# 漂浮基空间机械臂的反演滑模容错控制\*

宋齐1 王远彬1 于潇雁1,2\*

(1.福州大学机械工程及自动化学院,福州,350116)(2.流体动力与电液智能控制福建省高校重点实验室,福州,350116)

**摘要** 讨论了载体位置不受控制的情况下,漂浮基三杆空间机械臂系统的滑模容错控制问题.选择合适的坐标系,利用拉格朗日第二动力学方程,结合系统质心定义,根据系统动量守恒原理,建立漂浮基三杆空间机械 臂系统的动力学方程.依据非奇异滑模控制和积分滑模控制理论提出切换函数,基于反演的控制策略,结合 高阶滑模控制理论,提出了一个新型的控制率,实现了对空间械臂系统的稳定控制.该控制方法同时具有了 高阶滑模控制、非奇异滑模控制和积分滑模控制的特性,抖震小、非奇异并且响应速率快.为了实现在故障函数、故障大小未知的状态下,依旧能够实现稳定控制,提出了一个新的自适应率,该自适应率提高了系统对故 障的容错能力.最后通过 MATLAB 仿真验证了所提出的控制方法的有效性,证明了在机械臂发生故障的情况 下能够快速、稳定的实现轨迹控制,并且具有较高的精度.

关键词 空间机械臂, 故障, 滑模控制, 容错控制, 反演控制

DOI: 10.6052/1672-6553-2020-114

# 引言

空间机械臂所处空间环境的特殊性,系统产生 故障之后,宇航员难以在较短的时间内到达故障位 置进行维修,容易对后续空间任务的完成造成较大 的影响,产生较为严重的后果.因而如何保证对空 间机械臂的控制具有高精度、较好的稳定性和较高 的安全性一直都是研究的重点内容<sup>[1,2]</sup>.

为了提高机械臂在轨迹追踪过程中的稳定性 与容错性能,大量的容错控制方法被提出来了. Niederlinski<sup>[3]</sup>最早提出了完整性控制的概念,随后 容错控制这一概念被正式的提了出来.在这个基础 上,人们对容错控制进行了深入的研究.Zhang<sup>[4]</sup>针 对单输入单输出的二阶非线性系统,利用神经网络 (ANN)提出了一种适应性的主动容错控制.Qin<sup>[5]</sup> 等人提出了一种通过残差发生器作为观测器,然后 将比例微分(PD)与比例积分微分(PID)控制律相 互结合的容错控制.还有很多的其他的控制方法, 比如*H*<sub>\*</sub>控制<sup>[6]</sup>,反演制<sup>[7]</sup>,滑模控制<sup>[8]</sup>等.在众多的 容错控制方法中,由于滑模控制具有较好的鲁棒 性,因而根据滑模控制所提出来的容错控制被广泛 的应用于机械臂中.但是滑模控制本身有一系列的 缺点,如:收敛时间较慢、存在抖振、需要知道不确 定性因素的上界等问题.因此为了解决这些问题, 一系列的控制方法被提出来了.Wang<sup>[9]</sup>和Yin<sup>[10]</sup>等 人提出的快速终端滑模控制方案解决了滑模控制 的有限时间收敛的问题.Liu<sup>[11]</sup>和Van<sup>[12]</sup>等人提出的 非奇异快速终端滑模控制方法同时解决了滑模控 制的奇异和有限时间收敛问题.Wu<sup>[13]</sup>等人通过二 阶滑模控制器解决了系统不确定因素所需要预知 上界的问题.童超<sup>[14]</sup>等人提出了基于模糊幂次趋近 律的快速滑模控制,对抖震的抑制效果明显.Van<sup>[12]</sup> 等人提出了高阶滑模控制方式在一定程度上减小 了抖震的存在并具有较好的跟踪精度.以上他们所 提出的这些方法都在一定程度上解决了滑模控制 本身存在的弊端,并且实现了很好的控制.但是这 些方法仅仅考虑了滑模控制一种或者两种缺点然 后予以解决,没有综合考虑滑模控制本身的多种 弊端.

当空间机械臂作业的时候,希望机械在保证系 统本身稳定性的前提下,既能够稳定运行,也具有 较高的反应速率,这样可以提高其可操作性.因此 本文提出一种新型的滑模控制方案,同时综合高阶 滑模控制、快速终端滑模控制和积分滑模控制的优

<sup>2019-10-14</sup>收到第1稿,2019-11-25收到修改稿.

