

时滞社团网络联合同步*

柴元[†] 吴泉军

(上海电力大学 数理学院, 上海 201300)

摘要 本文提出了一种全新的多目标混沌系统和时滞社团网络间的联合同步类型,在考虑噪声影响的情况下,设计了联合滑模控制器控制时滞社团网络,修正了主动滑模控制法,得到了时滞社团网络的同步律,并通过数值模拟实现了多目标非线性系统的联合同步,验证了多目标联合驱动的有效性.

关键词 时滞, 社团网络, 主动滑模控制, 联合同步

DOI: 10.6052/1672-6553-2019-015

引言

在现实世界中,复杂网络^[1-4]代表着多系统间的相互作用,是计算机科学、物理化学和生物学等诸多领域学者的研究兴趣所在. 复杂网络的研究包括建模研究和控制研究两个方面. 最初的网络模型假设节点都是相同的,但事实并非如此,继而若干复杂网络模型和控制方法被相继提出,如社团网络、分层网络、滑模控制、自适应控制等. 所谓的社团网络是一种结构细分化的复杂网络,其内部的不同节点组成不同的社团结构,多个社团结构相互耦合成一个复杂网络. 有关复杂网络的研究取得了许多开创性的成果,例如有限时间同步^[5];模相同步^[6,7];网络同步^[8];王兴元等^[9]基于数据流理论实现了复杂网络同步;王青云等^[10]发现了时滞影响下无标度神经网络的同步迁移;柴元等^[11]研究了时空社团网络的同步现象.

上述研究成果丰富了同步设计,但现实中的网络多由许多不同的非线性社团所构成,例如,脑神经网络中的大脑社团和小脑社团分别与外界的多个叠加信息同步且受噪声干扰. 网络结构的复杂性和干扰因素的多样性留下了两个悬而未解的问题:一是如何把多目标驱动和多结构网络联合起来进行控制. 多目标驱动和多结构网络广泛存在于现实世界中,如在包含海、陆、空运社团的交通网络等保密通讯领域的理论设计中,为增强信息传递的安

全性和难破解性,通常把多个非线性信号联合起来作为驱动目标. 在包含 DNA 和 RNA 社团的蛋白质网络等神经细胞领域的信息交互中,神经元之间的紧密关系及相互协作使传递的信息具有联合特性,若把社团网络当作响应目标,更符合神经网络的多社团信息交互特性. 二是如何设计控制方案,以消除时滞和噪声对同步的干扰. 时滞和噪声会破坏良好的控制效果,给控制方法的设计带来很大的困难,具体表现为:时滞会增强社团网络的非线性行为. 因为响应社团不仅随当前时刻系统状态的变化而变化,还受之前时刻系统状态的影响,从而每一时刻都是叠加的状态演化. 如果控制器设计不能弱化时滞的负面影响,会导致同步失败. 噪声会改变联合驱动信号的初始状态,影响响应社团网络的动力学特性,甚至会影响到误差变量趋近于零的控制效果. 如果不将其消除,最终会导致控制器失效. 因此,降低无关的干扰噪声、在能够表征实际系统时变特性的基础上降低系统复杂性是非常必要的^[12,13].

经查阅,到目前为止,就多系统和时滞社团网络联合同步的研究尚不足,网络同步类型期待更多新颖的构建,以满足现实需求,亟待进一步扩展和揭示. 因此,一套实现多个驱动信号和响应社团网络之间的同步理论具有很强的普适性,可满足不同学科类型的同步问题.

受上述讨论的启发,本文发现社团网络的研究

2018-06-27 收到第 1 稿,2018-11-03 收到修改稿.

