

# 通信受限的网络化多智能体系统编队控制\*

宋娜 洪小敏 周川<sup>†</sup>

(南京理工大学自动化学院, 南京 210094)

**摘要** 主要研究了具有通信受限及不确定性的无线网络下的二阶多智能体系统的编队控制问题. 针对无线网络的介质访问约束, 采用二进制序列设计智能体节点调度协议, 使得满足约束条件的智能体节点经网络传输其采样信息; 另一方面, 为建立更符合实际的通信信道模型, 区别于传统的固定连接权重拓扑图, 考虑到无线网络的不确定性及拓扑连接权重与智能体节点之间距离的关系, 利用无线信道的度量指标构建了多智能体通信拓扑的新模型. 定义信息更新误差及编队误差, 将二阶多智能体系统模型转化为闭环延时系统模型. 然后, 构造 Lyapunov-Krasovskii 函数并利用 LMI 方法设计了编队控制协议. 最后, 通过仿真验证了所提方法的有效性.

**关键词** 多智能体系统, 编队控制, 无线网络, 通信受限, 不确定性

DOI: 10.6052/1672-6553-2016-032

## 引言

编队控制问题已成为多智能体系统研究的一个热点. 通常, 多智能体系统编队控制是指设计合适的控制协议, 使得多个网络化的智能体节点达到期望的速度及位置(或相对位置), 并保持队形运动.

目前, 已有很多文献对多智能体系统的编队控制进行了研究<sup>[1-8, 23]</sup>. 其中, 文献[2]针对一阶多智能体系统, 通过相对位置的测量估计分布式位置设计了编队控制策略, 并将提出的策略应用到轮式机器人编队控制中. 文献[6]不仅针对具有变化有向通信拓扑的移动自主多智能体系统的分布式非线性控制问题, 提出了分布式非线性控制策略, 使得二阶多智能体系统的控制输出渐近收敛到一致; 且通过动态反馈线性化将具有非完整约束的轮式机器人模型转换为两个二阶积分模型, 研究了轮式机器人的编队控制问题. 可见, 以上文献均假设网络信道容量是理想无约束的. 然而, 多智能体系统作为一种特殊的网络控制系统, 它包含多个智能体节点, 且通过网络传输其采样信息. 在实际应用中, 通信网络(特别是无线网络)往往存在介质访问约束等问题. 介质访问约束是指任一时刻仅有有限个智

能体节点的信息能通过网络传输. 这将导致智能体节点的控制不能获得所有传感器的采样信息, 从而影响系统的控制性能甚至使系统失稳. 针对具有介质访问约束的网络控制系统的控制, 主要是设计调度策略决定网络节点信息的发送顺序, 如常见的 RR(Round-Robin, 轮询调度)、TOD(Try Once Discard, 尝试一次丢弃)、EDF(Earliest Deadline First, 最小截止期优先)等. 此外, 针对由多个被控对象组成的具有介质访问约束及位速率约束的网络控制系统, 文献[9]基于平均驻留时间方法调度系统节点, 并采用线性规划优化算法在线分配网络带宽. 因此, 介质访问约束下的多智能体系统编队控制的研究具有重要意义, 而目前已有的研究结果中未涉及介质访问约束下的多智能体编队控制.

在多智能体系统编队控制的研究中, 通常采用拓扑图表示智能体节点与其邻接节点之间的信息传输通道. 现有文献中, 大部分的研究均假设拓扑图的交互权重固定不变(固定拓扑情况下)或者根据某种规则在有限集里变化(切换拓扑情况下)<sup>[10-13]</sup>. 文献[10]针对具有时变延时的非线性多智能体系统, 采用人工势能函数方法, 研究了根据马尔科夫随机过程切换的通信拓扑下的分布式

2016-04-20 收到第1稿, 2016-06-23 收到修改稿.

