基于 IBC-PID 控制的四旋翼轨迹跟踪控制

李强*

(中国人民解放军 69008 部队, 五家渠 831300)

摘要 针对四旋翼飞行器在阵风扰动下的轨迹跟踪控制问题,提出一种结合积分反步法控制与 PID 控制的 混合控制算法.首先,分析了四旋翼飞行器的受力情况,并采用牛顿-欧拉法建立其动力学方程;其次,根据时 间尺度原理,将四旋翼飞行器的控制结构分成位置控制回路与姿态控制回路,前者采用积分反步法进行抗 干扰控制,后者采用 PID 控制进行镇定;同时,引人粒子群算法,利用其寻优优势对所设计的控制器参数进 行调整;最后,通过一个螺旋线跟踪仿真对本文所提控制算法的有效性进行了验证.仿真结果表明,本文所提 算法具有一定的鲁棒性、稳定性与适用性,能够满足四旋翼轨迹跟踪控制的需求.

关键词 四旋翼, 反步法控制, PID 控制, 轨迹跟踪控制, 粒子群算法

DOI: 10.6052/1672-6553-2018-046

引言

当前,无人机的飞行控制是控制领域的一个重要的研究热点^[1-3].无人机的应用在军用与民用上 比较广泛,例如森林防火、大桥架线、地域勘探、城 市航拍等.四旋翼飞行器是无人机的一种,具有四 个旋翼,具有机械可靠性高、成本低的优势,受到了 学者们的青睐.然后,它也是一个高度非线性、强耦 合、欠驱动的多输入多输出系统,要实现其稳定的 自主飞行具有一定的难度.另外,阵风扰动、动力学 建模的不确定性以及测量误差等也会进一步增加 控制的难度.因此,为四旋翼飞行器设计稳定的抗 干扰控制器是值得研究的课题.

根据现有报道,很多控制策略已经被用于四旋 翼飞行器自主飞行控制,像 LQR 控制^[4]、PID 控 制^[5]、模糊逻辑控制^[6]、滑模控制^[7]、反步法控 制^[8]与自适应控制^[9]等.然而,每种控制算法都具 有一定的局限性,像对控制器参数敏感、控制结构 复杂等.近年来的研究表明,通过结合不同的控制 算法来设计四旋翼飞行器的飞行控制是一种有效 途径.例如,陈等^[10]利用动态逆控制与 PID 控制的 优势,分别设计了四旋翼的姿态与位置控制回路, 在仿真环境下取得了不错的效果;Basrim 等^[11]采 用终端滑模控制算法设计了四旋翼姿态控制器,引 入 PID 控制器算法设计了位置控制器,并实现了对 正方形轨迹的跟踪.

考虑到外界扰动对四旋翼飞行器系统的影响, 本文将积分反步法控制(Integral backstepping control,简称 IBC)与 PID 控制结合,提出了一种混合 IBC-PID 控制算法来设计四旋翼的轨迹跟踪控制. 在用牛顿-欧拉法获得四旋翼的动力学后,根据时 间尺度原理将其分成位置与姿态两个控制回路,利 用 IBC 控制算法设计位置控制器,利用 PID 控制算 法设计姿态控制器.同时,利用粒子群算法(Particle Swarm Optimization,简称 PSO)来调整算法的控制 器参数.最后,通过仿真算例验证了本文所提方法 的有效性.

1 动力学建模

如图 1 所示,四旋翼中有 2 套坐标系,即地球 坐标系 $O_E X_E Y_E Z_E$ 与机身坐标系 $O_B X_B Y_B Z_B$,其中 的升力 $F_i(i=1,2,3,4)$ 与扭矩 $M_i(i=1,2,3,4)$ 分 別由四副桨叶产生.为了满足轨迹跟踪控制要求, 需建立四旋翼的动力学模型.假设:(1)四旋翼结构 对称且可当作一单刚体;(2)在低速情况下桨叶的 空气动力学可忽略不计;(3)四旋翼的质心与机身 坐标系的原点重合.采用牛顿-欧拉法^[12] 推导出四 旋翼的动力学方程为

²⁰¹⁸⁻⁰¹⁻¹¹ 收到第1稿,2018-05-14 收到修改稿.

