同样具有良好的抑制效果,同时可以将负载稳定在设定的工作位置上.

4 主动控制试验验证

本节将对主动控制试验进行描述,主要包括主动隔振控制系统软硬件搭建以及主动控制试验结果分析.

4.1 控制系统软硬件的搭建

准零刚度隔振器的实物如图 12 所示,隔振器的具体参数为为 m = 2.63 kg, $k_v = 726.6 \text{N/m}$, $k_h = 726.6 \text{N/m}$, L = 14 mm, $y_0 = 12 \text{mm}$.

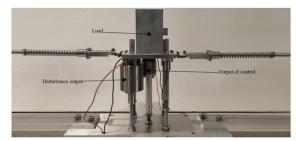


图 12 准零刚度隔振器 Fig.12 QZS isolator



图 13 主动隔振控制系统现场图

Fig.13 Field diagram of active vibration isolation control system

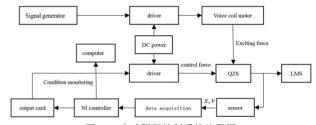


图 14 主动隔振控制系统流程图

Fig.14 Flow chart of active vibration isolation control system

主动隔振控制的现场图和流程图分别图 13 和图 14.其中激励部分由信号发生器、电机驱动和音圈电机组成,激励模块模拟直接作用在负载上时变扰动.主动控制系统由 NI 控制器、NI-USB6251 数据采集卡、NI6366 模拟输出卡、电机驱动器AZB10A4、音圈电机等部分组成,主动控制模块实时的对扰动进行抑制,LMS振动测试系统进行振动信号的分析.在上位机的 Labivew 软件中进行自适应模糊控制算法的编程实现,并实时监控主动控制系统的运行情况.传感器采集负载的位置和速度信号,经过控制器的实时计算得到控制输出量,控制量通过驱动器带动音圈电机,音圈电机对负载上的直接扰动进行抑制.

4.2 试验结果及分析

对负载施加单频的正弦扰动以及时变的正弦 扫频扰动,图 15(a)~15(d)为单频扰动的试验结 果,图 $15(e) \sim 15(f)$ 为 0.2 Hz ~ 10 Hz 的 30s 扫频激励的试验结果,15(e) 是未加控制的被动隔振时负载的位移响应,15(f) 是加入自适应模糊控制后负载的位移响应,表 1 为整理后的试验结果.

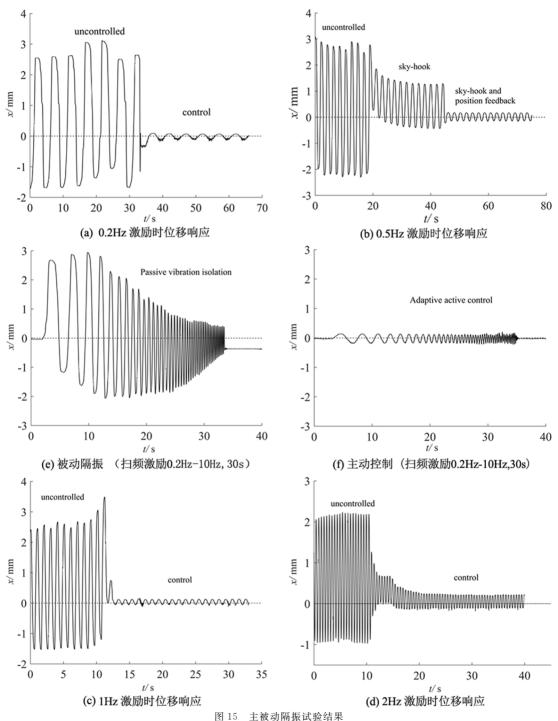


Fig.15 Test results of active and passive vibration isolation

试验结果表明:如图 15(b)所示,在低频的直接扰动作用下,被动隔振状态下负载会出现幅值较大的位移响应,加入速度反馈后负载的振动幅值有所下降,但是振幅依然较大并且负载的振动中心并

未在准零刚度隔振器的设定工作位置上,加入位置 反馈后,振动被有效的抑制,同时位置上的偏差也 被修正到可接受的范围内,在 0.2 Hz 扰动时振幅 衰减了 96%,1 Hz 扰动时振幅衰减了 95.8%.扰动 频率较高时,被动隔振表现出良好隔振效果.