* 国家自然科学基金资助项目(11502139)

[†] 通讯作者 E-mail: cy198312cy@163.com

可从三方面改进:第一,社团网络未考虑时滞的影响,而时滞是互联网信息传递时不可避免的因素^[14,15],因此,在建模过程中人为地加入时滞因子是不可或缺的;第二,利用联合滑模控制法实现联合同步的报道尚不足,而此同步法能有效消除噪声因子的干扰,因而可用于社团网络的控制;第三,在现实的控制领域中,驱动信号并非单一存在,可能是几个系统的叠加,而响应目标亦可能是一个具有社团结构的复杂网络.因此建立一个更符合控制领域和生物网络中多目标联合同步需求的新的理论模型是极其必要的.

对比现有的代表性工作,本文设计了一种全新的噪声干扰下的多目标混沌系统和时滞社团网络间的联合同步模型,即:利用联合滑模控制法,对时滞耦合影响下的两个具有不同混沌系统的社团组成的复杂网络展开研究,实现了多目标系统和社团网络之间的同步,得到了实现同步的必要条件,且消除了噪声干扰.与文献[16]中的同步类型相比,此设计引入了联合同步,即多目标驱动和社团网络之间的联合同步,适用于不同学科中多系统和网络之间的同步问题;与文献[17]中的滑模控制法相比,此设计有效地消除了噪声干扰.多目标驱动和响应社团网络之间的同步,以及排干扰滑模控制是本文的两大创新点.

1 同步原理

考虑两个不同的驱动系统,状态方程为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{P}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{F}_1(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{d}_1(t) \\ \dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{P}_2 \mathbf{y}(t) + \mathbf{F}_2(\mathbf{y}(t)) + \mathbf{d}_2(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T \in \mathbf{R}^n$ 为第一个驱动系统的状态变量, $\mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)]^T \in \mathbf{R}^n$ 为第二个驱动系统的状态变量.

考虑一个由 L 个社团和 N 个节点所组成的响应时滞社团网络,状态方程为:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_i(t) &= \mathbf{P}_3^k \mathbf{z}_i(t) + \mathbf{F}_3^k(\mathbf{z}_i(t)) + \\ &\alpha \sum_{j=1}^N a_{ij} (\mathbf{z}_j(t - \tau_k) - \mathbf{z}_i) + \mathbf{d}_3(t) + \mathbf{U}_i \\ &i \in G_k, (i = 1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{z}_i(t) = [z_{i1}(t), z_{i2}(t), \dots, z_{in}(t)]^T \in \mathbf{R}^n$ 为节点 i 的状态变量, $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3^k \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为混沌系统线性部分的常数矩阵, $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{F}_3^k: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ 分别是系统

和社团网络的非线性部分, G_k 代表第 k 个社团 $k \in \{1, 2, \dots, L\}$, a_{ij} 是耦合矩阵 \mathbf{A} 的矩阵元, $\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{d}_3$ 是外部噪声, $\mathbf{U}_i(t)$ 是同步控制器.

假设存在三个常数矩阵 $\mathbf{B}_i = \text{diag}\{b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{in}\}$ ($i=1, 2, 3$) 且满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{B}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_2 \mathbf{y}(t) - \mathbf{B}_3 \mathbf{z}_i(t)\| = 0$, 则称时滞复杂社团网络实现了“联合同步”, $\|\mathbf{B}_1 \mathbf{d}_1(t)\| < \eta_1$, $\|\mathbf{B}_2 \mathbf{d}_2(t)\| < \eta_2$, $\|\mathbf{B}_3 \mathbf{d}_3(t)\| < \eta_3$, 其中, $\eta_1 - \eta_3$ 满足不等式 $\|\mathbf{B}_1 \mathbf{d}_1(t)\| < \eta_1$, $\|\mathbf{B}_2 \mathbf{d}_2(t)\| < \eta_2$, $\|\mathbf{B}_3 \mathbf{d}_3(t)\| < \eta_3$, 其物理意义是噪声的最大值, $\eta_1 - \eta_3$ 的值与矩阵 $\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_3$ 和噪声 $\mathbf{d}_1(t) - \mathbf{d}_3(t)$ 的选取有关, 即 $\eta_1 - \eta_3$ 是 $\|\mathbf{B}_1 \mathbf{d}_1(t)\|$, $\|\mathbf{B}_2 \mathbf{d}_2(t)\|$ 和 $\|\mathbf{B}_3 \mathbf{d}_3(t)\|$ 的最大值, 其目的是为了得到同步所需 l_1 的值.

