

盘轴系统配合松动的振动特性研究

韦淞瀚 卢文秀[†]

(清华大学 机械工程系, 北京 100084)

摘要 在采用过盈配合的大型盘轴转动机构中,由于转轴的输入转速太大,可能会导致盘与轴之间出现配合松动,影响系统振动特性.为了研究此系统的振动特性,建立了一个盘轴系统的动力学模型,模型的接触法向力、接触应力有两个线性阶段.通过仿真发现轴的输入转速大于某个转速后,盘轴系统的振动会在第一个线性阶段发散,到第二个线性阶段收敛,从而导致盘、轴的转速差,系统振动变成两个不同频率振动的叠加.第二线性阶段代表盘、轴出现间隙,表明此时出现松动.

关键词 盘轴系统, 过盈配合, 振动特性, 松动

DOI: 10.6052/1672-6553-2018-019

引言

在旋转机械的飞速运转过程中,剧烈的振动会降低机械的工作性能、减少机械寿命,还会产生安全隐患.松动故障会降低系统的抗振能力,严重时还会引起转子和定子的碰撞,使机器部件产生故障.

松动故障主要有支架松动和旋转部件松动.盘轴系统中盘与轴的配合松动就是旋转部件松动的一种.目前的文献中松动故障的研究主要是关于支架松动的.陈恩利^[1]等人针对一端支座松动的滚动轴承-转子系统,通过分叉图、庞加莱图、相图和关联维数等显示了转子系统随转速变化和松动间隙的扩展会出现复杂动力学现象.李宏坤^[2]等人研究了非线性刚度转子系统的支承松动故障问题,建立了非线性刚度转子-滑动轴承系统松动的模型.

而目前能找到的对于盘轴系统接触配合的有关的研究不多,对于其松动的机理的研究更是非常的少. Behzad^[3,4]在他的研究中提出了一个盘轴系统的模型.模型中运用了一个几何约束:盘在轴的坐标系下做一个给定的圆轨迹的运动.在这个几何约束下,只能研究在给定的轴转速和给定的盘转速下的振动.但实际过程中盘的转速是不能给定的,而且盘在轴的坐标系下的运动也不一定是一个圆,所以本文采用一个新的模型对盘轴系统进行研究,模型考虑盘与轴的相互接触,可以研究出盘的转速变化.

1 盘轴转子系统动力学模型

本文采用集中质量的转子模型.模型分别考虑盘的运动和轴的运动,对盘的中心和轴的中心分别列出水平 x 、竖直 y 方向的振动方程,再考虑它们之间在振动过程中产生的相互作用力.其中盘与轴之间可能会出现松动而导致速度差,所以对于盘的转动,列了转角方向的振动方程.

盘轴系统的示意图如图 1 所示.

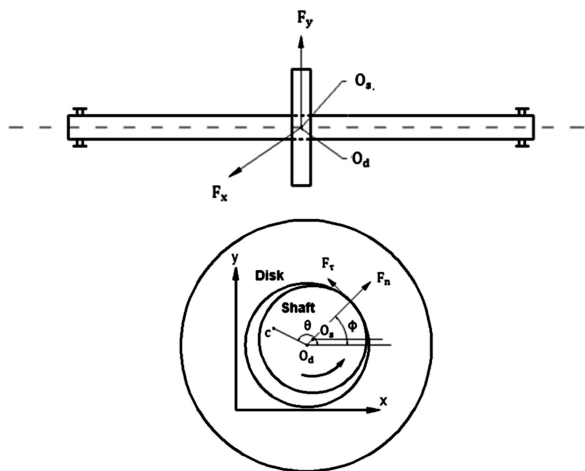


图 1 盘轴系统示意图

Fig.1 Schematic of the rotor-bearing system

图 1 中 O_s 、 O_d 分别是轴、盘的形心, c 点是盘的质心.轴等效为在转盘处振动的集中质量块,其等

效公式为 $m_s = \frac{17\rho l^{[5]}}{35}$, ρ 为线密度, l 为长度. 设其偏心距为 e , 阻尼为 c_s , 刚度为 k_s . 与盘产生的作用力为 F_x, F_y , 所以其振动方程为:

$$\begin{aligned} m_s \ddot{x}_s + c_s \dot{x}_s + k_s x_s + F_x &= m_s e \omega^2 \cos(\omega t) \\ m_s \ddot{y}_s + c_s \dot{y}_s + k_s y_s + F_y &= m_s e \omega^2 \sin(\omega t) - m_s g \end{aligned} \quad (1)$$