<sup>\*</sup>国家自然科学基金资助项目(51741502),福建省工业机器人基础部件技术重大研发平台(2014H21010011)

<sup>†</sup>通讯作者 E-mail: cool@fzu.edu.cn

势,使得该控制器同时具有非奇异、抖振小和收敛 迅速的特性.还通过对控制器进行的优化设计,使 得机械臂能够在一定程度上允许机械故障发生之 后,依旧能够依据既定的任务要求,持续稳定运行, 完成空间操作任务.

首先依照积分滑模控制切换函数提出一个非 奇异的积分切换函数,确保控制方法具有非奇异积 分滑模控制的快速收敛的优点.然后将切换函数通 过求导的方法,将其转化成三阶的形式,在满足 Lyapunov稳定理论的前提下设计控制方案,使其同 时具有高阶滑模控制抖振小的优点,从而保证所设 计的方法收敛速度快、非奇异且抖振小.在控制方 法中对特定的参数进行优化设计,保证系统运行过 程不受不确定参数的影响,并达到容错的目的.最 后通过 MATLAB 数值仿真实现了机械臂的轨迹 跟踪.

## 1 问题描述

图1所示为在空间做平面运动的漂浮基刚性 三杆机器人系统.整个系统由自由漂浮的载体B。 和固定在载体上的机械臂B<sub>1</sub>、B<sub>2</sub>以及B<sub>3</sub>两部分组 成.任取一点作为原点,建立平动的惯性坐标系 (O-XY).



Fig.1 A planar free-floating space manipulator

机械臂仅在(X,Y)坐标内做平面运动,q0、q1、 q2和q3分别表示系统载体姿态以及机械臂关节的 相对转角.

忽略外太空的微重力,根据系统动量守恒,由 拉格朗日第二动力学方程可得到系统动力学的一 般形式方程为:

$$D(q)\ddot{q} + h(q,\dot{q})\dot{q} = \tau \tag{1}$$

其中, $q \in \mathbb{R}^n$ , $\dot{q} \in \mathbb{R}^n$ 和 $\ddot{q} \in \mathbb{R}^n$ 分别表示关节位置向 量,关节速度向量和关节加速度向量, $D(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为惯性矩阵, $h(q, \dot{q})\dot{q} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为包含科氏力和离心 力项,  $\tau \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为关节力矩向量.

考虑到系统存在扰动或者故障等未知因素,通 常空间机器人的一般动力学方程可写成:

 $\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})^{-1}\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{D}(\boldsymbol{q})^{-1}(-\boldsymbol{h}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}})$ 

 $+\boldsymbol{\gamma}(t-\boldsymbol{T}_f)\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}},\boldsymbol{\tau}) \tag{2}$ 

其中, $\phi(q, \dot{q}, \tau) \in \mathbb{R}^n$ 为系统故障函数, $\gamma(t - T_f) \in \mathbb{R}^n$ 是对故障事件的描述, 而 $T_f$ 是指故障所发生的时刻. $\gamma(t - T_f)$ 通常是一个对角矩阵,其形式一般为:

$$\boldsymbol{\gamma}(t - \boldsymbol{T}_{f}) = \text{diag} \{ \boldsymbol{\gamma}_{1}(t - T_{f1}), \boldsymbol{\gamma}_{2}(t - T_{f2}), \dots, \boldsymbol{\gamma}_{n}(t - T_{n}) \}$$
(3)

其中, $\gamma_i$ (*i* = 1, 2, 3, ..., *n*)的大小表示故障函数对状态方程的影响程度.故障函数模型可表示为:

$$\boldsymbol{\gamma}_{i}(t - \boldsymbol{T}_{fi}) = \begin{cases} 0 & t < T_{fi} \\ 1 - e^{-a_{i}}(t - T_{fi}) & t \ge T_{fi} \end{cases}$$
(4)

其中,*a<sub>i</sub>* > 0用来表示未知故障的演化速率,*a<sub>i</sub>*较大时表示突发性故障, 而*a<sub>i</sub>*值较小时表示潜在故障.

根据动力学方程模型,定义 $x_1 = q, x_2 = \dot{q}, 则$ 机械臂的动力学方程可以改写为:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_1 = \boldsymbol{x}_2 \tag{5}$$

$$\dot{x}_2 = D^{-1}(x_1)u + f(x_1, x_2) + B$$
(6)

(7)

其中,  $u = \tau$  为驱动力矩,  $f(x_1, x_2) = D(q)^{-1}(-h(q, \dot{q})\dot{q})$  为系统已知部分参数,  $B = \gamma(t - T_t)\phi(q, \dot{q}, \tau)$ 为机械臂的故障参数.