[†]通讯作者 E-mail:13609920527@163.com

$$\begin{cases} \boldsymbol{m} \boldsymbol{\ddot{r}} = \boldsymbol{R}_{I}^{B}(U_{1}Z_{B}) - mg\boldsymbol{Z}_{I} \\ \boldsymbol{I} \boldsymbol{\ddot{q}} = \begin{bmatrix} U_{2} & U_{3} & U_{4} \end{bmatrix}^{T} - S(\boldsymbol{D}\boldsymbol{q}) \boldsymbol{I} \boldsymbol{D} \boldsymbol{q} \end{cases}$$
(1)
$$\boldsymbol{R}_{I}^{B} = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\varphi s\theta c\psi - c\varphi s\psi & c\varphi s\theta c\psi + s\varphi s\psi \\ c\theta s\psi & s\varphi s\theta s\psi + c\varphi c\psi & c\varphi s\theta s\psi - s\varphi c\psi \end{bmatrix}$$
(2)

 $\begin{bmatrix} -s\theta & s\varphi c\theta & c\varphi c\theta \end{bmatrix}$ 式中, m 为四旋翼的重量, \mathbf{R}_{I}^{B} 为机体坐标系 $O_{B}X_{B}Y_{B}Z_{B}$ 与地球坐标系 $O_{I}X_{I}Y_{I}Z_{I}$ 之间的传递矩 阵, $I = [I_{xx}, I_{xy}, I_{z}]^{T}$ 为转动惯量, $\mathbf{q} = [\varphi, \theta, \psi]^{T}$ 为

姿态矩阵,**D** 为姿态角到角速度的映射关系, \dot{S} 为 旋量, $U = [U_1, U_2, U_3, U_4]$ 为控制输入.



图 1 四旋翼结构示意图 Fig.1 Schematic diagram of a quadrotor

当四旋翼定速巡航或者低速飞行时,其姿态角 不会发生大幅变化^[13],即默认此时处于配平状态, 因此,有 $\varphi \approx 0, \theta \approx 0$.此外,配平时偏航角也需要频 繁控制,故有 $\psi \approx 0.进而,式(1)可简化为$

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{U_1}{m} (\theta \cos\psi + \varphi \sin\psi) \\ \ddot{y} = \frac{U_1}{m} (\theta \sin\psi - \varphi \cos\psi) \\ \ddot{z} = \frac{U_1}{m} - g \\ \ddot{\varphi} = \frac{U_2}{I_{xx}} \\ \ddot{\theta} = \frac{U_3}{I_{yy}} \\ \ddot{\psi} = \frac{U_4}{I_{zz}} \end{cases}$$

2 粒子群算法

PSO 算法是一种解决优化问题的智能算法.算 法中的每个搜索单元被称为粒子,即对应于每一个 可能的解^[14].PSO 算法中主要包含 3 个基本的步 骤,即粒子位置与速度的初始化、粒子速度的更新 以及粒子位置的更新.算法的具体步骤如下:

(1)初始粒子群的位置 x_i^k 与速度 v_i^k 由式(4) 与式(5)产生,

$$x_i^0 = x_{\min} + rand(x_{\max} - x_{\min})$$
(4)

 $v_i^0 = \left[x_{\min} + rand(x_{\max} - x_{\min}) \right] / \Delta t$ (5)

式中, x_{max} 与 x_{min} 分别为粒子群取值的上下限, Δt 为 迭代过程中的步进时间, rand 函数产生 0~1 之间 的随机值.

(2)评价每个粒子的适应度值,将其与已有的 最好值进行比较,若较好,则替换当前最好值.

(3)通过下式更新粒子群的速度和位置,使得 算法朝着最优的方向进化.

$$v_i^{k+1} = w \cdot v_i^k + c_1 \cdot rand(pbest - x_i^k) + c_2 \cdot rand(gbest - x_i^k)$$
(6)

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1} \tag{7}$$

式中,*c*₁、*c*₂ 与 *w* 为权重因子.为了保证种群的多样性,*w* 可由下式更新,

$$w = w_{\max} - (w_{\max} - w_{\min})t/t_{\max}$$
(8)

式中, t 是当前迭代次数, t_{max} 是最大的迭代次数, w_{max} 与 w_{min} 是w的上下限. 在本文中, w_{max} 取 0.9, w_{min} 取 0.4.

(4)判断是否满足终止条件,若满足,则终止 计算并输出当前最优解;反之,则跳转至步骤(1) 重新进行搜索.