对于圆盘振动, 设其质量为 m_d , 偏心距为 u , 质心 (x_c, y_c) 与形心 (x_d, y_d) 有如下关系:

$$\begin{aligned} x_c &= x_d + u \cos(\theta) \\ y_c &= y_d + u \sin(\theta) \end{aligned}$$

对上式求两次导得:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_c &= \ddot{x}_d - u(\dot{\theta})^2 \cos(\theta) - u\ddot{\theta} \sin(\theta) \\ \ddot{y}_c &= \ddot{y}_d - u(\dot{\theta})^2 \sin(\theta) + u\ddot{\theta} \cos(\theta) \end{aligned}$$

圆盘振动方程中, 除掉轴的相互作用力 F_x, F_y 外, 只受到外部空气的作用力, 设外部阻尼为 c_d , 刚度为 0. 所以盘的振动方程为:

$$\begin{aligned} m_d \ddot{x}_d + c_d \dot{x}_d - F_x &= m_d u^2 \cos(\theta) + m_d u \ddot{\theta} \sin(\theta) \\ m_d \ddot{y}_d + c_d \dot{y}_d - F_y &= m_d u \dot{\theta}^2 \sin(\theta) - m_d u \ddot{\theta} \cos(\theta) - m_d g \end{aligned} \quad (2)$$

盘的转动, 其受到阻尼力矩、轴与盘接触给盘传递的切向力矩、盘的重力矩. 可以得到转动振动方程为^[6]:

$$J_p \ddot{\theta} + c_\theta \dot{\theta} = fAR - m_d g u \cos(\theta) \quad (3)$$

其中 f 是由接触应力提供的平均切向应力, A 是接触面积, R 为轴的半径, 约等于盘的内半径.

盘与轴的相互作用力, 考虑为盘与轴接触碰撞产生的法向力与切向力, 如图 2 所示.

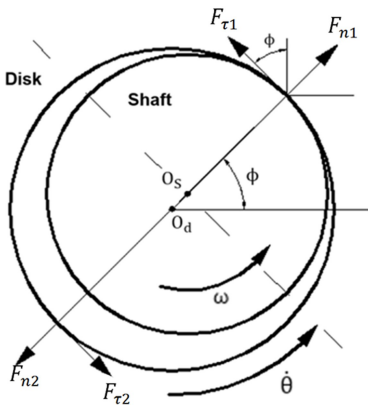


图2 盘受到的法向力和切向力示意图

Fig.2 Schematic of the normal and tangential forces on the dish

盘与轴由于振动产生中心的偏距 $r = \overline{OsOd} = \sqrt{(x_s - x_d)^2 + (y_s - y_d)^2}$, 于是盘与轴发生在某一侧的

挤压, 如图 2 所示. 图 2 中为了直观, 把盘与轴画成有间隙, 但其实盘轴本身就有过盈量, 所以其实盘与轴整圈都有接触(也可能由于偏距很大出现真的间隙). 图中的虚线把盘轴的接触面分成两个部分, 一个是受压部分, 一个是受松部分. 每个部分都有对盘的平均压力 P_1, P_2 , 平均切向应力 f_1, f_2 , 与接触应力对此部分接触面的和作用力 $F_{n1}, F_{n2}, F_{\tau1}, F_{\tau2}$. 它们与运动方程中参数的关系为:

$$\begin{aligned} fAR &= (f_1 + f_2) \frac{A}{2} R \\ F_x &= (F_{n1} - F_{n2}) \frac{x_s - x_d}{r} - (F_{\tau1} - F_{\tau2}) \frac{y_s - y_d}{r} \\ F_y &= (F_{n1} - F_{n2}) \frac{y_s - y_d}{r} + (F_{\tau1} - F_{\tau2}) \frac{x_s - x_d}{r} \end{aligned} \quad (4)$$