定义误差 $\mathbf{e}_i(t) = \mathbf{B}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_2 \mathbf{y}(t) - \mathbf{B}_3 \mathbf{z}_i(t)$, 并对其求导得:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_i(t) &= \mathbf{B}_1 \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}_2 \dot{\mathbf{y}}(t) - \mathbf{B}_3 \dot{\mathbf{z}}_i(t) \\ &= \mathbf{B}_1 \mathbf{P}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1 \mathbf{F}_1(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{B}_1 \mathbf{d}_1(t) + \\ &\quad \mathbf{B}_2 \mathbf{P}_2 \mathbf{y}(t) + \mathbf{B}_2 \mathbf{F}_2(\mathbf{y}(t)) + \mathbf{B}_2 \mathbf{d}_2(t) - \\ &\quad \mathbf{B}_3 \mathbf{P}_3^k \mathbf{z}_i(t) - \mathbf{B}_3 \mathbf{F}_3^k(\mathbf{z}_i(t)) - \mathbf{B}_3 \mathbf{d}_3(t) - \\ &\quad \mathbf{B}_3 \mathbf{W}_i(t) - \mathbf{B}_3 \mathbf{U}_i(t) \\ &= \mathbf{P}_1 \mathbf{e}_i(t) + \mathbf{B}_2 (\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1) \mathbf{y}(t) + \\ &\quad \mathbf{B}_3 (\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_3^k) \mathbf{z}_i(t) + \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_i) + \\ &\quad \mathbf{d}(t) - \mathbf{B}_3 \mathbf{W}_i(t) - \mathbf{B}_3 \mathbf{U}_i(t) \end{aligned} \quad (3)$$

其中,

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_i(t) &= \alpha \sum_{j=1}^N a_{ij} (\mathbf{z}_j(t - \tau_k) - \mathbf{z}_i), \\ \mathbf{d}(t) &= \mathbf{B}_1 \mathbf{d}_1(t) + \mathbf{B}_2 \mathbf{d}_2(t) - \mathbf{B}_3 \mathbf{d}_3(t), \\ \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_i) &= \mathbf{B}_1 \mathbf{F}_1(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{B}_2 \mathbf{F}_2(\mathbf{y}(t)) - \\ &\quad \mathbf{B}_3 \mathbf{F}_3^k(\mathbf{z}_i(t)) \end{aligned}$$

当下式被满足时, 即可实现时滞社团网络同步:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}_i\| = \lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{B}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_2 \mathbf{y}(t) - \mathbf{B}_3 \mathbf{z}_i(t)\| = 0 \quad (4)$$

设计如下的联合控制器 $\mathbf{U}_i(t)$:

$$\mathbf{U}_i(t) = \mathbf{B}_3^{-1} \left(\mathbf{B}_2 (\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1) \mathbf{y}(t) + \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}_i) + \mathbf{B}_3 (\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_3^k) \mathbf{z}_i(t) - \mathbf{G}_i(t) - \mathbf{B}_3 \mathbf{W}_i \right) \quad (5)$$

代入上式到联合误差系统(3)得:

$$\dot{\mathbf{e}}_i(t) = \mathbf{P}_1 \mathbf{e}_i(t) + \mathbf{d}(t) + \mathbf{G}_i(t) \quad (6)$$

基于滑模控制率, 引入一个控制输入 $\mathbf{G}_i(t)$,

$$\mathbf{G}_i(t) = \gamma \mathbf{R}_i(t) \quad (7)$$

其中, $\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n]^T \in \mathbf{R}^n$ 是一个常数矩阵, $\mathbf{R}_i(t) \in \mathbf{R}$ 是控制输入. 控制输入满足下式:

$$\mathbf{G}_i(t) = \begin{cases} \mathbf{G}_i^+(t) & S_i(e) \geq 0, \\ \mathbf{G}_i^-(t) & S_i(e) < 0, \end{cases} \quad (8)$$