PSO 的伪代码如下所示:

	Pseudo code of PSO
1	Begin
2	Initialization
3	while $T = 1$
4	Calculate the fitness
5	for $n = 1$: size
6	find <i>pbest</i>
7	find gbest
8	for $d = 1$: D
9	Update the velocity and position according to equations (6) and (7)
10	next d
11	next n
12	Update the weight
13	T = T + 1
14	End

(3)

3 轨迹跟踪控制器设计

根据时间尺度原理,可以将四旋翼的轨迹跟踪 控制结构分成位置控制回路与姿态控制回路.在位 置控制回路,引入 IBC 控制器来镇定三轴位置,由 于加入了积分项,故可以消除系统的稳态误差;在 姿态回路,采用 PID 控制器来镇定姿态角.详细的 控制器设计如下所示:

设定参考误差为

$$\boldsymbol{\delta}_{1} = \boldsymbol{P}_{r} - \boldsymbol{P} + \boldsymbol{k}_{1} \int_{0}^{t} \boldsymbol{\delta}_{1}(\tau) d\tau$$
(9)

其中, $k_1 \in \mathbf{R}^{3\times 3}$ 是积分项的控制矩阵, \mathbf{P}_r 是参考的 位置矩阵, \mathbf{P} 是实际的位置矩阵.

引入 Lyapunov 方程

$$V_1(t) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\delta}_1^T \boldsymbol{\delta}_1 \tag{10}$$

对上式求导,可得

其中,
$$A_1 \in \mathbf{R}^{3\times 3}$$
为正定对角矩阵.
将式(12)代入到式(11)中,可得
 $\dot{V}_1(t) = -\boldsymbol{\delta}_1^T A_1 \boldsymbol{\delta}_1 < 0, \forall \boldsymbol{\delta}_1 \neq 0$

这样可以保证系统是渐进稳定的.

设置线速度误差为

$$\begin{split} \boldsymbol{\delta}_{2} &= \boldsymbol{a}_{1} - \dot{\boldsymbol{P}} = \dot{\boldsymbol{P}}_{r} + \boldsymbol{k}_{1} \boldsymbol{\delta}_{1} + \boldsymbol{A}_{1} \boldsymbol{\delta}_{1} - \dot{\boldsymbol{P}} \\ &= \dot{\boldsymbol{\delta}}_{1} + \boldsymbol{A}_{1} \boldsymbol{\delta}_{1} \qquad (14) \\ & \vec{\boldsymbol{\beta}} \mid \boldsymbol{\lambda} \text{ Lyapunov 方程}, \end{split}$$

$$V_2(t) = \frac{1}{2} (\boldsymbol{\delta}_1^T \boldsymbol{\delta}_1 + \boldsymbol{\delta}_2^T \boldsymbol{\delta}_2)$$

対上式求导,

$$\dot{V}_1(t) = \boldsymbol{\delta}_1^T \dot{\boldsymbol{\delta}}_1 + \boldsymbol{\delta}_2^T \dot{\boldsymbol{\delta}}_2$$

 $= \boldsymbol{\delta}_1^T (\boldsymbol{\delta}_2 - \boldsymbol{A}_1 \boldsymbol{\delta}_1) +$
 $\boldsymbol{\delta}_2^T [\ddot{\boldsymbol{P}}_r + \boldsymbol{k}_1 \dot{\boldsymbol{\delta}}_1 + \boldsymbol{A}_1 (\boldsymbol{\delta}_2 - \boldsymbol{A}_1 \boldsymbol{\delta}_1) - \ddot{\boldsymbol{P}}]$
 $= -\boldsymbol{\delta}_1^T \boldsymbol{A}_1 \boldsymbol{\delta}_1 +$
 $\boldsymbol{\delta}_2^T [\boldsymbol{\delta}_1 + \ddot{\boldsymbol{P}}_r + \boldsymbol{k}_1 \dot{\boldsymbol{\delta}}_1 + \boldsymbol{A}_1 (\boldsymbol{\delta}_2 - \boldsymbol{A}_1 \boldsymbol{\delta}_1) - \ddot{\boldsymbol{P}}]$

选择位置回路的控制量为

$$\ddot{P} = \ddot{P}_r + k_1 \dot{\delta}_1 + A_1 (\delta_2 - A_1 \delta_1) + A_2 \delta_2$$
 (17)
式中, $A_2 \in \mathbf{R}^{3\times 3}$ 为正定对角矩阵.
将式(17)代入到式(16)中,得
 $\dot{V}_2(t) = -\delta_1^T A_1 \delta_1 - \delta_2^T A_2 \delta_2 < 0, \forall \delta_1, \delta_2 \neq 0$
(18)

这样便可以保证整个位置环是渐进稳定的.

