

航空发动机分数阶 PID 控制器的参数自整定方法^{*}

李永歌¹ 张潇¹ 许勇^{1,2†}

(1. 西北工业大学 数学与统计学院, 西安 710072)

(2. 西北工业大学 空天领域复杂性科学教育部重点实验室, 西安 710072)

摘要 控制器作为航空发动机的大脑,是保障发动机正常运行的核心部件,随着对发动机控制器精度和时效性的要求越来越高,传统 PID 控制器的性能亟需进一步提升.本文提出了改进的分数阶 PID 离线和在线参数整定方法,应用于涡扇发动机推力的控制中.首先,利用 Caputo 分数阶微积分定义建立分数阶 PID 模型,实现时域上的数值计算;其次,基于对数正态分布提出了改进的布谷鸟算法,实现了分数阶 PID 离线参数整定;然后,结合 RBF 网络设计参数线上整定方法,解决了参数在线整定问题;最后将相关理论应用于发动机推力的控制中,结果表明,相比其他几种优化算法,改进的布谷鸟优化算法对分数阶 PID 控制参数整定效果最好;利用 RBF 神经网络对分数阶 PID 进行在线整定时控制效果稳定,且分数阶 PID 的控制效果优于传统的 PID 控制,能提高对推力的控制能力.

关键词 航空发动机推力控制, 分数阶 PID, RBF 网络, 智能优化算法

中图分类号:O313

文献标志码:A

Parameter Self-Tuning Method of Fractional Order Pid Controller for The Aero Engine^{*}

Li Yongge¹ Zhang Xiao¹ Xu Yong^{1,2†}

(1. Northwestern Polytechnical University School of Mathematics and Statistics, Xi'an 710072, China)

(2. Northwestern Polytechnical University MOE Key Laboratory for Complexity Science in Aerospace, Xi'an 710072, China)

Abstract As the key part of the aero engine, the controller is the core component to ensure the normal operation of the engine. With the development of aero engine, it requires higher and higher accuracy and timeliness of the control of aero engine, which promotes to increase the effectiveness of PID controller. In this work, two online and offline parameter self-tuning methods for fractional order PID are proposed to control the thrust of aero engine. Firstly, a fractional PID model is established based on the Caputo fractional calculus definition. Secondly, by introducing the lognormal distribution, an improved cuckoo optimization algorithm is provided to achieve offline parameter tuning. Then, combining with RBF network, the parameter online setting problem for fractional order PID is solved. Finally, the results show that the improved cuckoo optimization algorithm exhibits high performance on offline parameters tuning of fractional order PID. The online parameter tuning based on RBF neural network also works stably. We find that the control effect of fractional order PID is much better than the traditional PID, which greatly improves the thrust control effectiveness.

Key words fractional order PID, RBF network, intelligent optimization algorithm

2022-11-18 收到第 1 稿, 2023-02-24 收到修改稿.

^{*} 国家自然科学基金资助项目(12072264), National Natural Science Foundation of China (12072264).

[†] 通信作者 E-mail:hsux3@nwpu.edu.cn

引言

航空发动机作为飞行器的心脏,负责为飞行器提供推力,而控制器作为航空发动机的大脑,负责协调发动机各部件工作,对发动机的正常运行和安全至关重要.PID 控制器由于算法简单、鲁棒性好、可靠性高等优点,被用于发动机控制设计中^[1],也在车辆^[2-4]、机器人^[5]、卫星^[6,7]等工业中得到了广泛应用.但随着航空发动机的发展,对控制精度和时效性的要求越来越高,传统 PID 控制器已难以满足需求,为 PID 控制提出了更大的挑战.

近年来,分数阶微积分的发展为 PID 控制带来了新的思路,提出了新的分数阶 PID 控制(Fractional Order PID, FOPID).传统 PID 操作简单,只需要确定比例系数、积分系数和微分系数三个参数,也因此限制了其性能.分数阶 PID 控制除了要确定以上三个参数外,还引入了积分阶次和微分阶次两个参数,使分数阶 PID 比传统 PID 具有更好的适用性.此外,由于分数阶微积分的长记忆特征,分数阶 PID 控制器能够利用所有历史信息,相对传统整数阶 PID 只与前一时刻信息相关,有更高的精度.

分数阶 PID 控制器最初是 Podlubny^[8]提出,与一般的 PID 控制器相比,控制能力更强、发展潜力更大.此后,分数阶 PID 逐渐发展,与其相关的数值实现和参数整定也一直是控制领域研究的热门内容.根据近似方法进行区分,可以将分数阶微积分的数值计算方法分为三类^[9]: S 域近似法^[10-12]、Z 域近似法^[13]和时域近似法^[14].由于时域近似法具有清晰的数学结构,能够进行直观解释,并且方便将基于时域近似的分数阶 PID 用于动力系统的控制研究中,因此本文分数阶 PID 数值实现采用时域近似法,并将 Caputo 定义引入分数阶 PID 时域近似法中.

控制器的参数自整定是 PID 研究的重点和难点.比起整数阶 PID 控制器,分数阶 PID 增加了积分阶次和微分阶次两个可调参数,一共有五个控制参数需要调节,这使得分数阶 PID 更具灵活性的同时,也加大了控制器的参数整定难度.而随着智能优化技术的快速发展,粒子群算法(Particle Swarm Optimization, PSO)^[15-17]、蚁狮算法(Ant Lion Optimizer, ALO)^[18]、布谷鸟算法(Cuckoo

Search Algorithm, CS)^[19]等智能优化算法都成功用于整定分数阶 PID 的参数,避免了人工调节的麻烦.但是如何改进算法,提高其处理效率和适用性成为是当前分数阶 PID 研究的重要任务之一.

随着机器学习算法的不断发展,已有学者将机器学习方法应用到分数阶 PID 中,通过改进控制器结构,获得更好的参数整定效果.比如 Asgharnia 等^[20]使用增益调度分数阶 PID,由训练好的 RBF 神经网络选择参数,提高了参数选择效率,但这种方法需要大量控制器数据. Pirasteh-Moghadam 等^[21]利用 BP 神经网络和卡尔曼滤波对分数阶 PID 控制器进行参数在线整定,得到了控制性能更好的分数阶 PID 控制器,但研究都是在 S 域上进行的,并不适合时域近似的分数阶 PID.因此需要对时域近似时分数阶 PID 采用的参数整定方法开展研究,尤其是参数在线整定方法.

围绕上述问题,本文针对某型涡扇发动机,设计了分数阶 PID 对其推力进行控制研究,提出了基于对数正态分布改进的布谷鸟算法和 RBF 网络对分数阶 PID 进行离线参数整定和在线参数整定方法,并与传统 PID 控制器进行对比,分数阶 PID 控制效果要优于传统 PID,且改进的布谷鸟算法具有很好的参数整定效果,基于 RBF 网络的在线整定方法能够实时有效调整分数阶 PID 的参数,提高控制能力.

本文主要结构安排如下:引言部分主要介绍分数阶 PID 及其参数整定的研究背景和发展现状,引出目前存在的主要问题,并给出了本文的主要研究内容;第一章主要介绍分数阶 PID 模型,给出了分数阶 PID 位置式和增量式模型;第二章介绍基于智能优化算法的分数阶 PID 离线参数整定研究;第三章详细给出了基于 RBF 网络的分数阶 PID 在线参数整定方法;第四章给出了实验结果,以发动机推力为控制对象,将建立的分数阶 PID 控制效果与普通 PID 控制效果进行对比,得出分数阶 PID 能提高发动机推力控制效果的结论;最后的结论部分对本文的主要研究内容进行了总结.