 $y = x_1$ 

本文主要设计一个合适的控制输入*u*,来达到 发生故障的状态下依旧实现对轨迹的跟踪控制.

# 2 基于反演的滑模容错控制器的设计

首先需要确保所提出的控制方法是非奇异的, 并且能够快速收敛,因此定义一个非奇异积分滑模 面为:

$$s = \int_{0}^{t} (e + K_1 e^a + K_2 \dot{e}^{p/b}) dt$$
 (8)

其中,  $K_1 = \text{diag} \{K_{11}, K_{12}, ..., K_{1n}\}, K_2 = \text{diag} \{K_{21}, K_{22}, ..., K_{2n}\}, 具体数值主要取决于滑模面的性质.p$  $和b分别为两个正奇数并且<math>1 < p/b < 2, \alpha < p/b.x_d$ 表示关节期望轨迹, $e = x_1 - x_d$ 表示实际轨迹与期望 轨迹的误差. $\dot{x}_d$ 表示关节实期望加速度, $\dot{e} = \dot{x}_1 - \dot{x}_d$ 为关节实际加速度和期望加速度的差.

该滑模面函数结合了快速终端滑模控制和非 奇异滑模控制的特点,使得系统能够在有限的时间 内收敛并且非奇异.理想的滑模状态有*s* = *s* = 0, 也就是 $e + K_1 e^a + K_2 \dot{e}^{ph} = 0.$ 为了克服滑模控制本身的振动特性,将滑模面函数转换成高阶形态,达到减小振动的目的.因而对滑模面函数关于时间t求导有:

$$\dot{\boldsymbol{s}} = \boldsymbol{e} + \boldsymbol{K}_1 \boldsymbol{e}^a + \boldsymbol{K}_2 \dot{\boldsymbol{e}}^{p/b} \tag{9}$$

$$\ddot{\boldsymbol{s}} = \dot{\boldsymbol{e}} + a\boldsymbol{K}_1 |\boldsymbol{e}|^{a^{-1}} \dot{\boldsymbol{e}} + \frac{p}{h} \boldsymbol{K}_2 |\dot{\boldsymbol{e}}|^{p/b^{-1}} \ddot{\boldsymbol{e}}$$
(10)

再将基于状态向量的系统动力学二阶状态空间模型转变成基于选定滑模面的三阶状态空间模型如下:

$$\dot{\boldsymbol{s}} = \boldsymbol{s}_2 \tag{11}$$

$$\dot{\boldsymbol{s}}_2 = \boldsymbol{s}_3 \tag{12}$$

$$\dot{\boldsymbol{s}}_{3} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left( \dot{\boldsymbol{e}} + a\boldsymbol{K}_{1} \right| \boldsymbol{e}^{a^{-1}} \dot{\boldsymbol{e}} + \frac{p}{b} \boldsymbol{K}_{2} \left| \dot{\boldsymbol{e}} \right|^{p/b^{-1}} \ddot{\boldsymbol{e}} \right) \quad (13)$$

为了找到(13)的状态空间模型的有效输入,依据反演设计的原则设计控制器.引入坐标变换:

$$\boldsymbol{\theta}_1 = \boldsymbol{s} \tag{14}$$

$$\boldsymbol{\theta}_2 = \boldsymbol{s}_2 + \boldsymbol{k}_1 \boldsymbol{s} \tag{15}$$

$$\boldsymbol{\theta}_3 = \boldsymbol{s}_3 + \boldsymbol{\varphi} \tag{16}$$

其中, $k_1$ 为设计参数.根据Lyapunov稳定性定理,针 对方程(14)定义Lyapunov函数:

$$\boldsymbol{V}_1 = \frac{1}{2}\boldsymbol{\theta}_1^2 \tag{17}$$

对式(17)关于时间t的导数为:

$$\dot{\boldsymbol{V}}_{1} = \boldsymbol{\theta}_{1} \dot{\boldsymbol{\theta}}_{1} = -\boldsymbol{k}_{1} \left| \boldsymbol{\theta}_{1} \right|^{2} + \boldsymbol{\theta}_{1} \boldsymbol{\theta}_{2}$$
(18)

要想保证系统的稳定性, $\dot{V}_1$ 的值必须小于0,因此 需要保证 $\theta_2$ 的值为0即可.选取Lyapunov函数:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}\theta_2^2$$
 (19)