对于姿态回路控制器的设计,由于姿态角的控制响应速度要快,所以,设计的控制器不能过于复杂.因此,本文采用结构简单、参数易调整的 PID 控制器来设计姿态控制回路.

对于参考姿态角 q_r,设计 PID 控制律为

$$l = K_1 e(t) + K_2 \int e(t) dt + K_3 \dot{e}(t)$$

(19)

式中,e(t)为姿态角的跟踪误差, $K_1 \sim K_3$ 为权重系数.

设计好轨迹跟踪控制器后,利用 PSO 算法来 实现控制器参数的调整,采用的目标函数为^[15,16]:

$$F = \int_{-\infty}^{t} |e(t)| dt \tag{20}$$

其中 e(t) 为参考值与仿真值之间的误差.

利用 PSO 整定 IBC-PD 控制器参数详细的过程如图 2 所示.



图 2 轨迹跟踪控制框图



4 仿真计算

在本节中,通过一个仿真算例来验证本文设计 四旋翼飞行器轨迹跟踪控制器的有效性.在本仿真 中,设定参考的跟踪轨迹方程为

$$\begin{cases} X = 20\sin(1/17 \cdot t) \\ Y = 16\cos(1/17 \cdot t) \\ Z = 0.3t \end{cases}$$

(13)

(15)

(21)

此参考轨迹为一条螺旋上升型曲线.在控制过程 中,为了使四旋翼尽可能快地跟踪参考轨迹,尽量 不大幅度改变偏航角的大小.另外,为了模拟阵风 干扰,在位置控制回路添加阵风随机扰动,如图 3 所示.



设置 PSO 的迭代参数为:种群数目为 30,迭代 次数为 500,*c*₁=*c*₂=0.5.整个算法重复运行 5 次,记 录下其中的最好结果.算法的迭代曲线如图 4 所 示,从图中可以看出 PSO 在 150 代左右就开始收 敛,寻优后的目标值为 0.05.这说明了 PSO 算法在 控制器参数调整方面具有一定的有效性.



四旋翼飞行器轨迹跟踪的效果如图 5 所示.从 图中可以看出在本文所提控制算法的控制下,四旋 翼能够有效抑制阵风扰动,准确地跟踪上参考轨 迹.

图 6 给出了在 XY 平面内的四旋翼飞行器的跟踪轨迹.从图中可以看出,刚开始时位置响应的阶 跃值还是有点大,不过很快就能进入到稳态值.这 说明本文所提算法具有一定的鲁棒性.



Fig.6 Trajectory in XY plane

图 7 给出了姿态控制回路的响应结果.从图中 可以看出,俯仰角与横滚角基本能够被镇定住.位 置环阵风干扰的影响和 PID 控制器缺少观测器,导 致姿态环的响应并不是很平滑.这也说明了 PID 控 制虽然比较常见实用,但也具有一定的局限性.



另外,四旋翼 4 个通道的输入信号由图 8 给 出.从图中可以看出,4 个输入都比较平稳,抖振并 不是很大,完全可以满足四旋翼实时控制的需求.





Fig.8 Response of control value in each channel

5 结论

(1)采用 IBC-PID 控制算法设计了四旋翼飞 行器的位置与姿态控制器,实现了其在阵风干扰下 的鲁棒控制.

(2)利用 PSO 算法实现了 BIC-PID 控制器参数的调整.仿真结果,说明了 PSO 算法的有效性与可行性.

(3)轨迹跟踪仿真实验表明本文所提算法具 有一定的鲁棒性、稳定性和有效性,可实现四旋翼 的抗干扰轨迹跟踪控制.