\* 国家自然科学基金资助项目(61074023), 江苏省大学生科研创新训练项目资助

<sup>†</sup> 通讯作者 E-mail: njust\_zc@126.com

编队问题. 文献[12]采用多领导的方式研究了有向通信拓扑下具有时变延时的二阶多智能体系统的时变编队以及时不变编队控制问题. 然而, 在实际的网络传输中, 随着接收器和发送器之间的有效距离变化, 通信拓扑的交互权重往往是动态变化的. 如文献[14]利用相应的调度函数建立了不确定的通信拓扑模型, 研究了高阶多智能体系统的跟踪问题. 文献[15]研究了具有动态变化拓扑及时变延时的多智能体系统的连续时间平均一致性问题. 为建立更加符合实际的网络通信模型, 用于度量无线连接的性能指标在移动网络中得到了研究, 如中断概率<sup>[16]</sup>、信噪比<sup>[17]</sup>, 及接收概率<sup>[18]</sup>等. 因此, 本文将针对具有介质访问约束及信道不确定性的无线网络通信下的二阶多智能体系统的编队控制问题展开研究, 主要工作与贡献如下:

(1) 考虑到无线通信受到多径衰落、遮蔽及发送器和接收器之间距离变化等因素的影响, 区别于传统的固定连接权重的拓扑图模型, 引入接收概率建立更符合实际的交互权重通信拓扑新模型, 使其连接权重随着智能体节点之间距离的变化而变化. 这种方法避免了超过通信距离、遮蔽和多径衰落等不良情况下的传输请求, 减少了不必要的数据传输, 同时也便于实际应用中实现.

(2) 针对无线通信网络的介质访问约束, 首次采用二进制序列设计智能体节点调度协议, 并利用该调度协议在采样时刻调度满足条件的智能体节点接入网络. 通过引入信息更新误差及编队误差, 并设计有效的编队控制策略, 将二阶多智能体系统编队控制问题转换为具有时变延时的闭环系统的稳定性问题求解.

### 1 问题描述

考虑具有  $N$  个智能体节点 (编号为  $1, 2, \dots, N$ ) 和一个虚拟领导者 (编号为  $0$ ) 的二阶多智能体系统. 第  $i$  个智能体节点的模型为:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i \\ \dot{v}_i = u_i \end{cases}, i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

其中,  $\dot{v}_0 = u_0 = 0$ , 表示虚拟领导者作匀速运动.  $x_i \in R^n, v_i \in R^n, u_i \in R^n$  分别表示第  $i$  个智能体节点及虚拟领导者的位置、速度及控制输入. 第  $i$  个智能体节点的结构如图 1 所示.

**假设 1**  $N$  个智能体节点中最多允许  $C$  个智能体节点接入网络 ( $C < N$ ).

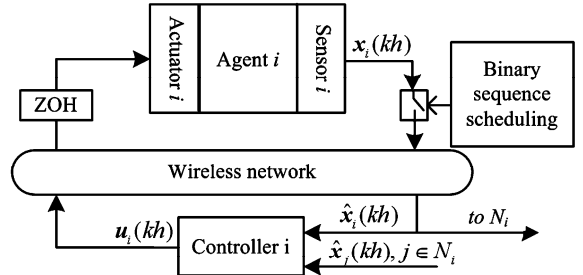


图 1 第  $i$  个智能体节点的结构

Fig. 1 Structure of the  $N$  agent

**假设 2** 执行器、控制器的工作方式均为事件驱动, 传感器的工作方式为时间驱动, 其采样周期为  $h, h > 0$ .

如图 1 所示, 由于无线网络通信通道的介质访问约束, 任一时刻最多允许  $C$  个智能体节点接入无线网络. 为此, 将通信时间划分为多个具有相同时间间隔为  $h$  的时间槽. 在每个采样时刻 (记为  $k, k = 0, 1, 2, \dots$ ), 利用如 (2) 式所示<sup>[19]</sup> 的二进制节点调度策略调度智能体节点接入网络:

$$s_i(k) = \lceil (k+1)p_i + \theta_i \rceil - \lceil kp_i + \theta_i \rceil \quad (2)$$

$i = 1, 2, \dots, N$

其中,  $\lceil d \rceil$  表示不小于  $d$  的最小整数,  $0 < p_i \leq 1$  为待设计参数,  $\theta_i$  表示初始相位, 不失一般性, 通常假设为零. 根据协议序列  $s_i(k)$ , 在第  $k$  个采样时刻, 当且仅当  $s_i(k) = 1$  时智能体节点  $i$  的控制回路闭合, 即允许接入无线网络传输其状态信息. 在任意时刻, 由于无线网络的介质访问约束, 必须保证  $\sum_{i=1}^N s_i(k) \leq C$ .

记智能体节点  $i$  点的平均传输速率为  $W_i = \frac{1}{k} \sum_{m=1}^k s_i(m)$ , 且需满足:

$$W_i \geq W_i^* \quad (3)$$

其中,  $W_i^*$  为期望的平均传输速率.