接触的法向力 F_{n1}, F_{n2} , 和法向接触应力 P_1, P_2 , 不考虑材料的塑性, 假设接触挤压在线弹性的范围内, 采用线性刚度的假设. 受压部分的力随着偏距 r 线性增加, 受松部分的力随之线性减少, 但受松部分的力降到 0 之后即此时产生间隙, 就不会继续下降. 由于有过盈量的存在, 偏距为 0 时也有力, 其方程表达如下:

$$\begin{aligned} F_{n1} &= F_0 + k_1 r \\ F_{n2} &= \begin{cases} F_0 - k_2 r, & F_{n2} > 0 \\ 0, & F_{n2} \leq 0 \end{cases} \\ P_1 &= P_0 + k_3 r \\ P_2 &= \begin{cases} P_0 - k_4 r, & P_2 > 0 \\ 0, & P_2 \leq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

其中 P_0, F_0 为初始应力、法向力, k_1, k_2, k_3, k_4 为不同的接触刚度系数, 与具体模型参数有关.

切向力与法向力的关系, 本文采用恒定摩擦系数的模型. 对于受压部分, 分析其中间受压最大的点. 由于盘轴偏移变形量相对于轴的半径 R 来说一般是一个很小的量, 忽略其影响. 轴心的运动速度在最大受压点的切向的投影为 $-\dot{x}_s(y_s - y_d)/r + \dot{y}_s(x_s - x_d)/r$. 所以轴在最大受压点的切向速度为 $\omega R - \dot{x}_s(y_s - y_d)/r + \dot{y}_s(x_s - x_d)/r$. 同理盘在最大受压点的切向速度为 $\dot{\theta} R + \dot{y}_d(x_s - x_d)/r - \dot{x}_d(y_s - y_d)/r$. 最大受压点的径向速度较小忽略不计, 所以当轴的切向速度大于盘的切向速度时, 轴会给盘沿着接触点速度方向的摩擦力, 在受压部分为 $F_{\tau1}$ 方向, 受松部分为 $F_{\tau2}$ 方向, 反之则会给盘负的摩擦力^[7]. 记平动导致

的相对运动速度 $\alpha = (\dot{y}_d - \dot{y}_s)(x_s - x_d)/r - (\dot{x}_d - \dot{x}_s)(y_s - y_d)/r$, 则切向力与法向力的关系表达如下:

$$\begin{aligned} f_1 &= \Phi_1 \mu P_1 \\ F_{\tau 1} &= \Phi_1 \mu F_{n1} \\ \Phi_1 &= \begin{cases} 1, & \omega R - \dot{\theta} R - a > 0 \\ 0, & \omega R - \dot{\theta} R - a = 0 \\ -1, & \omega R - \dot{\theta} R - a < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

同理对于受松部分有如下方程:

$$\begin{aligned} f_2 &= \Phi_2 \mu P_2 \\ F_{\tau 2} &= \Phi_2 \mu F_{n2} \\ \Phi_2 &= \begin{cases} 1, & \omega R - \dot{\theta} R + a > 0 \\ 0, & \omega R - \dot{\theta} R + a = 0 \\ -1, & \omega R - \dot{\theta} R + a < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

2 振动响应分析

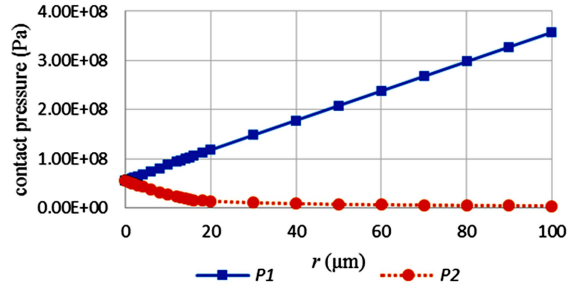
由于模型的接触刚度、接触应力依赖于模型的具体尺寸,所以先选取模型的系统参数才能确定系统的接触应力变化.模型的系统参数如下:

轴的长度 0.794m ,轴的半径 $R = 0.025\text{m}$,等效质量 $m_s = 7.7165\text{kg}$,偏心距 $e = 0.00001\text{m}$,刚度为 $k_s = 5.89 \times 10^6\text{N/m}$,轴阻尼 $c_s = 2500$.盘的外半径 0.1m ,初始内半径 $R_0 = 0.024985\text{m}$,初始过盈量 $2(R - R_0) = 30\mu\text{m}$,厚 $b = 0.01\text{m}$,盘与轴的接触面积 $A = 2\pi R b = 1.57 \times 10^{-3}\text{m}^2$,盘的质量为 $m_d = 2.315\text{kg}$,阻尼 $c_d = 5000$,偏心距 $u = 0.0002\text{m}$,转动惯量 $J = 0.011575\text{kg} \cdot \text{m}^2$,盘的转动阻尼 $c_\theta = 0.2$,摩擦系数 $\mu = 0.12$.