其中, $S_i = S_i(e)$ 是所设计的切换函数,

$$\dot{\mathbf{e}}_i(t) = \mathbf{P}_1 \mathbf{e}_i(t) + \mathbf{d}(t) + \boldsymbol{\gamma} \mathbf{R}_i(t) \quad (9)$$

联合滑模面被定义如下:

$$S_i(\mathbf{e}) = \mathbf{H} \mathbf{e}_i \quad (10)$$

其中, $\mathbf{H} = [h_1, h_2, \dots, h_n]$ 是一个常数矩阵.

当实现联合同步时, 滑模面应满足下式:

$$\dot{S}_i(\mathbf{e}) = 0, S_i(\mathbf{e}) = 0 \quad (11)$$

对比(9)~(11), 得到滑模面的变化率:

$$\dot{S}_i(\mathbf{e}) = \mathbf{H}(\mathbf{P}_1 \mathbf{e}_i(t) + \mathbf{d}(t) + \boldsymbol{\gamma} \mathbf{R}_i(t)) \quad (12)$$

基于滑模控制率, 滑模运动需满足如下条件:

$$\dot{S}_i = -l_1 \operatorname{sgn}(S_i) - l_2 S_i \quad (13)$$

其中, $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 是符号函数, 常数满足 $l_1 > 0$ 和 $l_2 > 0$.

结合等式(9)、(10)、(13)得出:

$$\mathbf{R}_i(t) = -(\mathbf{H}\boldsymbol{\gamma})^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{H}\mathbf{P}_1 \mathbf{e}_i(t) + \mathbf{H}\mathbf{d}(t) \\ +l_1 \operatorname{sgn}(S_i) + l_2 S_i \end{bmatrix} \quad (14)$$

在实际情况中, 因为噪声是预先未知的, 所以控制输入 $\mathbf{R}_i(t)$ 被改为:

$$\mathbf{R}_i(t) = -(\mathbf{H}\boldsymbol{\gamma})^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{H}\mathbf{P}_1 \mathbf{e}_i(t) \\ +l_1 \operatorname{sgn}(S_i) + l_2 S_i \end{bmatrix} \quad (15)$$

定理 1 当施加控制输入 $\mathbf{R}_i(t)$ 后, 满足不等式 $\|\mathbf{H}\|(\eta_1 + \eta_2 + \eta_3) < l_1$, 实现时滞社团网络的联合同步.

证明 构造如下的 Lyapunov 函数:

$$V = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} S_i^2 \quad (16)$$

对其求导后得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=1}^N S_i \dot{S}_i \\ &= \sum_{i=1}^N S_i \mathbf{H} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{P}_1 \mathbf{e}_i(t) + \mathbf{d}(t) - \\ \boldsymbol{\gamma} (\mathbf{H}\boldsymbol{\gamma})^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{H}\mathbf{P}_1 \mathbf{e}_i(t) \\ +l_1 \operatorname{sgn}(S_i) + l_2 S_i \end{bmatrix} \end{array} \right\} \\ &= \sum_{i=1}^N \left(-S_i l_1 \operatorname{sgn}(S_i) - l_2 S_i^2 + S_i \mathbf{H} \mathbf{B}_1 d_1(t) + \right. \\ &\quad \left. S_i \mathbf{H} \mathbf{B}_2 d_2(t) - S_i \mathbf{H} \mathbf{B}_3 d_3(t) \right) \\ &\leq \sum_{i=1}^N \left(-\|S_i\| l_1 - l_2 S_i^2 + \|\mathbf{H}\| \|S_i\| \|B_1 d_1(t)\| + \right. \\ &\quad \left. \|\mathbf{H}\| \|S_i\| \|B_2 d_2(t)\| + \|\mathbf{H}\| \|S_i\| \|B_3 d_3(t)\| \right) \\ &\leq \sum_{i=1}^N \left(-\|S_i\| l_1 - l_2 S_i^2 + \|\mathbf{H}\| \eta_1 + \right. \\ &\quad \left. \|\mathbf{H}\| \|S_i\| \eta_2 + \|\mathbf{H}\| \|S_i\| \eta_3 \right) \end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^N (\|S_i\| [\|\mathbf{H}\|(\eta_1 + \eta_2 + \eta_3) - l_1] - l_2 S_i^2) \quad (17)$$