对式(19)关于时间t的导数为:

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + \theta_2 \dot{\theta}_2 = \dot{V}_1 + \theta_2 (\theta_3 - \varphi + k_1 (\theta_2 - k_1 \theta_1))$$
(20)

取 $\varphi = \mathbf{k}_2 \theta_2 + \mathbf{s} + \mathbf{k}_1 \dot{\mathbf{s}}, \mathbf{k}_2$ 为设计参数.将其代入 (20)式得到:

$$\dot{\boldsymbol{V}}_{2} = -\boldsymbol{k}_{1} \left| \boldsymbol{\theta}_{1} \right|^{2} - \boldsymbol{k}_{2} \left| \boldsymbol{\theta}_{2} \right|^{2} + \boldsymbol{\theta}_{2} \boldsymbol{\theta}_{3}$$
(21)

那么针对 $\dot{V}_2$ ,要想保证系统的稳定性,其值必须小于0,从式(21)可看出只需要 $\theta_3$ 为0即可.因而定义 Lyapunov函数为:

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2}\theta_3^2$$
 (22)

对式(22)关于时间t求导,那么有:

$$\dot{\boldsymbol{V}}_{3} = \dot{\boldsymbol{V}}_{2} + \boldsymbol{\theta}_{3}\dot{\boldsymbol{\theta}}_{3}$$

$$= -\boldsymbol{k}_{1} \left|\boldsymbol{\theta}_{1}\right|^{2} - \boldsymbol{k}_{2} \left|\boldsymbol{\theta}_{2}\right|^{2} + \boldsymbol{\theta}_{2}\boldsymbol{\theta}_{3} + \boldsymbol{\theta}_{3}\dot{\boldsymbol{\theta}}_{3}$$

$$= -\boldsymbol{k}_{1} \left|\boldsymbol{\theta}_{1}\right|^{2} - \boldsymbol{k}_{2} \left|\boldsymbol{\theta}_{2}\right|^{2} + \boldsymbol{\theta}_{2}\boldsymbol{\theta}_{3} + \boldsymbol{\theta}_{3}\left(\ddot{\boldsymbol{s}} + \dot{\boldsymbol{\varphi}}\right)$$

$$= -\boldsymbol{k}_{1} \left|\boldsymbol{\theta}_{1}\right|^{2} - \boldsymbol{k}_{2} \left|\boldsymbol{\theta}_{2}\right|^{2} + \boldsymbol{\theta}_{2}\boldsymbol{\theta}_{3}$$

$$+ \boldsymbol{\theta}_{3} \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dot{\boldsymbol{e}} + a\boldsymbol{K}_{1}\right)\boldsymbol{e}\right)^{a^{-1}} \dot{\boldsymbol{e}} + \frac{p}{b}\boldsymbol{K}_{2} \left|\dot{\boldsymbol{e}}\right|^{p/b^{-1}} \ddot{\boldsymbol{e}}\right) + \dot{\boldsymbol{\varphi}}\right)$$

$$(23)$$

根据式(23)可知,通过选取合适的τ,保证  $\dot{V}_3 < 0$ 即可保证跟踪误差渐进收敛至0,即系统是 稳定的.因此设计控制器为:

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{D}\boldsymbol{\omega}^{-1} \left( -\boldsymbol{\omega} \left( \boldsymbol{D} \left( \boldsymbol{q} \right)^{-1} \left( -\boldsymbol{h} \left( \boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}} \right) \dot{\boldsymbol{q}} \right) - \ddot{\boldsymbol{q}}_{d} \right) \right. \\ \left. \left. - \left( \dot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{K}_{1} \boldsymbol{\alpha} \right| \boldsymbol{e} \right|^{a^{-1}} \dot{\boldsymbol{e}} \right)$$

$$\left. + \boldsymbol{\varphi} - \int_{0}^{t} \left( \boldsymbol{k}_{3} \boldsymbol{\theta}_{3} + \boldsymbol{\theta}_{2} \right) \mathrm{d}t - \int_{0}^{t} \left( \boldsymbol{\delta} \right) \mathrm{sign} \left( \boldsymbol{\theta}_{3} \right) \mathrm{d}t \right)$$

$$\left. + \boldsymbol{\varphi} - \int_{0}^{t} \left( \boldsymbol{k}_{3} \boldsymbol{\theta}_{3} + \boldsymbol{\theta}_{2} \right) \mathrm{d}t - \int_{0}^{t} \left( \boldsymbol{\delta} \right) \mathrm{sign} \left( \boldsymbol{\theta}_{3} \right) \mathrm{d}t \right)$$