F_n, P 可以通过有限元仿真软件 ABAQUS 来进行仿真计算.接触压力 P 受到转动离心效应的影响,转盘的离心效应会使盘轴的接触应力减小,这不仅跟转速有关,而且也跟模型的具体尺寸有关^[8],越大越高速的盘轴系统,其转动的离心效果对接触应力的影响越大.除此之外其还与上面提到与盘轴中心偏距 r 有关,在此本文仅考虑这两种作用的线性叠加,还没考虑到它们的耦合效果.用 ABAQUS 仿真离心效应对接触应力的影响可参考文献^[9],在本模型中可仿真得:

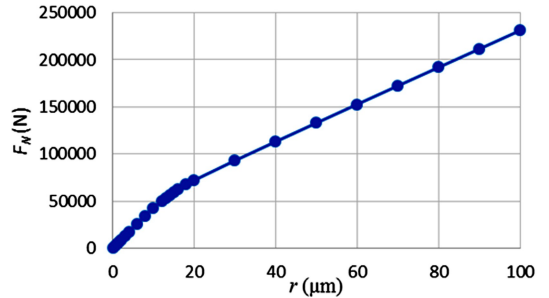
$$P_0 = 5.44 \times 10^7 - 32\omega^2$$

同样对于它与盘轴中心偏距 r 的关系也可以通过仿真得到:仿真得到 $P-r, F_n-r$ 相应数据点,如图 3 所示.



(a) 平均接触应力随盘轴偏距的变化

(a) Relationship of average contact pressure and the deflection between geometric center of disk and shaft



(b) 法向力随盘轴偏距的变化

(b) Relationship of normal force and the deflection

图 3 有限元仿真结果

Fig.3 Results of finite element simulation

图 3 中的接触应力经过线性化拟合得到分段线性的曲线.结果如下:

$$\begin{aligned} P_1 &= P_0 + 3.02 \times 10^{12} r \\ P_2 &= \begin{cases} P_0 - 2.817 \times 10^{12} r, & P_2 > 0 \\ 0, & P_2 \leq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

对于法向力,从仿真结果也可得到受压部分和受松部分的接触刚度,但图 3 中的力是法向合力.通过仿真结果可以观察到在偏距 r 等于半径过盈量附近法向力出现转折,受松部分的法向力 F_{n2} 降为 0,由此假设可得两个部分法向力表达式,最后结果为:

$$\begin{aligned} F_{n1} &= 34275 + 1.983 \times 10^9 r \\ F_{n2} &= \begin{cases} 34275 - 2.285 \times 10^9 r, & r \leq 15\mu\text{m} \\ 0, & r > 15\mu\text{m} \end{cases} \end{aligned}$$

上述为所有的系统参数,将其代入运动方程,可用 4 阶龙格库塔方法进行求解,得到在不同的转轴输入转速 ω (即轴的转速)下,转盘的振动情况.

通过数值仿真,可以发现盘轴系统的振动特性会与积分的初始条件有关,为了仿真转子系统经过加速直到指定速度的过程,尝试模拟从 0 加载速度,把速度分成几段,每次增加一个小量 $\Delta\omega = 31.4$

rad/s, 迭代两个周期, 把周期迭代的最后值当做下次迭代的初始值. 得到输入转速逐渐增加过程中松动盘的速度变化如图 4 所示.