**注 1** 对于任意  $0 < p_i \leq 1$ , 二进制序列  $s_i(k) = \lceil (k+1)p_i \rceil - \lceil kp_i \rceil$  的渐近平均值为  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n s_i(k) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\lceil np_i \rceil}{n} = p_i$ , 故  $p_i$  表示了智能体节点  $i$  接入网络次数的渐近平均值. 若网络具有单一信道, 设  $R$  为总信道容量,  $R_i$  为智能体节点  $i$  所需的信道占用量, 可定义  $p_i = \frac{R_i}{R}$  或  $p_i$  为满足  $\sum_{i=1}^N p_i \leq 1$  的任意值.

对于多信道的网络而言,即有 $\sum_{i=1}^N p_i \leq C$ .

对于 $\forall i \in v$ ,当 $t = kh$ ,记 $x_i(kh), v_i(kh)$ 分别为智能体节点 $i$ 采样到的位置及速度信息;记 $\hat{x}_i(kh), \hat{v}_i(kh)$ 分别为智能体节点 $i$ 的控制器的位置及速度输入信息.若节点 $i$ 未能接入网络,则采用零阶保持器保持上一个采样时刻的控制器输入值.

则控制器 $i$ 的信息更新表示如下:

$$\hat{x}_i(kh) = \begin{cases} x_i(kh) & \text{if } s_i(k) = 1 \\ \hat{x}_i((k-1)h) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\hat{v}_i(kh) = \begin{cases} v_i(kh) & \text{if } s_i(k) = 1 \\ \hat{v}_i((k-1)h) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

进一步,表示为:

$$\begin{cases} \hat{x}_i(kh) = s_i(k)x_i(kh) + (1-s_i(k))\hat{x}_i((k-1)h) \\ \hat{v}_i(kh) = s_i(k)v_i(kh) + (1-s_i(k))\hat{v}_i((k-1)h) \end{cases} \quad (5)$$

考虑到实际无线通信受到多径衰竭、遮蔽及发送器和接收器之间距离变化等因素的影响,理想的二进制通道模型往往是不存在的,故本文采用文献[20]中的接收概率以表征无线网络信道的通信质量,接收概率可定义为:

$$P = \exp(-(2^\delta - 1) \frac{\sigma^2}{P_0} (\frac{d_{ij}}{d_0})^v) \quad (6)$$

其中, $\delta$ 为数据速率, $\sigma$ 为噪声方差, $P_0$ 为传输功率, $P_0/\sigma^2$ 为信噪比, $v$ 为路径损失指数,且取决于实际的物理环境(通常为2~6), $d_0$ 为天线近场的参考距离, $d_{ij}$ 为发送器和接收器之间的距离. $d_{ij} = \|x_i - x_j\|$ .可见,随着 $d_{ij}$ 的增大,接收概率 $P$ 减小趋于零,反之,随着 $d_{ij}$ 的减小, $P$ 增大并趋于1.考虑到无线网络的不确定性及拓扑连接权重与智能体节点之间距离的关系,传统的固定连接权重拓扑图显然不能真实反映通信质量.为建立更实际的无线网络信道模型并表征智能体节点之间的距离对连接权重的影响,本文采用接收概率表示连接权重 $a_{ij}$ :

$$a_{ij} = \begin{cases} \exp(-(2^\delta - 1) \frac{\sigma^2}{P_0} (\frac{d_{ij}}{d_0})^v) & \text{if } i \neq j \text{ and } (i, j) \in \varepsilon \\ 0 & \text{if } i = j \text{ or } (i, j) \notin \varepsilon \end{cases} \quad (7)$$

如图2所示,智能体节点 $i$ 的邻接节点 $j$ 为:

$$N_i = \{i \in v \mid (i, j) \in \varepsilon \text{ 且 } d_{ij} \leq d_T\} \quad (8)$$

其中, $d_T = \{d_{ij} \mid P = P_T\}$ , $P_T$ 为接收概率的阈值.若 $d_{ij} > d_T$ ,则视为通信质量不可靠,舍弃相应的信息.

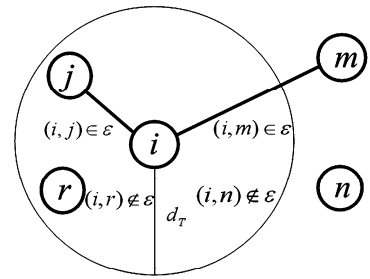


图2 智能体节点 $i$ 的邻接节点 $j$

Fig. 2 Adjacent agent  $j$  of agent  $i$

**注2** 在第 $k$ 个采样时刻,当且仅当 $(i, j) \in \varepsilon$ ,  $d_{ij} \leq d_T$ ,且 $s_i(k) = 1$ 时,智能体节点 $i$ 才能与其远程控制器 $i$ 及其邻接节点 $j$ 通信.