当满足不等式 $\|\mathbf{H}\|(\eta_1 + \eta_2 + \eta_3) < l_1$, 即 $\dot{V} < 0$, 时滞社团网络的误差变量渐近稳定, 定理 1 证毕.

2 数值模拟

在数值模拟的过程中, 假设两个驱动的目标分别为 Lorenz 和 Lü, 假设社团网络的两个社团结构 ($L=2, k \in \{1, 2\}$) 也分别由这两个混沌系统构成, 且各有 75 个节点, 最终, 联合的驱动信号分别被加载到响应网络的两个不同社团中去, 网络耦合采用链式耦合连接方式.

联合驱动目标的动力学系统为^[18,19]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 10(-x_1 + x_2), & \dot{y}_1 = 36(-y_1 + y_2), \\ \dot{x}_2 = 28x_1 - x_2 - x_1 x_3, & \dot{y}_2 = 12y_2 - y_1 y_3, \\ \dot{x}_3 = x_1 x_2 - 8/3 x_3. & \dot{y}_3 = -3y_3 + y_1 y_2. \end{cases} \quad (18)$$

社团网络的动力学系统为^[18,19]:

$$\begin{cases} \dot{z}_{i1} = 10(-z_{i1} + z_{i2}), & \dot{z}_{i1} = 36(-z_{i1} + z_{i2}), \\ \dot{z}_{i2} = 28z_{i1} - z_{i2} - z_{i1} z_{i3}, & \dot{z}_{i2} = 12z_{i2} - z_{i1} z_{i3}, \\ \dot{z}_{i3} = z_{i1} z_{i2} - 8/3 z_{i3}, & \dot{z}_{i3} = -3z_{i3} + z_{i1} z_{i2}, \\ i \in G_1. & i \in G_2. \end{cases} \quad (19)$$

其中, 时间步长为 0.001. 时滞社团的时空图样如图 1~3 所示.

$$\mathbf{P}_1 = \mathbf{P}_3^1 = \begin{bmatrix} -10 & 10 & 0 \\ 28 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -8/3 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_1(\mathbf{x}(t)) = \begin{bmatrix} 0 \\ -x_1 x_3 \\ x_1 x_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{P}_2 = \mathbf{P}_3^2 = \begin{bmatrix} -36 & 36 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_2(\mathbf{y}(t)) = \begin{bmatrix} 0 \\ -y_1 y_3 \\ y_1 y_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_3^1(\mathbf{z}_i(t)) = \mathbf{F}_3^2(\mathbf{z}_i(t)) = \begin{bmatrix} 0 \\ -z_{i1} z_{i3} \\ z_{i1} z_{i2} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{U}_i(t) = \begin{bmatrix} U_{i1}(t) \\ U_{i2}(t) \\ U_{i3}(t) \end{bmatrix},$$

$$d_i(t) = \begin{bmatrix} d_{i1} \\ d_{i2} \\ d_{i3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-1)^i 0.1 \sin(i \times t) \\ (-1)^i 0.1 \cos(i \times t) \\ (-1)^i 0.1 \cos(2i \times t) \end{bmatrix},$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