1 分数阶 PID 模型

对比传统整数阶 PID 控制,分数阶 PID 控制的流程和整体框架与其一致,均包含比例部分、积

分部分和微分部分,如图 1 所示.但是分数阶 PID 控制除了比例系数,积分系数和微分系数三个参数外,还包含了分数阶积分中的积分阶次和分数阶微分中的微分阶次两个参数.因此,在分数阶 PID 控制的参数整定中,需要辨识五个参数.

本文主要针对分数阶 PID 离线和在线参数整定开展工作.对于离线参数整定,提出一个改进的智能优化算法,准确地进行参数整定.考虑到智能优化算法辨识 FOPID 参数后就固定不变,不适用于复杂的在线优化,对于在线参数整定,提出了利用 RBF 网络对分数阶 PID 进行在线参数整定的方法.

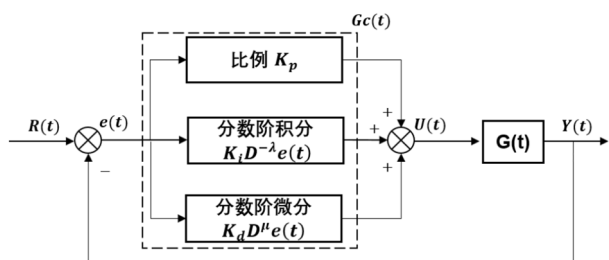


图 1 分数阶 PID 结构图

Fig.1 Structure diagram of fractional order PID

分数阶微积分具有多种定义,如 Caputo 定义、Riemann-Liouville 定义和 Grünwald-Letnikov 定义等.本文采用 Caputo 定义^[22],具体为

Caputo 分数阶积分:

$${}_{t_0}D_t^{-\lambda}f(t) = \frac{1}{\Gamma(\lambda)} \int_{t_0}^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-\lambda}} d\tau \quad (1)$$

Caputo 分数阶微分:

$${}_{t_0}D_t^{\mu}f(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\mu)} \int_{t_0}^t \frac{f^{(m)}(\tau)}{(t-\tau)^{1+\mu-m}} d\tau \quad (2)$$

其中 λ 表示积分阶次, μ 表示微分阶次, $m = [\mu]$ 为大于 μ 的最小整数,在本文中限定 μ 和 λ 的取值区间为 $[0, 2]$.

1.1 位置式分数阶 PID

分数阶 PID 离线参数整定中,在利用智能优化算法时,我们采用位置式分数阶 PID 控制器,当控制器输出较为准确时,具有较好的性能:

$$U(t) = K_p e(t) + K_i D^{-\lambda} e(t) + K_d D^{\mu} e(t) \quad (3)$$

其中 t 表示采样时间, $e(t) = R(t) - Y(t)$ 为给定值目标 $R(t)$ 与控制器输出值 $Y(t)$ 构成的控制偏差.

在分数阶 PID 中,积分与微分运算的对象是

控制偏差 e ,控制偏差在计算机处理过程中都是离散格式,采用 Caputo 分数阶定义的数值算法^[22],可以得到分数阶 PID 控制器具有如下离散格式:

$$U(k) = K_p e(k) + K_i \frac{1}{h^{-\lambda}} \sum_{j=0}^{N(k)} d_j e(k-j) + K_d \left\{ \frac{1}{h^{\mu}} \sum_{j=0}^{N(k)} q_j e(k-j) - \sum_{j=0}^{m-1} \frac{e^{(j)}(t_0)}{\Gamma(j-\alpha+1)} (t-t_0)^{j-\mu} \right\} \quad (4)$$

其中 N 描述记忆长度, k 表示时间上的采样序号, h 表示采样步长, $t = kh$, 则 $N(k)$ 根据下式计算:

$$N(k) = \min\{\lfloor t - t_0/h \rfloor, L/h\} \quad (5)$$

式中, L 称为记忆时长.由于分数阶微积分具有长记忆特征,其当前值要从最开始 t_0 时刻开始积分,计算量逐渐增加,为了解决这一问题,引入了记忆时长 L ,当 $t - t_0 < L$ 时,采样区间为 $[t_0, t]$;当 $t - t_0 > L$ 时,采样区间变为 $[t-L, t]$.此外,如果在总的采样区间内 $f(t)$ 满足 $|f(t)| \leq M$,可得近似误差为:

$$\Delta(t) = |{}_{t_0}D_t^{\alpha}f(t) - {}_{t-L}D_t^{\alpha}f(t)| = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_{t_0}^L \frac{f'(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha}} d\tau \leq \frac{ML^{-\alpha}}{\Gamma(1-\alpha)} \quad (6)$$

如果近似误差小于预先指定的正数 ϵ ,即 $\Delta(t) < \epsilon$,则记忆时长可以选为:

$$L \geq \left(\frac{M}{\epsilon \Gamma(1-\alpha)} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (7)$$

1.2 增量式分数阶 PID

位置式分数阶 PID 的输出直接对应控制对象的输入,如果控制器输出不准,对系统影响较大.与位置式分数阶 PID 不同,增量式分数阶 PID 输出的是控制量的增量,因此控制器的输出对整体系统的影响较小,再加上执行机构本身具有记忆性,在使用控制器控制调节不准时,对系统整体上也不会造成严重影响.因此,在分数阶 PID 在线参数整定中我们采用增量式分数阶 PID.

在传统的增量式 PID 中,计算输出时只使用了最近三次的控制偏差采样值,导致增量式 PID 累积误差较大.相对于整数阶微积分,分数阶微积分具有长记忆性,使得增量式分数阶 PID 的输出不止与最近三次的控制偏差采样值有关,还与使用的记忆时长区间的控制偏差采样值有关,因此误差

的累加值更小,精度要高于传统的增量式 PID.

在时域上,增量式分数阶 PID 控制信号的离散表达式为 $U(k) = U(k-1) + \Delta U(k)$, 具体为

$$\begin{aligned} \Delta U(k) = & K_p [e(k) - e(k-1)] + \\ & K_i \frac{1}{h^{-\lambda}} \left\{ \sum_{j=0}^{N(k)} d_j e(k-j) - \sum_{j=0}^{N(k-1)} d_j e(k-1-j) \right\} + \\ & K_d \left\{ \frac{1}{h^{\mu}} \left[\sum_{j=0}^{N(k)} q_j e(k-j) - \sum_{j=0}^{N(k-1)} q_j e(k-1-j) \right] - \right. \\ & \left. \sum_{j=0}^{m-1} \frac{e^{(j)}(t_0)}{\Gamma(j-\alpha+1)} [(t-t_0)^{j-\mu} - (t-h-t_0)^{j-\mu}] \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

2 基于智能优化算法的分数阶 PID 离线参数整定方法

智能优化算法是一类有效并且得到广泛应用的优化算法,可以用来整定分数阶 PID 中的五个参数.除了粒子群算法,近几年出现的 ALO、CS 算法都具有较强的搜索能力,也被应用于 PID 参数整定中^[23].但任何优化算法都有局限性,针对发动机推力控制的分数阶 PID 参数整定研究,需要对比探索哪种优化算法是合适的.

本文提出一种基于对数正态分布改进的布谷鸟算法,与前述几种智能优化算法对比,表现出更高的性能.具体研究步骤可分为两步:首先,根据需求建立分数阶 PID 的性能指标,即智能优化算法的适应度函数;其次,提出智能优化算法进行优化,对分数阶 PID 进行参数整定.对应的算法框架图如下图 2 所示.