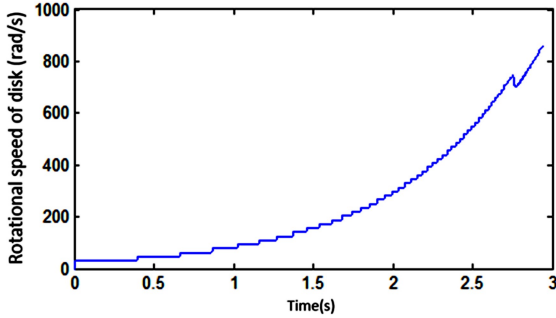
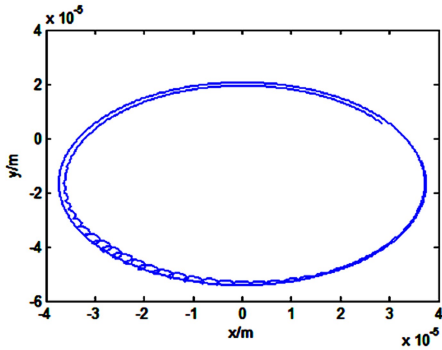
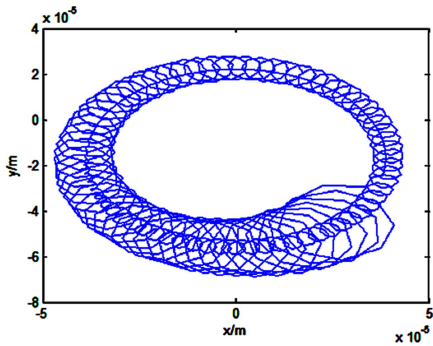


图 4 输入转速逐渐增加过程中松动盘的速度变化
Fig.4 Time history of rotational speed of disk during the increase of input speed

由图 4 中看出松动盘的速度在速度大约为 730rad/s 附近忽然发生一个速度的下降, 也就是在这个地方出现振动的发散, 此时盘心的运动轨迹如图 5 所示.



(a) 在发散转速前的盘心运动
(a) before the divorce



(b) 达到发散的转速时的盘心运动
(b) after the divorce

图 5 发散前和发散时输入转速增加 $\Delta\omega$ 后盘心的运动轨迹
Fig.5 Orbits of the disk for the increment of rotation speeds $\Delta\omega$

在到达发散转速前, 某个输入转速下盘心的运动轨迹是一个圆, 转速有一个忽然的增加量 $\Delta\omega$

后, 盘心运动经过一个小的波动, 然后再进入到下一个半径稍稍变大的圆. 而在达到发散的转速后, 忽然的增加量 $\Delta\omega$ 使盘心运动产生不收敛的波动, 然后盘心的运动开始发散.

图 6 为通过进一步仿真得到的输入转速从一个初始转速逐步减速的过程中松动盘的速度变化.

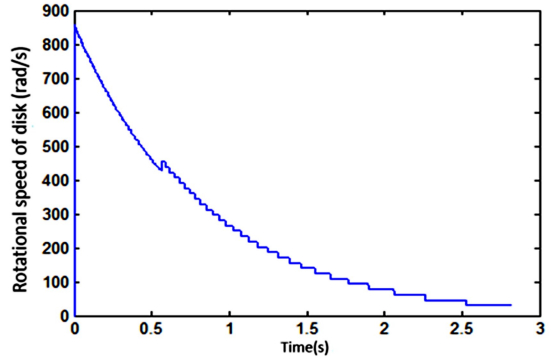
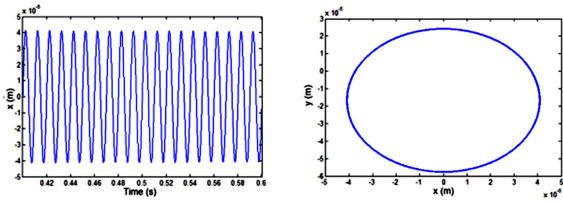


图 6 输入转速逐渐减小过程中松动盘的速度变化
Fig.6 Time history of rotational speed of disk during the decrease of import speed

从图 6 中可以发现松动盘速度下降到 450rad/s 附近忽然上升, 表明转盘由之前的超过发散转速后的振动状态又回归到发散转速前的振动状态. 输入转速下降过程中的突变点与输入转速上升过程中的突变点是不同的, 表明了这个模型的解跟数值积分的初始条件有关. 发散前和发散后两种不同输入转速下的振动情况如图 7 和图 8. 在输入转速 $\omega = 6000\text{r/min} = 628.3\text{rad/s}$ 时, 转盘的振动如图 7 所示.

此时盘的运动是一个波动很小的振动, 盘心轨迹为一个圆. 在输入转速 $\omega = 7800\text{r/min} = 816.8\text{rad/s}$ 时, 转盘的振动如图 8 所示.