其中,缩放矩阵为 $B_1 = \text{diag}\{1, 1, 2\}$, $B_2 = \text{diag}\{1, 2, 1\}$ 和 $B_3 = \text{diag}\{1, 1, 1\}$. 控制参数为 $H = [2, 1, 1]$, $\gamma = [1, 0, -1]^T$, $l_1 = 2, l_2 = 5, \alpha = 0.05, \tau_1 = 0, \tau_2 = 2$. 根据定理 1 得到控制输入 $R_i(t)$.

$$R_i(t) = [-23 \quad -14 \quad -7/3] e_i - 2 \text{sgn}(S_i)$$

$$= \begin{cases} -23e_{i1} - 14e_{i2} - 7/3e_{i3} - 2 & S_i > 0, \\ -23e_{i1} - 14e_{i2} - 7/3e_{i3} + 2 & S_i < 0 \end{cases} \quad (20)$$

数值模拟从时滞社团网络的时空相图和其联合状态的同步演化中展开如下:

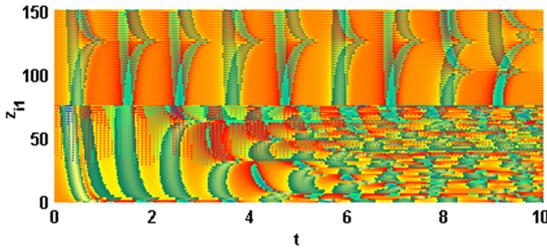


图 1 时滞社团 $z_{i1}(t)$ 的时空演化
Fig.1 Spatiotemporal evolution of $z_{i1}(t)$

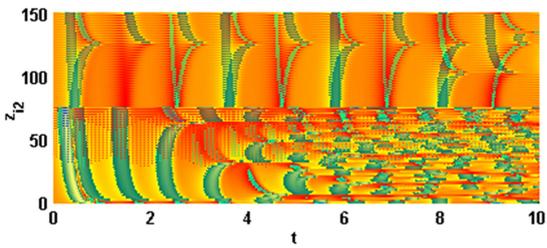


图 2 时滞社团 $z_{i2}(t)$ 的时空演化
Fig.2 Spatiotemporal evolution of $z_{i2}(t)$

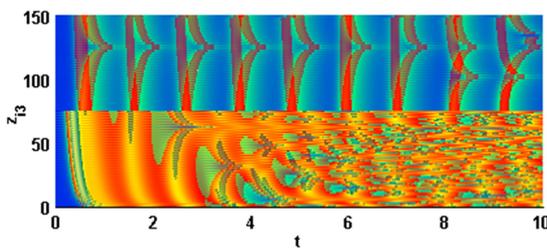


图 3 时滞社团 $z_{i3}(t)$ 的时空演化
Fig.3 Spatiotemporal evolution of $z_{i3}(t)$

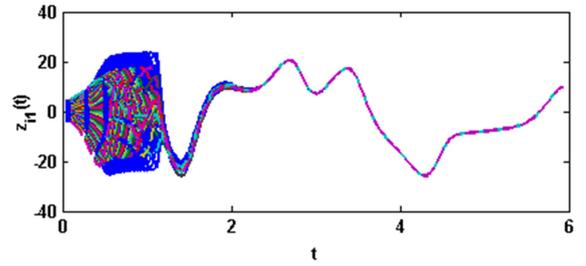


图 4 状态变量 $z_{i1}(t)$ 的同步演化

Fig.4 Synchronization evolution of state variable $z_{i1}(t)$

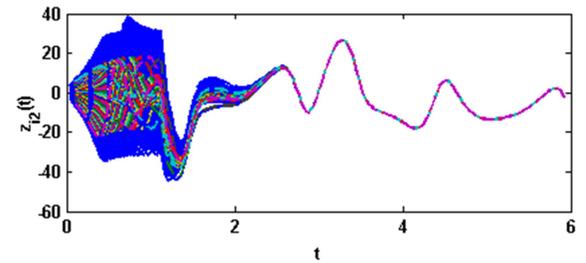


图 5 状态变量 $z_{i2}(t)$ 的同步演化

Fig.5 Synchronization evolution of state variable $z_{i2}(t)$

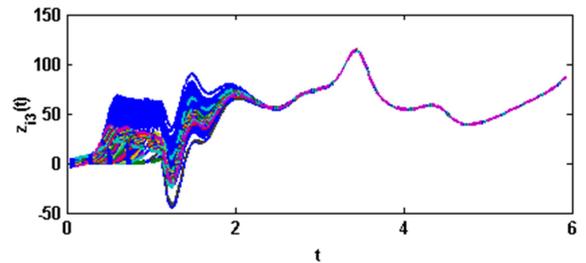