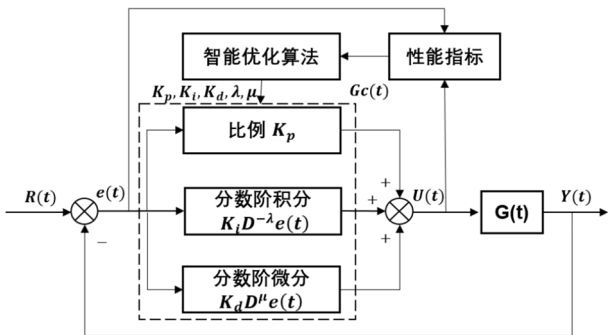


图 2 智能优化算法参数整定结构图

Fig.2 Parameter setting using intelligent optimization algorithm

2.1 改进的布谷鸟算法

布谷鸟算法,即 CS 算法,是一种生物仿真算法^[24],模拟布谷鸟在随机飞行中寻找其他鸟的鸟窝下蛋的过程,而寻找到的鸟窝的好坏就意味着解

的好坏,其关键点在于认为布谷鸟的飞行符合 Lévy 分布,因为 Lévy 分布属于重尾分布,能够利用 Lévy 飞行扩大算法的搜索能力,从而避免陷于局部最优.但重尾分布多种多样,Wei 利用韦伯分布对 CS 算法进行改进得到 CSW 算法^[25],与标准 CS 算法相比,搜索随机性得到了增强,算法的有效性有了显著提高.

事实上,对数正态分布也是一种常见的重尾分布,在生存分析、可靠性分析、股票收益分析等研究中都有重要的应用.当样本数据 X 取对数 $Y = \ln X$ 服从正态分布时,就称 X 服从对数正态分布.设 Y 的期望 $E(Y) = \theta$, 方差 $Var(Y) = \sigma$, 则 Y 的密度函数 $f(y)$ 为:

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp \left[-\frac{(y-\theta)^2}{2\sigma} \right], -\infty < y < \infty \quad (9)$$

则 x 的密度函数 $f_x(x)$ 为:

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma x}} \exp \left\{ -\frac{[\ln(x) - \theta]^2}{2\sigma} \right\}, x > 0 \quad (10)$$

本文利用对数正态分布代替 CS 算法中的 Lévy 分布产生随机游走的随机数,简称由此改进的布谷鸟算法为 CSL 算法.该算法通过执行一个全局探索性随机游走和一个局部随机游走来搜索新的解.在每次迭代计算过程中,首先利用对数正态分布进行全局搜索寻找新的解,然后,在局部随机游走中寻找新的解.在每次随机游走后,利用贪心策略从当前和新生成的解中根据其适应度选择更好的解.

CSL 算法流程如下:

- ① 初始化每个个体,在取值范围内随机设置每个个体的初始值;
- ② 计算种群规模中每个个体的目标函数,记录最优个体及对应的最优适应度值;
- ③ 利用对数正态分布给每个个体赋予新值,并计算每个个体对应的适应度,与最优适应度进行对比,若存在某个个体的适应度优于当前的最优适应度,则将此个体记录为最优个体,其对应的适应度记录为最优适应度;
- ④ 利用局部随机游走在局部范围内产生随机数,赋给每个个体做新值,并计算对应的适应度,与最优适应度进行对比,若存在某个个体的适应度优

于当前的最优适应度,则记录此个体为最优个体,其对应的适应度作为最优适应度;

⑤进行终止条件判定.如果未达到设定的终止条件,则返回第②.

2.2 性能指标

衡量控制效果好坏的指标众多,根据不同的实际需求,选取的指标有所不同.针对分数阶 PID 控制器的不同性能指标的选取,我们建立了多目标优化函数,实现多目标最优控制.

(1)利用控制偏差衡量控制性能的指标

记 $R(t)$ 为目标位置, $Y(t)$ 为控制输出,则控制偏差 $e(t) = R - Y(t)$. ITAE(误差绝对值乘时间积分指标)是考虑误差信号的控制性能指标,该指标广泛应用于最优化分析和设计中.

$$J_{ITAE} = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt \quad (11)$$

(2)动态性能指标和稳态性能指标

控制过程的动态性能指标包括:上升时间 t_r ,超调量 M_p ;稳态性能指标包括:平稳时间 t_s .动态性能指标 M_p 和 t_r 分别反映了控制过程中动态性能的平稳性和快速性, M_p 越大,反映平稳性越差, t_r 越小,反映了快速性越好.超调量 M_p 通常和上升时间 t_r 互相制衡,而反映稳态性能指标的 t_s 可以看作动态性能中稳定性和快速性的一种综合.记系统最后时刻的输出值为 $y(\infty)$, $y(tp)$ 表示输出最大值,则超调量计算公式:

$$M_p = \frac{[y(tp) - y(\infty)]}{y(\infty)} \quad (12)$$

则稳态误差可以表示为:

$$E_{ss} = |R - y(\infty)| \quad (13)$$

上升时间 t_r 表示输出 Y 从系统第一次到达稳态值的时间.平稳时间 t_s 表示输出 Y 从开始到稳态时花费的时间.在实际操作中,可以定义当输出值 Y 第一次到达 0.9 倍的 $y(\infty)$ 时的时间是上升时间,稳态时间可以定义为系统开始进入控制偏差与 E_{ss} 的绝对差值一直小于 E_{ss} 的 2% 这一状态的时间.

(3)多目标适应度函数

根据介绍的利用控制偏差衡量控制性能的指标和一些动态性能指标、稳态性能指标,从多角度去考察控制器性能,设立多目标适应度函数:

$$f_p = m_1 f_1 + m_2 f_2 + m_3 f_3 + m_4 f_4 \quad (14)$$

其中, m_i 表示给的权值,在实际问题下可以根据不同的需求给定 m_i 的值, f_i 表示适应度函数:

$$f_1 = \frac{J_{ITAE}}{m_1}, f_2 = \frac{E_{ss}}{m_2}, f_3 = \frac{M_p}{m_3}, f_4 = \frac{t_s}{m_4} \quad (15)$$

为了防止 f_1 数值过大而降低其他目标对结果的影响,根据各个指标数值大小 m_i 取值在此设为:

$$m_1 = 0.01, m_2 = 0.01, m_3 = 1, m_4 = 0.01 \quad (16)$$

在使用智能优化算法整定分数阶 PID 控制器的参数时,具有需要的先验知识少、性能指标选择多的优点,当控制器输出精准时可以得到较好的控制效果.但这种分数阶 PID 控制计算速度慢,只能解决离线参数整定问题,参数一旦固定,便无法实时修正,不能解决参数在线整定的问题.考虑到神经网络的在线学习的能力,在系统的实时优化中多有应用,考虑分数阶 PID 的在线整定时,本文利用神经网络的开展研究.

3 基于 RBF 网络的分数阶 PID 在线参数整定方法

对于分数阶 PID 的在线参数整定问题,结合神经网络的思想,可以根据分数阶 PID 的结构将其看作一种神经网络,这种神经网络同样具有输入层、隐含层和输出层.输入层输入 e ,输出层输出 Y ,隐含层包括比例项、积分项、微分项,将这三项视作三个神经元,现在分数阶 PID 参数整定问题就变成了辨识神经网络隐含层参数的问题.同时,前面介绍到增量式分数阶 PID 输出的是控制量增量,如果增量式 PID 输出出现偏差时,并不会严重影响系统的工作,这对于在线控制容错率较大,因此本部分采用增量式分数阶 PID.