**注3** 从智能体节点的连接权重(7)及邻接节点(8)的表示可以看出,随着智能体节点的运动,在不同的时刻其邻接节点可能是不同的,多智能体系统的拓扑结构也可能是变化的.

设计如下编队控制协议:

$$u_i(t) = -k_1 \sum_{j \in N_i} a_{ij} ((\hat{x}_i(kh) - x_{d_i}) - (\hat{x}_j(kh) - x_{d_j})) - k_2 \sum_{j \in N_i} a_{ij} (v_i(kh) - v_j(kh)) - k_2 c_{i0} (v_i(kh) - v_0) \quad (9)$$

其中, $t \in [kh, (k+1)h)$ , $k_1, k_2$ 为待设计值, $x_{d_i} \in R^n, x_{d_j} \in R^n$ 分别为期望的智能体节点 $i$ 及其邻接智能体节点的位置信息.记 $C = \text{diag}\{c_{i0}\}$ ,当智能体节点 $i$ 与虚拟领导者之间存在通信链路,且 $r_{i0} \leq d_T$ 时, $c_{i0} \leq a_{i0}$ ;否则 $c_{i0} = 0$ .

定义信息更新误差为:

$$\begin{cases} e_{ix}(kh) = x_i(kh) - \hat{x}_i((k-1)h) \\ e_{iv}(kh) = v_i(kh) - \hat{v}_i((k-1)h) \end{cases} \quad (10)$$

代入(4)式,得:

$$\begin{cases} \hat{x}_i(kh) = x_i(kh) - (1-s_i(k))e_{ix}(kh) \\ \hat{v}_i(kh) = v_i(kh) - (1-s_i(k))e_{iv}(kh) \end{cases} \quad (11)$$

根据式(1)和编队控制协议(9),智能体节点 $i$ 可表示为:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t) \\ \dot{v}_i(t) = -k_1 \sum_{j \in N_i} a_{ij} [(x_i(kh) - x_{d_i}) - (x_j(kh) - x_{d_j})] + k_1 \sum_{j \in N_i} a_{ij} [(1-s_i(k))e_{ix}(kh) - (1-s_j(k))e_{jx}(kh)] - k_2 \sum_{j \in N_i} a_{ij} (v_i(kh) - v_j(kh)) + k_2 \sum_{j \in N_i} a_{ij} [(1-s_i(k))e_{iv}(kh) - (1-s_j(k))e_{jv}(kh)] - k_2 c_{i0} (v_i(kh) - v_0 - (1-s_i(k))e_{iv}(kh)) \end{cases} \quad (12)$$

其中,  $t \in [kh, (k+1)h)$ .

定义智能体节点  $i$  的编队误差:

$$\begin{cases} \bar{x}_i(t) = x_i(t) - x_0 - x_{d_i} \\ \bar{v}_i(t) = v_i(t) - v_0 \end{cases} \quad (13)$$

则(12)式可改写成:

$$\begin{cases} \bar{x}_i(t) = \bar{v}_i(t) \\ \bar{v}_i(t) = -k_1 \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\bar{x}_i(kh) - \bar{x}_j(kh)) + \\ \quad k_1 \sum_{j \in N_i} a_{ij} [(1 - s_i(k)) e_{ix}(kh) - \\ \quad (1 - s_j(k)) e_{jx}(kh)] - \\ \quad k_2 \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\bar{v}_i(kh) - \bar{v}_j(kh)) + \\ \quad k_2 \sum_{j \in N_i} a_{ij} [(1 - s_i(k)) e_{iv}(kh) - \\ \quad (1 - s_j(k)) e_{jv}(kh)] - \\ \quad k_2 c_i (\bar{v}_i(kh) - (1 - s_i(k)) e_{iv}(kh)) \end{cases} \quad (14)$$

其中,  $t \in [kh, (k+1)h)$ .

记  $M^k = \text{diag}\{1 - s_i(k)\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ ,

$z(t) = [\bar{x}^T(t), \bar{v}^T(t)]^T$ ,  $e(t) = [e_x^T(t), e_v^T(t)]^T$ .