其中, $\boldsymbol{\omega} = K_2 \frac{p}{b} |\dot{\boldsymbol{e}}|^{\frac{p}{b}-1}, \delta$ 为机械臂故障和摩擦因素 对机械臂的影响参数的估计值,一般情况下均为正 值,并且有 $\delta \ge \frac{d}{dt} (\Delta \boldsymbol{\omega}),$ 因此有:

$$\dot{\boldsymbol{V}}_{3} = -\boldsymbol{k}_{1} \left| \boldsymbol{\theta}_{1} \right|^{2} - \boldsymbol{k}_{2} \left| \boldsymbol{\theta}_{2} \right|^{2} - \boldsymbol{k}_{3} \left| \boldsymbol{\theta}_{3} \right|^{2} + \left| \boldsymbol{\theta}_{3} \right| \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} (\Delta \boldsymbol{\omega}) - (\boldsymbol{\delta}) \operatorname{si} gn(\boldsymbol{\theta}_{3}) \left| \boldsymbol{\theta}_{3} \right|$$

$$\leq -\boldsymbol{k}_{1} \left| \boldsymbol{\theta}_{1} \right|^{2} - \boldsymbol{k}_{2} \left| \boldsymbol{\theta}_{2} \right|^{2} - \boldsymbol{k}_{3} \left| \boldsymbol{\theta}_{3} \right|^{2} - \boldsymbol{k} \left| \boldsymbol{\theta}_{3} \right|$$

$$\leq -\boldsymbol{k}_{1} \left| \boldsymbol{\theta}_{1} \right|^{2} - \boldsymbol{k}_{2} \left| \boldsymbol{\theta}_{2} \right|^{2} - \boldsymbol{k}_{3} \left| \boldsymbol{\theta}_{3} \right|^{2}$$

$$\leq -\boldsymbol{k}_{1} \left| \boldsymbol{\theta}_{1} \right|^{2} - \boldsymbol{k}_{2} \left| \boldsymbol{\theta}_{2} \right|^{2} - \boldsymbol{k}_{3} \left| \boldsymbol{\theta}_{3} \right|^{2}$$

$$\leq -\boldsymbol{k}_{1} \left| \boldsymbol{\theta}_{1} \right|^{2} - \boldsymbol{k}_{2} \left| \boldsymbol{\theta}_{2} \right|^{2} - \boldsymbol{k}_{3} \left| \boldsymbol{\theta}_{3} \right|^{2}$$

所以 $\dot{V}_3 \leq 0$ 成立,即系统是有界稳定的.

在一般情况下,由于故障是随机发生的并且摩 擦参数对机械臂的影响并不是一个确定的值,在实 际运行过程中很难知道其准确值,但是为了确保  $\delta \ge \frac{d}{dt} (\Delta \omega)$ 成立,取:

$$\dot{\delta} = \begin{cases} 0 & |\boldsymbol{\theta}_3| \leq \varepsilon \\ \mu |\boldsymbol{\theta}_3| & |\boldsymbol{\theta}_3| > \varepsilon \end{cases}$$
(26)

其中, $\mu$ 和 $\varepsilon$ 均为给定的数值.不确定参数的上界 实际值为 $\gamma$ ,估计值为 $\delta$ ,选取Lyapunov函数:

$$\boldsymbol{V}_{4} = \boldsymbol{V}_{3} + \frac{1}{2}\mu(\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{\delta})^{2}$$
(27)

式(27)对时间t求导为:

$$V_{4} = V_{3} - \mu\delta(\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{\delta})$$

$$= -\boldsymbol{k}_{1} |\boldsymbol{\theta}_{1}|^{2} - \boldsymbol{k}_{2} |\boldsymbol{\theta}_{2}|^{2} - \boldsymbol{k}_{3} |\boldsymbol{\theta}_{3}|^{2} + \boldsymbol{\theta}_{3} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} (\Delta \boldsymbol{\omega})$$

$$-(\boldsymbol{\delta}) \operatorname{si} \operatorname{gn}(\boldsymbol{\theta}_{3}) |\boldsymbol{\theta}_{3}| - (\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{\delta}) \boldsymbol{\theta}_{3}$$