神经网络的参数主要利用梯度下降法确定,类似的,对于分数阶 PID 参数整定的主要思路也是用梯度下降法进行参数优化.由于神经网络的损失函数要求性能指标可微,这对性能指标的选取提出了条件.用 E 表示可微的性能指标,对于分数阶 PID 待整定的五个参数 K_p 、 K_i 、 K_d 、 λ 和 μ ,根据梯度下降法,参数的更新公式如下:

$$\begin{cases} K_p(k) = K_p(k-1) + \Delta K_p(k) \\ K_i(k) = K_i(k-1) + \Delta K_i(k) \\ K_d(k) = K_d(k-1) + \Delta K_d(k) \\ \lambda(k) = \lambda(k-1) + \Delta \lambda(k) \\ \mu(k) = \mu(k-1) + \Delta \mu(k) \end{cases} \quad (17)$$

参数增量的梯度公式为：

$$\begin{cases} \Delta K_p(k) = -\eta_p \frac{\partial E(k)}{\partial Y(k)} \frac{\partial Y(k)}{\partial \Delta U(k)} \frac{\partial \Delta U(k)}{\partial K_p} \\ \Delta K_i(k) = -\eta_p \frac{\partial E(k)}{\partial Y(k)} \frac{\partial Y(k)}{\partial \Delta U(k)} \frac{\partial \Delta U(k)}{\partial K_i} \\ \Delta K_d(k) = -\eta_p \frac{\partial E(k)}{\partial Y(k)} \frac{\partial Y(k)}{\partial \Delta U(k)} \frac{\partial \Delta U(k)}{\partial K_p} \\ \Delta \lambda(k) = -\eta_p \frac{\partial E(k)}{\partial Y(k)} \frac{\partial Y(k)}{\partial \Delta U(k)} \frac{\partial \Delta U(k)}{\partial \lambda} \\ \Delta \mu(k) = -\eta_p \frac{\partial E(k)}{\partial Y(k)} \frac{\partial Y(k)}{\partial \Delta U(k)} \frac{\partial \Delta U(k)}{\partial \mu} \end{cases} \quad (18)$$

其中， η_p 表示学习率。 $\partial Y/\partial \Delta U$ 项由于被控对象模型复杂，不易求得，本文将利用神经网络估计。同时，根据 Caputo 分数阶微分形式的数值计算公式可知， $\partial \Delta U/\partial \mu$ 是无法求取的，在这里，可以理解为形式上的一种导数，实际是变量的表示形式， $\partial \Delta U/\partial \mu$ 也利用神经网络去估计求得。

本文通过 RBF 神经网络估计 $\partial Y/\partial \Delta U$ 和 $\partial \Delta U/\partial \mu$ ，利用 RBF 网络在线实现分数阶 PID 参数整定的结构框架如下图 3 所示：

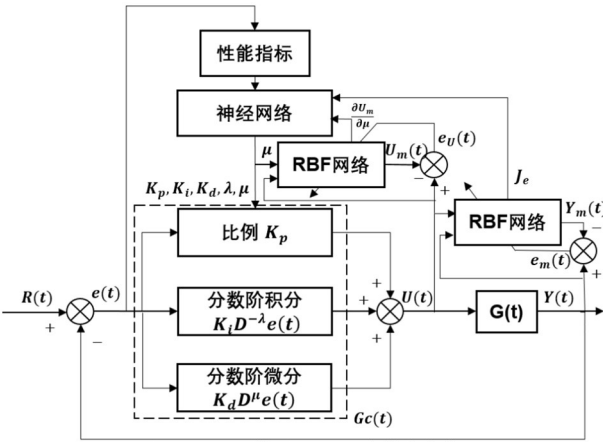


图 3 RBF 网络对 FOPID 参数在线整定
Fig.3 Online parameter setting using RBF network

3.1 梯度下降法更新增量分数阶 PID 参数

对于增量式分数阶 PID，在第 k 次采样的控制误差为 $e(k) = R(k) - Y(k)$ ，对于分数阶 PID 中的比例模块、分数阶积分模块、分数阶微分模块的输入分别为：

$$\begin{aligned} xc1(k) &= e(k) - e(k-1) \\ xc2(k) &= \sum_{j=0}^{N(k)} d_j e(k-j) - \sum_{j=0}^{N(k-1)} d_j e(k-1-j) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} xc3(k) &= K_d \left\{ \frac{1}{h^\mu} \left[\sum_{j=0}^{N(k)} q_j e(k-j) - \sum_{j=0}^{N(k-1)} q_j e(k-1-j) \right] - \right. \\ &\quad \left. \sum_{j=0}^{m-1} \frac{e^{(j)}(t_0)}{\Gamma(j-\alpha+1)} [(t-t_0)^{j-\mu} - (t-h-t_0)^{j-\mu}] \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

根据比例模块、分数阶积分模块、分数阶微分模块的输入，更新 FOPID 控制器的增量公式：

$$\begin{aligned} \Delta U(k) &= K_p [e(k) - e(k-1)] + \\ &\quad K_i [D^{-\lambda} e(k) - D^{-\lambda} e(k-1)] + \\ &\quad K_d [D^\mu e(k) - D^\mu e(k-1)] = \\ &\quad K_p xc1(k) + K_i \frac{1}{h^{-\lambda}} xc2(k) + K_d \frac{1}{h^\mu} xc3(k) \end{aligned} \quad (20)$$

设神经网络性能指标为 $E(k) = e(k)^2/2$ ，采用梯度下降法调整 $K_p, K_i, K_d, \lambda, \mu$ ，结合公式(17)，增量公式为：

$$\begin{aligned} \Delta K_p(k) &= \eta_p e(k) \frac{\partial Y(k)}{\partial \Delta U(k)} xc1(k) \\ \Delta K_i(k) &= \eta_p e(k) \frac{\partial Y(k)}{\partial \Delta U(k)} \frac{xc2(k)}{h^{-\lambda}} \\ \Delta K_d(k) &= \eta_p e(k) \frac{\partial Y(k)}{\partial \Delta U(k)} \frac{xc3(k)}{h^\mu} \\ \Delta \lambda(k) &= \eta_p e(k) \frac{\partial Y(k)}{\partial \Delta U(k)} \frac{\partial \Delta U(k)}{\partial \lambda} \\ \Delta \mu(k) &= \eta_p e(k) \frac{\partial Y(k)}{\partial \Delta U(k)} \frac{\partial \Delta U(k)}{\partial \mu} \end{aligned} \quad (21)$$

根据推导，目前只有 $\partial Y/\partial \Delta U$ 和 $\partial \Delta U/\partial \mu$ 尚未求得，由于 $\partial Y/\partial \Delta U$ 不易计算，而对于 Caputo 定义下的增量式分数阶 PID， $\partial \Delta U/\partial \mu$ 无法求取，所以接下来利用 RBF 神经网络进行估计。

3.2 估计 $\partial Y/\partial \Delta U$ 和 $\partial \Delta U/\partial \mu$

(1)估计 $\partial Y/\partial \Delta U$

设用于估计 $\partial Y/\partial \Delta U$ 的 RBF 网络一共三个输入，分别为： $\Delta U(k), Y(k), Y(k-1)$ ；网络有一个输出 $Y_m(k+1)$ ，中间隐含层共有 3 个神经元。用此网络估计真实值 $Y(k+1)$ ，网络结构如下图 4：

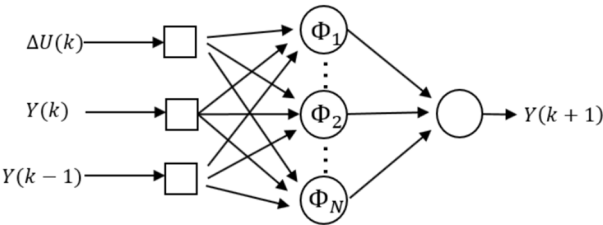


图 4 RBF 网络估计 $\partial Y/\partial \Delta U$
Fig.4 Estimation of $\partial Y/\partial \Delta U$ by RBF network

令 $[\Delta U(k), Y(k), Y(k-1)]^T$ 为 RBF 网络的输入向量, $H=[h_1, h_2, \dots, h_m]^T$ 是 RBF 网络隐含层的径向基向量, 其中, h_j 表示第 j 个高斯径向基函数:

$$h_j = \exp(-\|X - C_j\|^2 / 2b_j^2), \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (22)$$

网络的第 j 个节点的中心矢量为 $C_j = [c_{j1}, c_{j2}, c_{j3}]^T$. 设网络的径向基宽度向量为 $B = [b_1, b_2, \dots, b_m]^T$, b_j 为节点 j 的基宽度参数, 且为大于零的数. 网络的权向量为 $W = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m]^T$, 辨识网络的输出为 $y_m(k) = \omega_1 h_1 + \omega_2 h_2 + \dots + \omega_m h_m$, 网络的性能指标函数为 $J = [Y(k) - y_m(k)]^2 / 2$.