图 6 状态变量 $z_{i3}(t)$ 的同步演化

Fig.6 Synchronization evolution of state variable $z_{i3}(t)$

图 1~3 展示了时滞社团网络的时空相图. 图中纵坐标代表网络节点个数,横坐标表示时间变量.动力学演化的形成机制依赖于 Lorenz 系统和 Lü 系统第一维到第三维的动力学方程. 由于本文所研究的网络是两套不同动力学演化方程下的不同社团,虽然每个社团耦合后都含有另一个社团的传输信息,但受到不同的初始条件、不同的非线性项、不同的受时滞因素影响的网络耦合项以及可变的耦合强度的制约,呈现出了不同的混沌动力学演化. 具体过程为:时滞社团 1(i 从 1 到 75)从第四秒起呈现出剧烈的非线性混沌行为;时滞社团 2(i 从 76 到 150)从第一秒到第十秒呈现出不剧烈,却周期性的混沌行为. 两个社团网络不同的混沌行为在社团分界点 $i = 75$ 处显现出差异巨大的混沌演

化.可见,即使两个不同的社团网络间存在着耦合,每个社团依然持有自身特有的非线性行为.

图1~3的各类颜色代表施加控制之前每一时刻 $z_{i1}(t)-z_{i3}(t)$ 值的大小.图4~6中的各种颜色用于表示施加控制之后 $z_{i1}(t)-z_{i3}(t)$ 的状态演化,其中时滞社团1的75条状态演化轨迹用蓝色曲线表示,时滞社团2的75条状态演化轨迹用多彩曲线表示.在1.5秒施加控制后的很短的时间序列后,两个时滞社团中的75条曲线从原先各自的演化状态进入一致轨迹,状态变量均趋于联合驱动信号,且误差变量趋于零,即时滞社团网络同步得以实现.模拟仿真还发现:无论节点数 N 取何值,无论节点是任何的时间或时空混沌系统,整个社团网络的混沌同步均可实现.

对比现有的研究成果,如文献[8],本实验结果启发作者可选取航空网络、蛋白质网络等现实中的网络模型来展开研究,并在设计方法上结合最新的数据流理论进行最优化控制;与集群同步^[16]相比,本实验结果实现了多目标联合驱动下的集群同步;与滑模控制理论^[17]相比,本文设计的联合滑模控制法在实现联合同步的同时,还有效地消除了噪声的干扰.上述对比实验分析凸显了本文的同步模型及实验结果的创新性.

3 结论

本文以时滞社团网络为例进行仿真模拟,得出了时滞社团网络的演化图样,响应时滞社团成功地同步到联合驱动信号,实现了多目标非线性系统的联合驱动.此设计丰富了驱动目标的类型、有效地克服了噪声的干扰,使多网络结构和多驱动目标联合同步成为可能,且可应用于保密通讯和神经网络中.

今后工作的设想:1)选择现实社会中的飞机网络模型或食物链模型,设计多个社团之间的外部控制;2)设计数据流理论对社团网络模型进行控制.