$$\leq -\boldsymbol{k}_{1} |\boldsymbol{\theta}_{1}|^{2} - \boldsymbol{k}_{2} |\boldsymbol{\theta}_{2}|^{2} - \boldsymbol{k}_{3} |\boldsymbol{\theta}_{3}|^{2} + \boldsymbol{\theta}_{3} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} (\Delta \boldsymbol{\omega})$$

$$-(\boldsymbol{\delta}) \boldsymbol{\theta}_{3} - (\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{\delta}) \boldsymbol{\theta}_{3}$$

$$\leq -\boldsymbol{k}_{1} |\boldsymbol{\theta}_{1}|^{2} - \boldsymbol{k}_{2} |\boldsymbol{\theta}_{2}|^{2} - \boldsymbol{k}_{3} |\boldsymbol{\theta}_{3}|^{2}$$

$$(28)$$

所以 $\dot{V}_4 \leq 0$ 成立,说明说设计的方法能够保证系统稳定收敛.

#### 3 仿真实验

为了验证该算法的有效性,以做平面运动的三 杆漂浮基空间机械臂为对象,通过 MATLAB 软件 进行了运动仿真.假设载体在图1所示的平面尺寸 为1m×1m,其质量为 $m_0 = 100$  kg,惯性矩为 $I_0 =$ 16.667 kg·m<sup>2</sup>,机械臂的杆长分别为 $l_1 = l_2 = l_3 =$ 1m,质量分别为 $m_1 = 4$  kg, $m_2 = m_3 = 3$  kg,惯性矩 分别为 $I_1 = 0.333$  kg·m<sup>2</sup>, $I_2 = I_3 = 0.25$  kg·m<sup>2</sup>.系 统各参数选取为 $a_1 = 10, a_2 = 10, K_1 = 10, K_2 = 5,$  $\alpha = 1.4, p = 9, b = 7, k_1 = 200, k_2 = 100, k_3 = 5, \mu =$ 2, $\varepsilon = 0.01$ .

指定关节期望运动轨迹如下:

$$q_{d} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{t}{5\pi}\right) - 1 \\ \cos\left(\frac{t}{5\pi} + \frac{\pi}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{t}{3\pi} + \frac{\pi}{2}\right) - 1 \\ \sin\left(\frac{t}{5\pi} + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\pi}{2} \end{bmatrix}$$
(29)

本文论证的内容包含两部分,分别为机械臂在 正常状态下的轨迹跟踪状态和机械臂在发生故障 的情况下轨迹跟踪状态.机械臂的初始状态角分别 为 $q_0 = 0.32, q_1 = 0.2, q_2 = 0.3, q_3 = 1.1.$ 

当机械臂在无故障发生的状态下运行时,只要 能够实现轨迹跟踪,不同的控制器影响的是轨迹追 踪上期望轨迹之前的状态,因此将所设计的控制器 跟 CTC<sup>115]</sup>和 PID-SMC<sup>115]5</sup>控制器一起放入模型中, 对其结果进行对比,整个仿真运行时间为10s.通过 MATLAB软件的模拟仿真,得到不同控制器对各个 关节的轨迹跟踪曲线,分别如图2~4 和图5 所示.

从这四幅图中曲线轨迹可以看出,当机械臂的实际 关节初始位置与期望轨迹初始值不一致时,CTC 控 制器在跟踪上期望轨迹之前会在一定范围内产生 大幅震荡,并且频率较快.这种关节角的高频率大 幅震荡容易引起机械臂的机械故障,系统的稳定性 差.而且在追踪上期望轨迹之前,所耗费的时间也 较长.PID-SMC控制器在进行轨迹追踪过程中,关 节角的变化较为平缓,不会产生跟CTC算法那样的 大幅震荡,甚至能够在较短时间内趋近于期望轨 迹,但是在实际轨迹趋近于期望轨迹之后,并不会 立即追踪上期望轨迹,需要花费较长的时间才能完 全追踪上期望轨迹.本文设计的基于反演的高阶滑 模容错控制(ABNFTSMC)相比较于前两种控制器, 在整个追踪过程关节角的变化较为平缓,不会出现 震荡,而且轨迹追踪花费时间较短,能够保证整个 系统在追踪过程中的平稳变化,表明了该控制器收 敛快,抖振小的特性.