根据梯度下降法, RBF 网络的输出权值、节点径向基函数中心及节点径向基函数宽度参数的迭代更新算法如下:

$$\begin{cases} \Delta \omega_j(k) = -\eta_p \frac{\partial J}{\partial y_m} \frac{\partial y_m}{\partial \omega_j} = \\ \eta_p [y(k) - y_m(k)] h_j \\ \omega_j(k) = \omega_j(k-1) + \Delta \omega_j(k) + l \\ \alpha_p [\omega_j(k-1) - \omega_j(k-2)] \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} \Delta b_j(k) = \eta_p \frac{\partial J}{\partial y_m} \frac{\partial y_m}{\partial h_j} \frac{\partial h_j}{\partial b_j} = \\ \eta_p [y(k) - y_m(k)] \omega_j h_j \frac{\|X - C_j\|^2}{b_j^3} \\ b_j(k) = b_j(k-1) + \Delta b_j(k) + \\ \alpha_p [b_j(k-1) - b_j(k-2)] \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{cases} \Delta c_{ji}(k) = \eta_p \frac{\partial J}{\partial y_m} \frac{\partial y_m}{\partial h_j} \frac{\partial h_j}{\partial c_{ji}} = \\ \eta_p [y(k) - y_m(k)] \omega_j h_j \frac{x_j - c_{ji}}{b_j^2} \\ c_{ji}(k) = c_{ji}(k-1) + \Delta c_{ji}(k) + \\ \alpha_p [c_{ji}(k-1) - c_{ji}(k-2)] \end{cases} \quad (25)$$

式中 η_p 为学习率, α_p 为动量因子, 此处学习率取值为 0.5, 动量因子取值为 0.05. 则对 $\partial Y / \partial \Delta U$ 的估计为:

$$\frac{\partial Y(k)}{\partial \Delta U(k)} \approx \frac{\partial Y_m(k)}{\partial \Delta U(k)} = \sum_{j=1}^m \omega_j h_j \frac{c_{ji} - \Delta U(k)}{b_j^2} \quad (26)$$

(2) 估计 $\partial \Delta U / \partial \mu$

与估计 $\partial Y / \partial \Delta U$ 的方法类似, 估计 $\partial \Delta U / \partial \mu$ 的

神经网络的输入为: $[\mu(k), \Delta U(k), \Delta U(k-1)]^T$; 输出为 $\Delta U_m(k+1)$, 隐含层神经元个数同样设置为三个, 用来估计分数阶 PID 控制信号 $\Delta U(k+1)$, 网络结构如下图 5. 由此可得 $\partial \Delta U / \partial \mu$ 的估计算法为:

$$\frac{\partial \Delta U(k+1)}{\partial \mu(k)} \approx \frac{\partial \Delta U_m(k+1)}{\partial \mu(k)} = \sum_{j=1}^m \omega_j h_j \frac{c_{ji} - \mu(k)}{b_j^2} \quad (27)$$

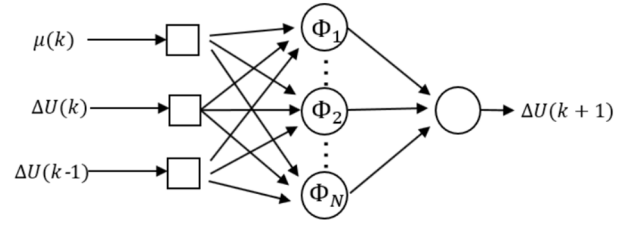


图 5 RBF 网络估计 $\partial \Delta U / \partial \mu$
Fig.5 Estimation of $\partial \Delta U / \partial \mu$ by RBF network

至此, 完成了分数阶 PID 参数在线整定方法的推导. 而对于整数阶 PID 来说, 这套方法同样适用, 不同之处在于, 不需要估计 $\partial \Delta U / \partial \mu$, 且分数阶 PID 积分算子和微分算子都设置为 1.

4 实验结果

本文以某型涡轮发动机为被控对象, 一方面通过对供油量进行调节来控制发动机推力, 推力作为输出的传递函数表达式:

$$G1(s) = \frac{1234s^2 + 6130s + 9854}{s^2 + 2.896s + 2.64} \quad (28)$$

另一方面, 以供油量作为输入, 压气机百分比转速作为输出的研究对象, 其传递函数表达式为:

$$G2(s) = \frac{16.93s + 19.75}{s^2 + 2.896s + 2.64} \quad (29)$$

以上两个传递函数是根据某型发动机试验数据拟合得到. 根据上述两个被控对象, 利用智能优化算法对分数阶 PID 进行参数整定. 利用 RBF 网络对分数阶 PID 进行参数在线整定, 本文设置 K_P, K_i, K_d 的取值区间为 $[0, 10]$, λ, μ 取值区间定为 $[0, 2]$.

4.1 基于智能优化算法的参数整定结果分析

(1) 分数阶 PID 与整数阶 PID 对比

为了对比分数阶 PID 与整数阶 PID 的控制效

果,利用 CSL 算法对整数阶 PID 和分数阶 PID 进行参数整定,由于优化算法具有一定的随机性,本文分别计算 10 次然后取平均值进行比较.分别以 G2 和 G1 作为被控对象,给出 10 次计算中其中 1 次的控制效果图 6 和 7 所示.

为了更清楚的进行对比,将 G2 和 G1 控制结果的各项指标计算 10 次后的平均值列入表 1 和表

2,从图 6、图 7 和表格可以看出 CSL 能够对分数阶 PID 和整数阶 PID 进行参数整定,且最后控制器的效果较好.同时,在相同优化算法下,从多目标适应度函数可以看出分数阶 PID 的控制效果比整数阶 PID 控制好.这说明针对航空发动机推力控制,使用分数阶 PID 控制器进行控制能够有效提高发动机的控制能力.

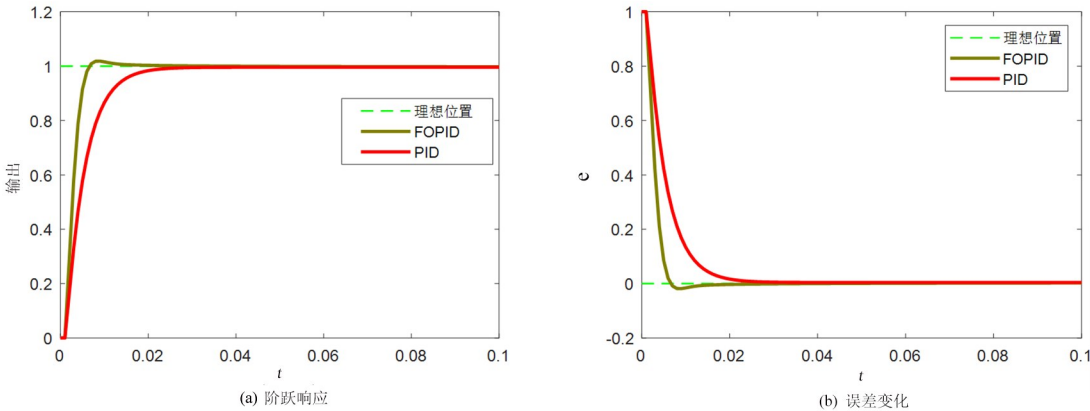


图 6 PID 与 FOPID 对比(作为控制对象).(a) 阶跃响应,(b) 误差变化
Fig.6 Comparison between PID and FOPID (G2 as the control object).(a) step response,(b) error chang