参考文献

- Basri M A M, Husain A R, Danapalasingam K A. Enhanced backstepping controller design with application to autonomous quadrotor unmanned aerial vehicle. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2015,79(2):295~314
- 2 Yacef F, Bouhali O, Hamerlain M, et al. Observer-based adaptive fuzzy backstepping tracking control of quadrotor unmanned aerial vehicle powered by li-ion battery. *Jour*nal of Intelligent & Robotic Systems, 2016,84(1-4):179 ~197
- 3 Lee D, Kim H J, Sastry S. Feedback linearization vs. adaptive sliding mode control for a quadrotor helicopter. International Journal of Control, Automation and Systems, 2009,7(3):419~428
- Castillo P, Lozano R, Dzul A. Stabilization of a mini rotorcraft with four rotors. *IEEE Control Systems*, 2005,25 (6):45~55
- 5 Salih A L, Moghavvemi M, Mohamed H A F, et al. Modelling and PID controller design for a quadrotor unmanned

air vehicle. In: Automation Quality and Testing Robotics (AQTR), 2010 IEEE International Conference on. IEEE, 2010,1:1~5

- 6 Santos M, Lopez V, Morata F. Intelligent fuzzy controller of a quadrotor. In: Intelligent Systems and Knowledge Engineering (ISKE), 2010 International Conference on. IEEE, 2010:141~146
- 7 Xu R, Ozguner U. Sliding mode control of a quadrotor helicopter. In: Decision and Control, 2006 45th IEEE Conference on. IEEE, 2006:4957~4962
- Madani T, Benallegue A. Backstepping control for a quadrotor helicopter. In: Intelligent Robots and Systems, 2006 IEEE/RSJ International Conference on. IEEE, 2006:3255~3260
- 9 Kaloust J, Ham C, Siehling J, et al. Nonlinear robust control design for levitation and propulsion of a maglev system. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 2004,151(4):460-464
- 10 陈晓磊,颜俊.四旋翼飞行器姿态与位置的 DIC-PID 控制.电光与控制,24(12):67~74 (Chen X L, Yan J. A DIC-PID controller for attitude and position control of quadrotor aircraft. *Elextronics Optics & Control*, 24(12):67~74(in Chinese))
- 11 Basrim A M, Husain A R, Danapalasingam K A. Enhanced backstepping controller design with application to autonomous quadrotor unmanned aerial vehicle. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2015,79(2):295~322
- 12 Choi Y C, Ahn H S. Nonlinear Control of Quadrotor for Point Tracking: Actual Implementation and Experimental Tests. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2015, 20(3):1179~1192
- 13 Zhao B, Xian B, Zhang Y, et al. Nonlinear Robust Adaptive Tracking Control of a Quadrotor UAV Via Immersion and Invariance Methodology. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015,62(5):2891~2902
- 14 Wei Z, Sun M. Design optimization of aerodynamic shapes of a wing and its winglet using modified quantum-behaved particle swarm optimization algorithm. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part G Journal of Aerospace Engineering, 2014,228(9):1638~1647
- 15 Ding L, Ma R, Wu H, et al. Yaw control of an unmanned aerial vehicle helicopter using linear active disturbance rejection control. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2017,231(6):427-435.

16 丁力,吴洪涛,李兴成.集总干扰下六旋翼飞行器的轨
 迹跟踪控制.工程科学学报,2018(5):622~628 (Ding
 L, Wu H T, Li X C. Trajectory tracking control for an un-

manned hexrotor with lumped disturbance. *Chinese Journal* of Engineering, 2018(5):622~628 (in Chinese))

TRAJECTORY TRACKING CONTROL FOR A QUADROTOR BASED ON HYBRID IBC-PID CONTROL

Li Qiang[†]

(Chinese People's Liberation Army No.69008, Wujiaqu 831300, China)

Abstract Aiming at the issue of trajectory tracking control of a quadrotor under wind gust disturbance, a hybrid control algorithm combining the integral backstepping control with PID control is proposed. Firstly, the force situation of the quadrotor was analyzed and the dynamical equation was established by Newton-Euler method. Secondly, according to the time scale principle, the control structure of the quadrotor was divided into position control loop and attitude control loop. The former adopted the integral backstepping control method to restrain the external disturbance. The latterwas stabilized by PID control. At the same time, the particle swarm optimization algorithm was introduced to adjust the parameters of proposed control algorithm. Finally, the validity of the control algorithm was verified through a spiral line. Simulation results show that the proposed algorithm has ability of robustness, stability and applicability, which can meet the needs of quadrotor tracking control.

Key words quadrotor, backstepping control, PID control, trajectory tracking control, particle swarm optimization

Received 11 January 2018, revised 14 May 2018.

[†] Corresponding author E-mail:13609920527@163.com