图 8 显示转盘的振动轨迹出现了明显的跳动, 盘心运动轨迹十分混乱, 功率谱上出现两条峰值, 盘的转速与轴的转速 (输入转速) 出现了明显的固定的差值. 盘与轴转速的不同, 盘的不平衡力与轴的不平衡力为系统输入不同频率的振动, 分别为 $816.8/2\pi = 130\text{Hz}$ 、 $747/2\pi = 118\text{Hz}$, 在功率谱上可以看出, 盘的振动为这两种频率的振动的叠加. 对于转盘运动发散的情况可以在盘轴偏距 r 的变化曲线上看出, 在发散前的盘轴偏距很小, 一直在 10^{-7} 数量级以下, 说明此时盘心与轴心的相对距离很小, 可以认为它们是在一起运动. 在发散后盘轴的偏距一直增大, 而且偏距的加速度也增大; 但当

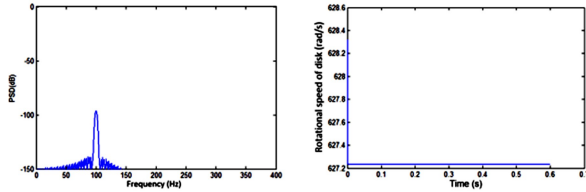


(a) 盘的 x 方向振动

(a) Vibration in horizontal direction

(b) 盘心运动轨迹

(b) Orbits of disk

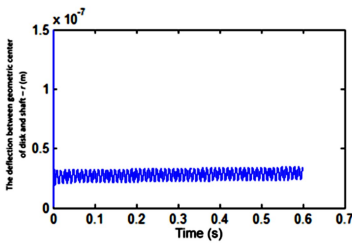


(c) 盘的 x 向振动功率谱

(c) Vibration power spectrum in horizontal direction

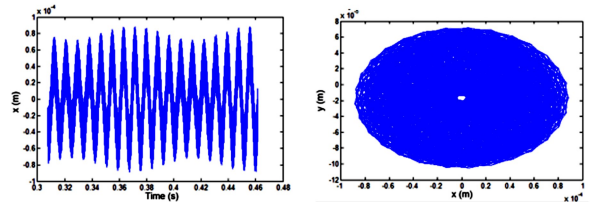
(d) 盘的转速

(d) Rotational speed of disk



(e) 盘轴偏距的变化

(e) Time history of deflection between geometric center of disk and shaft

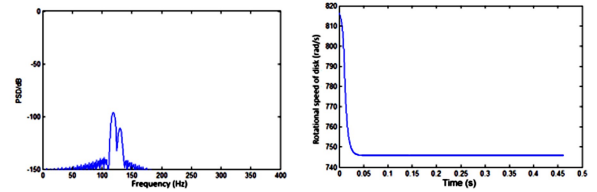
图7 输入转速 $\omega = 628.3 \text{ rad/s}$ 时转盘的振动特性Fig.7 Vibration response of disk at $\omega = 628.3 \text{ rad/s}$ 

(a) 盘的 x 方向振动

(a) Vibration in horizontal direction

(b) 盘心运动轨迹

(b) Orbits of disk

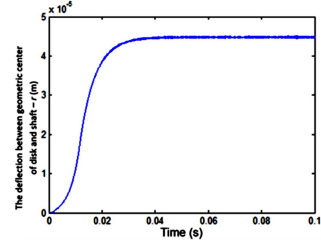


(c) 盘的 x 向振动功率谱

(c) Vibration power spectrum in horizontal direction

(d) 盘的转速

(d) Rotational speed of disk



(e) 盘轴偏距的变化

(e) Time history of deflection between geometric center of disk and shaft

图8 输入转速 $\omega = 816.8 \text{ rad/s}$ 时转盘的振动特性Fig.8 Vibration response of disk at $\omega = 816.8 \text{ rad/s}$

盘轴偏距进入接触应力的第二的线性阶段(受松部分的力在降到0以后不会再线性下降,此为第二线性阶段,之前为第一线性阶段)后,盘轴的偏距变化又变得平缓最后趋向于收敛,此时盘轴偏距很大,有可能会使接触进入塑性变形阶段以至于产生其他可能的后果,而且进入第二线性阶段表明受松一侧没有受到压力,此部分出现间隙,即松动产生。