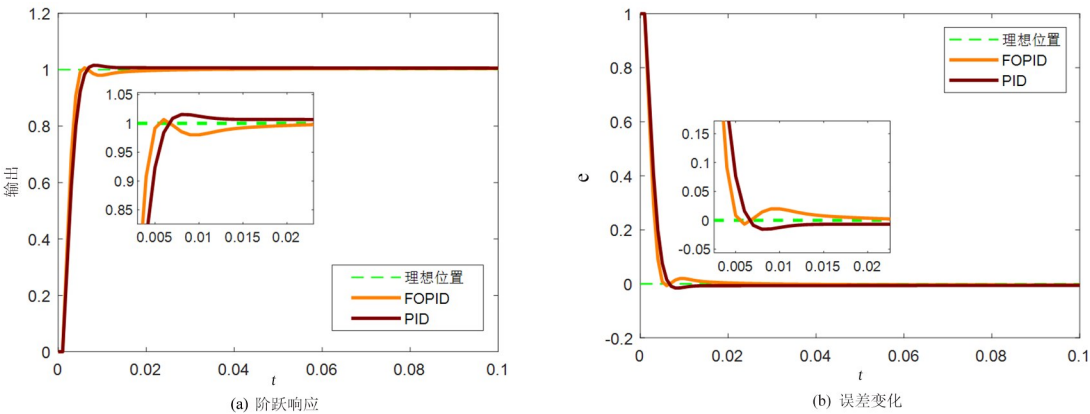


图 7 PID 与 FOPID 对比(G1 作为控制对象).(a) 阶跃响应,(b) 误差变化
Fig.7 Comparison between PID and FOPID (G1 as the control object).(a) step response,(b) error chang

表 1 基于布谷鸟优化的控制结果对比 (作为控制对象)

Table 1 Comparison of control results based on cuckoo optimization (G2 as the control object)

	K_p	K_i	K_d	λ	μ	Mp(%)	Ess(%)	$t_r(s)$	$t_s(s)$	f_p
FOPID	9.63	10	7.06	0.48	0	1.84	0.24	0.005	0.006	0.854
PID	9.73	10	0.00	1	1	—	0.43	0.008	0.019	2.313

表 2 基于布谷鸟优化的控制结果对比 (作为控制对象)

Table 2 Comparison of control results based on cuckoo optimization (G1 as the control object)

	K_p	K_i	K_d	λ	μ	Mp(%)	Ess(%)	$t_r(s)$	$t_s(s)$	f_p
FOPID	0	0.219	0	0.957	0.478	0.45	0.41	0.004	0.005	0.911
PID	0	0.265	0	1	1	4.66	0.56	0.005	0.007	1.229

(2)各种优化算法参数整定对比

没有一种智能优化算法对所有问题都是最优的,对不同的研究对象,需要选择合适的智能优化算法.因此采用分数阶 PID 对 G1 进行控制,我们将 CSL 算法与其他算法进行对比,选择出更优的

智能优化算法.本文对比 PSO、CS、CSW、ALO,以及本文提出 CSL 算法,分别对 Caputo 分数阶定义下的分数阶 PID 进行参数整定,比较各种优化算法的优化效果,同样进行 10 次计算然后计算平均值进行比较.

表 3 多种智能优化算法的控制结果对比

Table 3 Comparison of control results of various intelligent optimization algorithms

	K_p	K_i	K_d	λ	μ	Mp(%)	Ess(%)	$t_r(s)$	$t_s(s)$	f_p
PSO	0	3.094	0	1.427	0.023	58.71	9.88	0.1101	0.0650	17.905
CS	0	0.237	0	0.981	0.221	2.26	0.49	0.0048	0.0067	1.178
CSW	0	0.224	0	0.969	1.160	0.79	0.46	0.0049	0.0053	0.998
ALO	0	1.316	0	0.654	0.002	15.83	22.10	0.0031	0.0556	28.034
CSL	0	0.219	0	0.957	0.478	0.45	0.41	0.004	0.0052	0.911

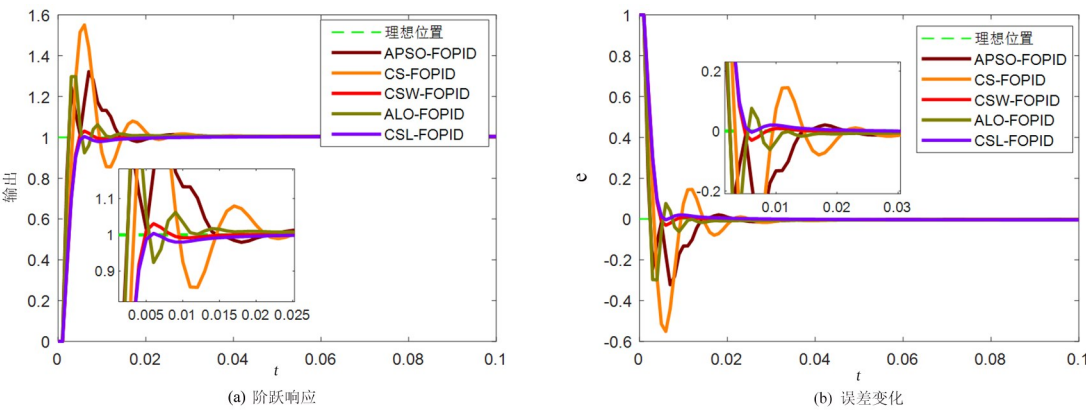


图 8 多种智能优化算法效果对比图.(a) 阶跃响应,(b) 误差变化
Fig.8 Comparison of effects of various optimization algorithms.(a) step response,(b) error chang

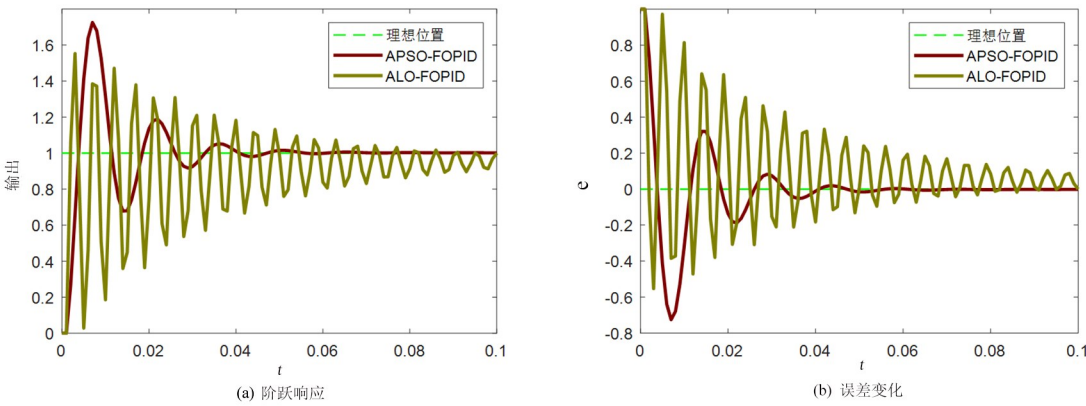


图 9 PSO 与 ALO 控制效果图.(a) 阶跃响应,(b) 误差变化
Fig.9 PSO and ALO control renderings.(a) step response,(b) error chang

根据图 8 和表 3,对利用多种优化算法进行参数整定的结果进行对比,可以发现在布谷鸟系列的智能优化算法优化下,分数阶 PID 的控制效果最好.在实验中发现利用 PSO 算法和 ALO 算法对分

数阶 PID 进行参数整定并不稳定,虽然有时可以得到如图 8 中较好的效果,但同样可以得到图 9 所示的十分差的效果,但布谷鸟系列的优化算法十分稳定,每次计算都能得到好的结果.这主要是因为

布谷鸟系列采用了重尾分布产生随机数,能够产生游走步长较大的随机数,从而避免陷入局部最优之中,但 PSO 和 ALO 没有布谷鸟系列算法的随机性强,因此容易陷入局部最优中,从而得到不够好的结果.而对布谷鸟系列算法进行比较发现,利用 CSL 算法比利用 CS 算法和 CSW 算法对分数阶 PID 进行参数整定得到的控制效果要好,说明 CSL 算法是对分数阶 PID 进行参数整定的有效工具,具有优秀的参数优化能力.