为了验证该控制器在机械臂故障的状态下对 轨迹追踪的性能,即是否具有一定的容错能力,因 此在其轨迹追踪过程中对特定关节施加故障,定义 故障函数如下所示:

 $\phi(q, \dot{q}, \tau) = \begin{bmatrix} 30\sin(q_1q_2) + 4\cos(\dot{q}_1q_2) \\ +15\cos(\dot{q}_1\dot{q}_2) & T_{f_1} \ge 20 \\ -0.11\tau_2 & T_{f_2} \ge 30 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ (30)

故障函数的第一项表示机械臂在运行到第20s 的时候控制载体姿态的执行机构产生了一个突发 性故障.在发生第一个故障的基础上,运行到第30s 的时候关节1失去了11%的有效驱动力.关节2和 关节3的故障函数为0则表示该关节在整个运行过 程中未发生故障,健康运行.

加入故障函数之后,CTC和PID-SMC两个控





Fig. 3 The tracking angular trajectory of the joint 1



Fig. 4 The tracking angular trajectory of the joint 2



制器不具有对故障的容错能力.图6为运行时间为 30s的轨迹追踪图,在运行到第20s的时候,载体执 行机构开始出现故障,CTC和PID-SMC控制器所 追踪的曲线开始偏离预定轨迹,并且没法回归到预 定轨迹上来.运行时间超过30s之后,关节1的驱动 力减小,已经无法进行有效的轨迹追踪,仿真计算 失败,因此不再进行比较.

针对本文中所设计的控制器进行仿真计算.整 个追踪过程所用时间为50s.通过数值仿真得到载 体姿态角、关节1、关节2和关节3的轨迹跟踪曲线 分别如图7-11所示.图7为载体姿态角的轨迹追 踪曲线,从曲线中可以看出,虽然在第20s的时候











机械臂的执行机构发生了故障,但是实际轨迹并没 有发生严重偏离期望轨迹的情况.从图8(a)可以 看出姿态角执行机构出现故障之后,并没有对关节 2的正常运行产生影响,在运行到第30s的时候,关 节1失去了11%的驱动力,虽然此后短时间内关节 角出现了一定程度的振荡,但是在较短的时间内再 次跟踪上了期望轨迹,并且之后的运行过程中没有 出现较大的跟踪误差.从图9和图10轨迹曲线可以 看出,姿态角执行机构故障跟关节1的驱动力故障 并没有影响到关节2和关节3的正常运行.图11是 机械臂末端实际轨迹跟踪上了期望轨迹,虽然在第 20s 和第30s两个关节位置发生了一定程度的故



图 8 (b) 关节1驱动力故障后轨迹跟踪曲线放大图 Fig. 8(b) The enlargement of the tracking angular trajectory of the





Fig. 9 The tracking angular trajectory of the joint 2



Fig. 10 The tracking angular trajectory of the joint 3



Fig. 11 The tracking position trajectory of the end-effector

障,但是实际轨迹始终没有偏离期望轨迹,控制器的容错性能达到了预期的效果.

# 4 结论

本文依据漂浮基三杆空间机械臂具有动量守 恒和动量矩守恒的特性,利用拉格朗日第二动力学 方程结合系统总质心的概念建立了三杆平面运动 漂浮基空间机械臂系统的动力学方程.

然后在关节空间,依据反演的控制策略,提出 了一个滑模控制律.该控制律兼具高阶滑模控制、 积分滑模控制和非奇异滑模控制的优点,具有了响 应速率快、收敛性较好和抖振小的特性.为了保证 在具有一般的控制性能之外还具有一定的容错性 能,设计了一个动态自适应率.该自适应率添加到 控制器中为整个机械臂系统提供了更好的容错能 力,在一定程度上确保了机械臂在出现故障之后依 旧能够完成既定任务的能力,提高了整个机械臂系 统的稳定性,增强了其适应能力.系统数值仿真结 果表明,本文所提出的控制方法能够实现漂浮基空 间机械臂系统的快速稳定的跟踪控制.

## 参考文献

- Jie C, Patton R J. Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2001, 11(14): 1400~1401
- 2 Zhao J, Jiang B, Shi P, et al. Fault tolerant control for damaged aircraft based on sliding mode control scheme. International Journal of Innovative Computing, Information and Control, 2014, 10(1): 293~302
- 3 Niederlinski A. A heuristic approach to the design of linear multivariable interacting control systems. *Automatica*, 1971, 7(6): 691~701
- 4 Zhang T, Guay M. Adaptive control for a class of secondorder nonlinear systems with unknown input nonlinearities. *IEEE Transactions on Systems*, Man and Cybernetics-Part B: Cybernetics, 2003, 33(1):143~149
- 5 Qin L G, He X, Yan R, et al. Active fault-tolerant control for a quadrotor with sensor faults. *Journal Intelligent* & Robot Systems, 2017, 88: 449~467
- 6 Rigatos G, Siano P, Raffo G. A nonlinear H-infinity control method for multi-DOF robotic manipulators. *Nonlin*ear Dynamics, 2017, 88(1): 329~348
- 7 Vijay M, JenaDebashisha. Backstepping terminal sliding mode control of robot manipulator using radial basis functional neural networks. *Computers & Electrical Engineering*, 2018, 67: 690~707
- 8 Navvabi H, Markazi A H D. Hybrid position/force control