表 1 试验结果对比 Table 1 Comparison of test results

	0.2Hz	0.5Hz	1Hz	2Hz	4Hz
Amplitude before control/mm	4.26	5.09	4.04	3.12	1.43
Amplitude after control/mm	0.17	0.31	0.17	0.32	0.23
Attenuation rate/ $\frac{9}{10}$	96.0	93.9	95.8	89.7	83.9
Positioning error/mm	0.016	0.015	0.031	0.050	0.011

图 15(e)为扫频激励下的位移响应,可以看到被动隔振的位移响应很大,并且工作位置发生了较大的偏差,加入自适应模糊控制后,如图 15(f)所示,控制系统对扫频激励全程具有良好的控制效果,在抑制振动的同时还能对负载起到精准定位的作用,充分发挥了天棚阻尼和位置反馈的优势,并且未出现共振峰.

5 结论

针对准零刚度隔振器中存在的对直接扰动的十分敏感、非线性以及工作位置偏差等问题,提出了一种基于非线性准零刚度隔振器的自适应模糊控制方法,在天棚阻尼控制的基础上加入了位置反馈,并以负载的振动频率作为自适应参数,利用Sigmoid 函数建立了自适应率,采用模糊控制方法对直接扰动进行了反馈控制,得到主要结论如下.

- (1)相比于被动隔振,自适应模糊控制对于复杂的、时变的以及频带更宽的直接扰动力具有很强的抑制能力,并且对于低频(小于 4Hz)的直接扰动的衰减率在 80%以上.
- (2)与传统的反馈控制相比,所设计的自适应 模糊控制器能充分发挥出天棚阻尼和位置反馈的 优势以及作动器的性能,控制精度更高.
- (3)相比于单纯的天棚阻尼控制,加入位置反馈后可以将负载控制在准零刚度隔振器的工作位置上,定位精度(静态偏差)可以控制在 0.05mm 以内,这对充分发挥准零刚度隔振器的低频隔振作用具有重要意义.
- (4)准零刚度隔振器的被动隔振可以较好的抑制来自地面的微振动和高频的直接扰动,加入自适应模糊控制后,隔振器的低频工作带宽得到了显著地增加,这使其具有更好的环境适应性和实际应用

的可靠性.

参考文献

- [1] 徐道临,张月英,周加喜,等.一种准零刚度隔振器的 特性分析与实验研究[J].振动与冲击,2014,33 (11):208-213.
 - XU D L, ZHANG Y Y, ZHOU J X, et al. Characteristic analysis and experimental investigation for a vibration isolator with quasi-zero stiffness [J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33 (11): 208—213. (in Chinese)
- [2] 尹蒙蒙,丁虎,陈立群.X型准零刚度隔振器动力学设计及分析[J]. 动力学与控制学报,2021,19(5):46-52.
 - YIN M M, DING H, CHEN L Q. Dynamic design and analysis of X-type quasi zero stiffness vibration isolator [J]. Journal of Dynamics and Control, 2021,19 (5): 46-52. (in Chinese)
- [3] 吴文江.正负刚度并联精密主动隔振系统研究 [D]. 武汉: 华中科技大学,2014.
 - WU W J. Study on active precision vibration isolation system based on parallel of positive and negative stiffness springs [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2014. (in Chinese)
- [4] 张建卓,李旦,董申,等.精密仪器用超低频非线性并 联隔振系统研究[J]. 中国机械工程,2004,15(1): 69-71.
 - ZHANG J Z, LI D, DONG S, et al. Study on ultralow frequency parallel connection isolator used for precision instruments [J]. China Mechanical Engineering, 2004,15 (1): 69-71. (in Chinese)
- [5] 彭献,张施详.一种准零刚度被动隔振系统的非线性 共振响应分析 [J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2011,38(8):34-39.
 - PENG X, ZHANG S X. Nonlinear resonance response analysis of a kind of passive isolation system with quasizero stiffness [J]. Journal of Hunan University(Natural Sciences), 2011, 38 (8): 34 39. (in Chinese)
- [6] WANG X J, LIU H, CHEN Y Q, et al. Beneficial stiffenss design of a high-static-low-dynamic-stiffness vibration isolator based on static and dynamic analysis [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2018, 142-143: 235—244.