因此,针对发动机供油量对推力的控制,使用布谷鸟算法系列是可靠的选择,其中本文给出的 CSL 算法对分数阶 PID 进行参数整定是比其他优化算法更优的选择.

4.2 基于 RBF 网络的参数在线整定结果分析

由于利用智能优化算法进行分数阶 PID 参数整定只能进行离线运算,参数整定后固定下来就无法变动,因此本文设计了利用 RBF 网络对分数阶 PID 进行参数在线整定算法,可以根据实际情况实现参数自整定.针对航空发动机推力控制,以 G1 为

控制对象,分别利用 RBF 神经网络对 PID 和分数阶 PID 进行参数在线整定,为了观察参数在线整定的效果,设定两次阶跃让控制器进行跟踪,得到控制效果图 10 和表 4,其中表 4 给出的是分数阶 PID 和 PID 分别跟踪两次阶跃时达到的稳定误差.

可以从图 10 看出,对分数阶 PID 和整数阶 PID 进行参数在线整定过程中,控制器对应的参数最后都趋于稳定,两次阶跃跟踪过程平稳,并且每次分数阶 PID 的到达稳定点的速度都快于整数阶 PID.从表 4 中分数阶 PID 和整数阶 PID 达到稳定时的稳态误差可以发现,分数阶 PID 的控制精度要高于整数阶 PID.说明两次阶跃跟踪过程中分数阶 PID 的控制效果都要优于 PID 的控制效果,这证明分数阶 PID 的控制性能是更优的.从图 11 和图 12 可以看出,在两次阶跃跟踪过程中,分数阶 PID 和整数阶 PID 的参数会进行在线整定,根据实时情况进行自适应调整以优化控制效果.但参数变化浮动范围较少,原因在于供油量作为输入,推力作为输出的传递函数阶次较高,且分子的系数都比较大,所以参数只能在较小范围内才能实现较好的控制.

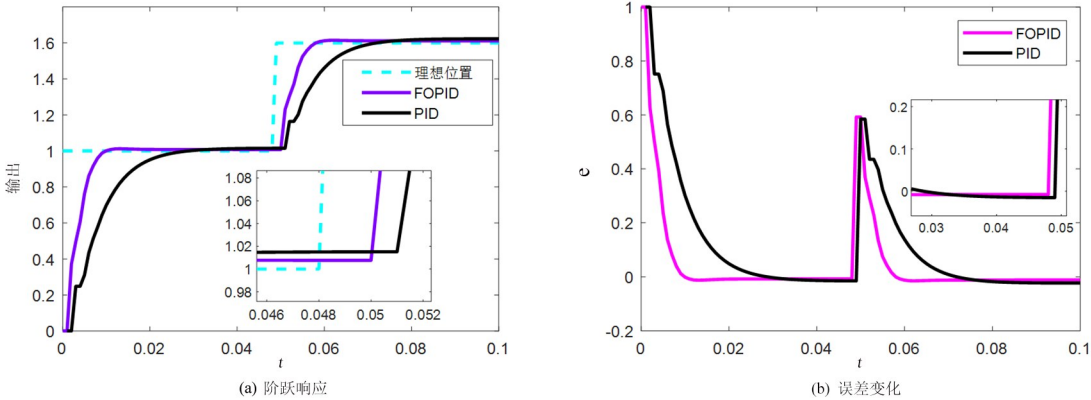


图 10 参数在线整定.(a) 阶跃响应,(b) 误差变化
Fig.10 Online parameter setting.(a) step response,(b) error change

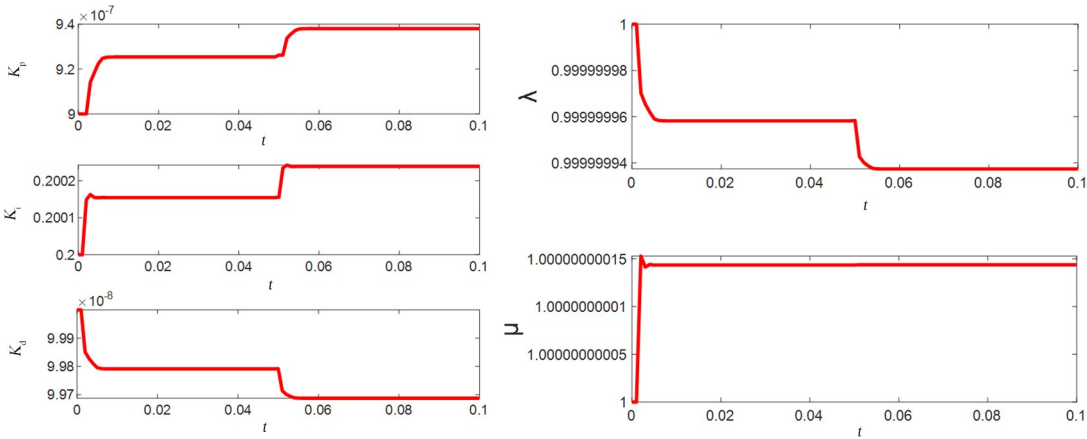


图 11 分数阶 PID 控制中参数在线整定效果图
Fig.11 Effect diagram of online parameter setting in fractional order PID

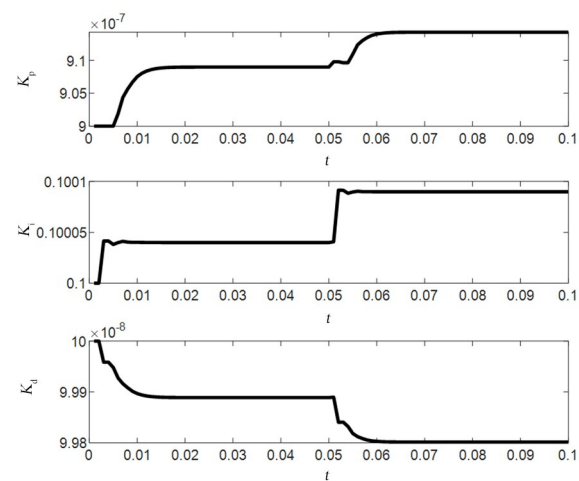


图 12 整数阶 PID 参数在线整定效果图
Fig.12 Effect diagram of online parameter setting
in integral order PID

表 4 参数在线整定的稳定误差		
Table 4	Stability errors of online parameter setting	
	第 1 次	第 2 次
分数阶 PID	0.0076	0.0112
整数阶 PID	0.0150	0.0229

综上所述,利用 RBF 网络进行分数阶 PID 参数在线整定得到的效果较好,相对于利用智能优化算法进行分数阶 PID 参数整定,参数在线整定能实时根据系统进行自适应调节,智能化程度更高,同时与整数阶 PID 对比发现,用分数阶 PID 控制器对航空发动机推力进行控制确实能提高推力控制效果。