of stewart manipulator using extended adaptive fuzzy sliding mode controller (E-AFSMC). *ISA transactions*, 2019, 88: 280~295

- 9 Wang J, Hyun-Hee Kim, DadKaram, et al. Terminal sliding mode control with sliding perturbation observer for a hydraulic robot manipulator. IFAC-Papers OnLine, 2018, 51(22): 7~12
- 10 Yin L J, Deng Z L, Huo B Y, et al. Finite-time synchronization for chaotic gyros systems with terminal sliding mode control. *IEEE Transactions on Systems*, *Man*, and *Cybernetics*: Systems, 2019, 49(6): 1131~1140
- 11 Liu H B, Wang H P, Sun J L. Attitude control for QTR using exponential nonsingular terminal sliding mode control. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2019, 30 (1): 191~200
- 12 Van M, Kang H J. Robust fault tolerant control for uncertain robot manipulators based on adaptive quasi-continuous high-order sliding mode and neural network. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C:

Journal of Mechanical Engineering Science, 2015, 229 (8): 1425~1446

- 13 Wu Q, Saif M. Robust fault diagnosis of a satellite system using a learning strategy and second order sliding mode observer. *IEEE Systems Journal*, 2010, 4(1): 112~121
- 14 童超,陈力.基于模糊幂次趋近律的漂浮基空间机器 人快速滑模控制.机械设计与制造工程,2016,45 (10):59~62(Tong C, Chen L. Fast sliding mode control of free-floating space robot based on the fuzzy exponential reaching law. *Machine Design and Manufacturing Engeering*, 2016, 45(10):59~62(in Chinese))
- 15 Alvarez J, Arceo J C, Armenta C, et al. An extension of computed-torque control for parallel robots in ankle reeducation. *IFAC-Papers OnLine*, 2019, 52(11): 1~6
- 16 Wang H P, Ye X F, Tian Y, et al. Model-free-based terminal SMC of quadrotor attitude and position. *IEEE Trans*actions on Aerospace and Electronic Systems, 2016, 52 (5): 2519~2528

# A BACKSTEPPING SLIDING MODE FAULT-TOLERANT CONTROL FOR FREE FLOATING SPACE MANIPULATORS \*

Song Qi<sup>1</sup> Wang Yuanbin<sup>1</sup> Yu Xiaoyan<sup>1,2†</sup>

(1.School of Machine Engineer and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China) (2.Key Laboratory of Fluid Power and Electro-hydraulic Intelligent Control of Fujian Province, Fuzhou 350116, China)

**Abstract** A sliding mode fault-tolerant control for a free-floating three-link space manipulator is investigated when position of its base is uncontrollable. Firstly, with an appropriate coordinate system, the dynamic equation of the free-floating three-link space manipulator is established by the momentum conservation theorem, with the second Lagrange equation and the centroid of the system being employed or defined. Then, according to the non-singular sliding mode control and integral sliding mode control theory, a switching function is constructed. Based on the inversion control strategy and the high-order sliding mode control theory, a new control law is proposed. The controller has the combined characteristics of high-order sliding mode control, non-singular sliding mode control and integral sliding mode control in term of small chatting, non-singular and fast response. In order to achieve stable control under the fault function with unknown fault sizes, a new adaptive rate is proposed, which improves the fault tolerance of the system. Finally, the effectiveness of the proposed controller is verified by MATLAB simulation. It demonstrates that the trajectory control can be realized quickly and stably in the case of a mechanical arm failure with a high precision.

Key words space manipulator, fault, sliding mode control, fault tolerant control, backstepping control

Received 14 October 2019, revised 25 November 2020.

<sup>\*</sup> The project supported by the National Natural Science Foundation of China (51741502) and Fujian Province Industrial Robotic Basic Component Technology Major R&D Platform (2014H21010011)

<sup>†</sup> Corresponding author E-mail:cool@fzu.edu.cn