3 结论

本文通过对转盘、转轴分别建模,并考虑其相对作用力的具体形式,建立了的盘轴系统的振动模型.发现了在转轴的某个输入转速下,盘轴系统的振动会出现在接触力的第一个线性阶段发生发散,然后到第二个线性阶段才收敛的情况,即为松动产生.在出现了松动后,盘的转速会与轴的输入转速产生速度差,于是盘的振动会出现不同频率的振动的叠加现象.结果表明,在盘轴系统松动产生后,系统的振动特性会有明显的不同,而且是由一个振动状态不稳定地变化到另一个振动状态。

参考文献

- 1 陈恩利,何田,郑猛等. 滚动轴承-转子系统支承松动时的复杂运动研究. 动力学与控制学报, 2004,2(4): 49~55 (Chen E L, He T, Zheng M, et al. Study on complicated motion of roll element bearing-rotor system with pedestal looseness. *Journal of Dynamics and Control*, 2004,2(4):49~55 (in Chinese))
- 2 李宏坤,赵利华,练晓婷. 非线性刚度转子-轴承支承松动故障的特征分析. 动力学与控制学报, 2011,9(3):233~237 (Li H K, Zhao L H, Lian X T. Characteristics analysis on nonlinear rigid rotor-bearing system with pedestal looseness fault. *Journal of Dynamics and Control*, 2011,9(3):233~237 (in Chinese))
- 3 Behzad M, Asayesh M. Vibration analysis of rotating shaft with loose disk. *International Journal of Engineering Transactions B Applications*, 2002,15(4):385~393
- 4 Behzad M, Asayesh M. Numerical and experimental investigation of the vibration of rotors with loose discs. *Journal*

- of *Mechanical Engineering Science*. 2010,224(224)
- 5 张义民. 机械振动. 北京:清华大学出版社, 2007:17~18 (Zhang Y M. Mechanical Vibration. Beijing:Tsinghua University Press, 2007:17~18 (in Chinese))
 - 6 Lu W X , Chu F L. Radial and torsional vibration characteristics of a rub rotor. *Nonlinear Dynamics*, 2014, 76 (1):529~549
 - 7 姜广政. 转子碰摩与裂纹故障振动特性研究[硕士学位论文]. 南京:东南大学, 2014 (Jiang G Z. Research on the vibration characteristics considering friction and crack for rotor system[Master Thesis]. Nanjing:Southeast University, 2014 (in Chinese))
 - 8 马平,张伯霖,李锻能. 高速机床电主轴过盈配合量的计算. 组合机床与自动化加工技术, 1999(7) (Ma P, Zhang B L, Li D N. Calculation of the interference fit for the electro-spindle of high speed machine tool. *Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique*, 1999(7) (in Chinese))
 - 9 孙清超,吴君良,钟星等. 基于 ABAQUS 的离心式压缩机转子接触应力分析. 机械设计与制造, 2013(5) (Sun Q C, Wu J L, Zhong X, et al. Contact stress of centrifugal compressor rotor based on ABAQUS. *Machinery Design & Manufacture*, 2013(5) (in Chinese))
 - 10 尚志勇,张小龙,江俊. 转子与定子碰摩的反向涡动失稳响应分析. 全国非线性动力学和运动稳定性学术会议, 2009 (Shang Z Y, Zhang X L, Jiang J. Analysis on the response of back whirl in rotor/stator systems. In: National Academic Conference on Nonlinear Dynamics and Motion Stability, 2009 (in Chinese))

ANALYSIS ON VIBRATION CHARACTERISTICS OF DISK-SHAFT SYSTEM WITH LOOSE FIT

Wei Songhan Lu Wenxiu[†]

(Department of Mechanical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract In the large disk-shaft rotating machinery with interference fit, high input speed of the shaft may result in the looseness between the disk and the shaft, and affect the vibration characteristics of the system. A vibration model of the disk-shaft system with looseness rotating part is built to analyze the rotor dynamics. Normal force and contact pressure in the model are considered as bi-linear form. It is found that when the input speed of the shaft exceeds a critical speed, the vibration of the disk-shaft system diverges in the first linear stage and converges in the second linear stage, resulting in the speed difference between the disk and the shaft, and the vibration of the system becomes a superposition of two different frequencies. The second linear stage represents that a gap occurs between the disk and the shaft, indicating that the loose happened.

Key words disk-shaft system, interference fit, vibration characteristics, looseness