5 结论

本文围绕航空发动机的 PID 控制,将分数阶微积分引入到 PID 中进行改进,建立了基于 Caputo 定义下的分数阶 PID 数学模型,提出了改进的 CSL 智能优化算法,实现了分数阶 PID 的离线参数整定,并基于 RBF 神经网络建立了分数阶 PID 在线参数整定方法,实现了航空发动机分数阶 PID 控制的离线和在线控制。

智能优化算法对分数阶 PID 进行参数整定具有需要的先验知识少、能够在时域和频域上进行设计、所选的性能指标可以根据需求选择的优点,本文提出利用对数正态分布改进布谷鸟算法得到 CSL 算法,对分数阶 PID 进行参数整定,得出了分数阶 PID 的控制效果要优于传统 PID,且利用 CSL

算法对分数阶 PID 的参数整定效果更好的结果。
对于分数阶 PID 参数在线整定,本文设计了利用 RBF 神经网络对分数阶 PID 参数进行在线优化学习,实现参数自适应整定,最后得到了参数在线整定模型,且实验结果表明,参数在线整定效果较好,比普通 PID 控制效果更优,说明使用分数阶 PID 控制器能提高航空发动机推力控制。

参考文献

[1] 傅强. 智能 PID 控制器在航空发动机控制中的应用研究 [D]. 西安: 西北工业大学,2002.
FU Q. Intelligent PID controller in the application of aero - engine control [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2022. (in Chinese)
[2] 何柳青,杨春林,潘勇军. 基于模糊 PID 算法的整车避撞控制多工况仿真 [J]. 动力学与控制学报, 2021,19(3): 38-45.
HE L Q, YANG C L, PAN Y J. Multi condition simulations of vehicle collision avoidance control via fuzzy PID algorithm [J]. Journal of Dynamics and Control, 2021,19(3): 38-45. (in Chinese)
[3] 聂小博,熊玥,潘勇军. 基于模糊 PID 算法的车身稳定控制策略与多工况联合仿真 [J]. 动力学与控制学报, 2021,19(3): 46-52.
NIE X B, XIONG Y, PAN Y J. Multi condition co simulations of vehicle stability control via fuzzy PID algorithm [J]. Journal of Dynamics and Control, 2021,19(3): 46-52. (in Chinese)
[4] 路永婕,李成,怀文青,等. 基于轮胎与三维路面接触分析的车辆半主动控制研究 [J]. 动力学与控制学报, 2021,19(3): 60-68.
LU Y J, LI C, HUAI W Q, et al. Research on vehicle semi active control based on contact analysis of tire and 3d pavement [J]. Journal of Dynamics and Control,2021,19(3): 60-68. (in Chinese)
[5] 张佳俊,张舒,徐鉴.下肢康复外骨骼人机耦合动力学建模与控制 [J]. 动力学与控制学报, 2021,19(4): 55-63.
ZHANG J J, ZHANG S, XU J. Human machine coupled dynamic modelling and control of lower limb exoskeleton for rehabilitation [J]. Journal of Dynamics and Control,2021,19(4): 55-63. (in Chinese)
[6] 昌耀鹏,周加喜,徐道临.双层主动隔振系统优化设计方法研究 [J]. 动力学与控制学报, 2022,20(1): 35-41.

- CHANG Y P, ZHOU J X, XU D L. Research on optimization design method of double layer active vibration isolator system [J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2022, 20(1): 35—41. (in Chinese)
- [7] 赵俊淇, 陈卫东, 余本嵩. 基于刚体卫星绳系编队系统的动力学建模及姿态控制 [J]. *动力学与控制学报*, 2021, 19(2): 8—14.
- ZHAO J Q, CHEN W D, YU B S. Dynamic modeling and attitude control of tether satellite formation system with a rigid body tether satellite formation system with a rigid body [J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2021, 19(2): 8—14. (in Chinese)
- [8] PODLUBNY I. Fractional-order systems and PID controllers [J]. *IEEE Transactions on automatic control*, 1999, 44(1): 208—214.
- [9] 张欣. 分数阶 $PI\lambda D\mu$ 控制器设计与应用研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2016.
- ZHANG X. Study on design and application of fractional order $PI\lambda D\mu$ controller[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2016. (in Chinese)
- [10] 薛定宇. 控制系统计算机辅助设计: MATLAB 语言与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2012.
- XUE D Y. Computer aided control system design using MATLAB language[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2012. (in Chinese)
- [11] XUE D Y, ZHAO C N, CHEN Y Q. A modified approximation method of fractional order system [C]. 2006 International Conference on Mechatronics and Automation [J]. *IEEE*, 2006: 1043—1048.
- [12] GAO Z, LIAO X Z. Improved Oustaloup approximation of fractional-order operators using adaptive chaotic particle swarm optimization [J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2012, 23(1): 145—153.
- [13] 宋保业, 许琳, 卢晓. 基于 Tustin 变换的分数阶微分算子近似离散化 [J]. *科学技术与工程*, 2015, 15(13): 92—95.
- SONG B Y, XU L, LU X. Discrete approximation of fractional-order differentiator based on Tustin transform [J]. *Science Technology and Engineering*, 2015, 15(13): 92—95. (in Chinese)
- [14] 李儒贵, 单梁, 李晓春. 分数阶控制算法在交流伺服系统的数字化实现 [J]. *电工技术学报*, 2014(s1): 177—183.
- LI R G, SHAN L, LI X C. The digital implementation of fractional control algorithm on AC servo system [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2014(s1): 177—183. (in Chinese)
- [15] 唐贤伦. 混沌粒子群优化算法理论及应用[D]. 重庆: 重庆大学, 2007.
- TANG X L. The theory and application of particle swarm optimization algorithm based on chaos [D]. Chongqing: Chongqing University, 2007. (in Chinese)
- [16] SUN J, FENG B, XU W. Particle swarm optimization with particles having quantum behavior [C]. *Proceedings of the 2004 Congress on Evolutionary Computation (IEEE Cat. No. 04TH8753)*. *IEEE*, 2004, 1: 325—331.
- [17] DABIRI A, MOGHADDAM B P, MACHADO J A T. Optimal variable-order fractional PID controllers for dynamical systems [J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2018, 339: 40—48.
- [18] PRADHAN R, MAJHI S K, PRADHAN J K. Optimal fractional order PID controller design using ant lion optimizer [J]. *Ain Shams Engineering Journal*, 2020, 11(2): 281—291.
- [19] SIKANDER A, THAKUR P, BANSAL R C. A novel technique to design cuckoo search based FOPID controller for AVR in power systems [J]. *Computers & Electrical Engineering*, 2018, 70: 261—274.
- [20] ASGHARNIA A H, JAMALI A, SHAHNAZI R. Load mitigation of a class of 5-MW wind turbine with RBF neural network based fractional-order PID controller [J]. *Instrumentation, Systems, and Automation Society Transactions*, 2020, 96: 272—286.
- [21] PIRASTEH-MOGHADAM M, SARYAZDI M G, LOGHMAN E. Development of neural fractional order PID controller with emulator. *Instrumentation [J]. Systems, and Automation Society Transactions*, 2020, 106: 293—302.
- [22] 薛定宇. 分数阶微积分学与分数阶控制[M]. 北京: 科学出版社, 2018.
- XUE D Y. Fractional calculus and fractional-order control[M]. Beijing: Science Press, 2018. (in Chinese)
- [23] MIRJALILI S. The ant lion optimizer [J]. *Advances in Engineering Software*, 2015, 83: 80—98.
- [24] YANG X S, DEB S. Cuckoo search via Lévy flights. 2009 World Congress on Nature and Biologically Inspired Computing [J]. *IEEE*, 2009: 210—214.
- [25] WEI J, CHEN Y Q, YU Y, et al. Optimal randomness in swarm-based search [J]. *Mathematics*, 2019, 7(9): 828.