- [7] 刘兴天,陈树海,王嘉登,等.几何非线性摩擦阻尼隔振系统动力学行为研究[J].力学学报,2019,51(2):371-379.
 - LIU X T, CHEN S H, WANG J D, et al. Analysis of the dynamic behavior and performance of vibration isolation system with geometric nonlinear friction damping [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2019, 51 (2): 371 379. (in Chinese)
- [8] 陆泽琦,陈立群.非线性被动隔振的若干进展[J]. 力 学学报, 2017,49(3):550-564.
 - LUZQ, CHENLQ. Some recent progress in non-linear passive isolation of vibration [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2017,49 (3): 550-564. (in Chinese)
- [9] 彭志科,郎自强,孟光,等.一类非线性隔振器振动传递特性分析 [J]. 动力学与控制学报,2011,9(4):314-320.
 - PENG Z K, LANG Z Q, MENG G, et al. Analysis on transmissibility for a class of nonlinear vibration isolators [J]. Journal of Dynamics and Control, 2011, 9(4):314—320. (in Chinese)
- [10] 徐道临,余奇平,周加喜,等. 准零刚度隔振系统跳跃 频率区间隔振研究 [J]. 中国机械工程,2014,25 (2):230-235.
 - XU D L, YU Q P, ZHOU J X, et al. Study on vibration attenuation in jumping frequency interval of quasizero stiffness vibration isolator [J]. China Mechanical Engineering, 2014,25 (2): 230 235. (in Chinese)
- [11] 王勇,李舜酩,程春,等.立方速度反馈控制的准零刚度隔振器动力学特性分析[J]. 振动工程学报, 2016,29(2):305-313.
 - WANG Y, LISM, CHENG C, et al. Dynamic analysis of a quasi-zero stiffness vibration isolator with cubic velocity feedback control [J]. Journal of Vibration Engineering, 2016,29 (2): 305-313. (in Chinese)
- [12] 昌耀鹏,周加喜,徐道临.双层主动隔振系统优化设计方法研究[J]. 动力学与控制学报,2022,20(1): 35-41.

- CHANG Y P, ZHOU J X, XU D L. Study on optimal design method of double-layer active vibration isolation system [J]. Journal of Dynamics and Control, 2022, 20 (1): 35-41. (in Chinese)
- [13] 高伟鹏,贺国,杨理华,等.分散式自适应主动隔振控制算法研究[J].振动与冲击,2020,39(13):254-259.
 - GAO WP, HEG, YANG LH, et al. Research on decentralized adaptive active vibration isolation control algorithm [J]. Journal of Vibration and Shock, 2020, 39 (13): 254-259. (in Chinese)
- [14] 陈鹏. 精密主动隔振系统振动抑制关键技术研究 [D]. 武汉: 华中科技大学,2019.
 CHEN P. Research on key technologies of vibration supports of precision active vibration isolation

supperssion of precision active vibration isolation system [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2019. (in Chinese)

- [15] 王云峰,吴爽,李占芯,等.基于主动阻尼的屈曲梁准零刚度隔振技术研究[J]. 振动与冲击,2021,40 (8):79-84.
 - WANG Y F, WU S, LI Z X, et al. A study on vibration isolation based on a buckled beam quasizero stiffness isolator and active damping [J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40 (8):79-84. (in Chinese)
- [16] 周加喜,徐道临,李盈利.基于最优时延反馈控制的主一被动非线性隔振方法研究 [J]. 振动工程学报, 2011,24(6):639-645.

 ZHOU J X, XU D L, LI Y L. An active passive nonlinear vibration isolation method based on opti
 - nonlinear vibration isolation method based on optimal time-delay feed-back control [J]. Journal of Vibration Engineering, 2011, 24 (6): 639 645. (in Chinese)
- [17] LEI Z, SLOTINE J. Robust vibration isolation via frequency shaped sliding control and modal decomposition [J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 285(4-5):1123-1149.
- [18] BEIJEN M, HEERTJIES M, BUTLER H, et al. Mixed feedback and feedforward control design for multiaxis vibration isolation systems [J]. Mechatronics, 2019,61;106—116.