参 考 文 献

- 1 Palla G, Derényi I, Farkas I, et al. Uncovering the overlapping community structure of complex networks in nature and society. *Nature*, 2005,435:814~818
- 2 Ahn Y, Bagrow J, Lehmann S. Link communities reveal

- multiscale complexity in networks. *Nature*, 2010,466:761~764
- 3 Hu C, Yu J, Jiang H J, et al. Synchronization of complex community networks with non-identical nodes and adaptive coupling strength. *Physics Letters A*, 2011,375(5):873~879
- 4 Cao J D, Li L L. Cluster synchronization in an array of hybrid coupled neural networks with delay. *Neural Networks*, 2009,22(4):335~342
- 5 Zhang C, Wang X, Wang S, et al. Finite-time synchronization for a class of fully complex-valued networks with coupling delay. *IEEE Access*, 2018,6:17923~17932
- 6 Zhang H, Wang X Y, Lin X H. Topology identification and module-phase synchronization of neural network with time delay. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2017,47(6):885~892
- 7 Nian F Z, Wang X Y, Niu Y J, et al. Module-phase synchronization in complex dynamic system. *Applied Mathematics and Computation*, 2010,217(6):2481~2489
- 8 Wang Y C, Zhang H G, Wang X Y. Networked synchronization control of coupled dynamic networks with time-varying delay. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2010,40(6):1468~1479
- 9 Wang X Y, Liu X W. A new pinning control scheme of complex networks based on data flow. *Nonlinear Dynamics*, 2018,92(1):13~24
- 10 Wang Q Y, Perc M, Duan Z S, et al. Synchronization transitions on scale-free neuronal networks due to finite information transmission delays. *Physical Review E*, 2009,80(2):026206
- 11 Chai Y, Liu S, Wang Q Y. Spatiotemporal combination synchronization of different nonlinear objects. *Nonlinear Dynamics*, 2017,87(1):271~279
- 12 胡海岩. 论线性系统的反共振问题. 动力学与控制学报, 2018,16(5):385~390 (Hu H Y. On ant-resonance problem of a linear system. *Journal of Dynamics and Control*, 2018,16(5):385~390 (in Chinese)).
- 13 郭翔鹰,陈璐璐,张伟. Z型折叠机翼的气动力计算及非线性动力学分析. 动力学与控制学报, 2018,16(5):430~439 (Guo X Y, Chen L L, Zhang W. Aerodynamic force calculation and nonlinear dynamic analysis of z-type morphing wings. *Journal of Dynamics and Control*, 2018,16(5):430~439 (in Chinese))
- 14 Ma J, Qin H X, Song X L, et al. Pattern selection in neuronal network driven by electric autapses with diversity

- in time delays. *International Journal of Modern Physics B*, 2015, 29(1):1450239
- 15 Wu Y, Li C, Yang A, et al. Pinning adaptive anti-synchronization between two general complex dynamical networks with non-delayed and delayed coupling. *Applied Mathematics and Computation*, 2012, 218(14):7445~7452
- 16 Zhang H, Wang X Y. Cluster synchronization of Boolean network. *Communications in Nonlinear Science and Numerical*, 2018, 55(3):157~165
- 17 Zhang H, Wang X, Lin X. Synchronization of complex-valued neural network with sliding mode control. *Journal of the Franklin Institute*, 2016, 353(2):345~358
- 18 Lorenz E. Deterministic non periodic flow. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 1963, 20(2):130~141
- 19 Lü J H, Chen G. A new chaotic attractor coined. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2002, 12(3):659~661

COMBINED SYNCHRONIZATION TIME-DELAY COMMUNITY NETWORKS*

Chai Yuan[†] Wu Quanjun

(School of Mathematics and Physics, Shanghai University of Electric Power, Shanghai 201300, China)

Abstract In this paper, a new type of combined synchronization between multi-objective chaotic systems and a time-delay community network is proposed. A combined sliding mode controller, modifying the active sliding mode control method, is designed to control the time-delay community network under the influence of noise. The synchronous law of the time-delay community network is obtained as well. The combined synchronization of multi-objective nonlinear systems is realized through numerical simulation to verify the effectiveness of the multi-objective combined drive.

Key words time delay, community network, active sliding mode control, combined synchronization