其中,  $\bar{x}(t) = [\bar{x}_1^T(t), \bar{x}_2^T(t), \dots, \bar{x}_N^T(t)]^T$ ,

$\bar{v}(t) = [\bar{v}_1^T(t), \bar{v}_2^T(t), \dots, \bar{v}_N^T(t)]^T$ ,

$e_x(t) = [e_{1x}^T(t), e_{2x}^T(t), \dots, e_{Nx}^T(t)]^T$ ,

$e_v(t) = [e_{1v}^T(t), e_{2v}^T(t), \dots, e_{Nv}^T(t)]^T$ .

则可得闭环多智能体系统:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) = & \begin{bmatrix} 0 & I_{nN} \\ -k_1(L \otimes I_n) & -k_2(L+C) \otimes I_n \end{bmatrix} z(kh) + \\ & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_1(LM^k \otimes I_n) & k_2(L+C)M^k \otimes I_n \end{bmatrix} e(kh) \\ t \in & [kh, (k+1)h) \end{aligned} \quad (15)$$

为便于分析,令  $\tau(t) = t - kh, kh \leq t \leq (k+1)h, k \in N$ . 显然,当  $t \neq kh$  时,  $\dot{\tau}(t) = 1, \tau(t)$  是分段线性的,且在  $t = kh$  处不连续. 容易看出,  $0 \leq \tau(t) < h$ . 则系统(15)可改写成如下闭环多智能体系统:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) = & \begin{bmatrix} 0 & I_{nN} \\ -k_1(L \otimes I_n) & -k_2(L+C) \otimes I_n \end{bmatrix} z(t - \tau(t)) + \\ & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_1(LM^k \otimes I_n) & k_2(L+C)M^k \otimes I_n \end{bmatrix} e(t - \tau(t)) \\ t \in & [kh, (k+1)h) \end{aligned} \quad (16)$$

简记为:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) = & Az(t - \tau(t)) + Be(t - \tau(t)), \\ t \in & [kh, (k+1)h) \end{aligned} \quad (17)$$

其中,  $A = \begin{bmatrix} 0 & I_{nN} \\ -k_1(L \otimes I_n) & -k_2(L+C) \otimes I_n \end{bmatrix}$ ,

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_1(LM^k \otimes I_n) & k_2(L+C)M^k \otimes I_n \end{bmatrix}.$$

综上所述,本文设计目标是针对无线网络通信具有的信道约束及不确定性,设计节点调度协议(2)和编队控制协议(9),使得闭环多智能体系统(17)渐近稳定.

## 2 编队控制协议的设计

**定义 1** 若存在常数  $\alpha > 0$  和  $\beta > 0$  使得状态响应满足  $\|x(t)\| \leq \alpha e^{-\beta(t-t_0)} \|x(t_0)\|, \forall t \geq t_0$  具有任意非负初始状态,则称系统指数稳定.

**引理 1**<sup>[21]</sup> (Schur 补引理)对给定的矩阵  $S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$ , 其中  $S_{11}$  是  $r \times r$  矩阵,则以下三个条件是等价的:

- (1)  $S < 0$
- (2)  $S_{11} < 0, S_{22} - S_{12}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0$
- (3)  $S_{22} < 0, S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^T < 0$

**引理 2**<sup>[21]</sup> 对任意常数矩阵  $R \in R^{n \times n}, R = R^T > 0, H \in R^{n \times k}$ , 且时变函数  $\tau(t)$  满足  $0 < \tau(t) \leq h$ , 矢量函数  $\delta: [-h, 0] \rightarrow R^n$  使得  $\int_{t-\tau(t)}^t \delta(s) = F\varphi(t)$ , 其中  $F \in R^{n \times k}, \varphi(t) \in R^k$ , 则下列不等式成立:

$$\begin{aligned} - \int_{t-\tau(t)}^t \delta^T(t) R \delta(t) ds \leq \\ \varphi^T(t) (\tau(t) H^T R^{-1} H - F^T H - H^T F) \varphi(t) \end{aligned}$$

**定理 1** 针对闭环多智能体系统(17), 给定常数  $\alpha > 0, \lambda > 0$ , 对于第  $k$  个时间段及  $l = k - 1$  个时间段, 若存在一系列适维正定矩阵  $P_k, Q_k, Y_k, H_k, R_k, P_l, Q_l, Y_l, H_l, R_l$ , 使得下列不等式成立:

$$\begin{cases} \Gamma + h(J + \Pi_1 + \Pi_2) < 0 \\ \Gamma + h(J + \Pi_3 + \Pi_4) < 0 \end{cases} \quad (18)$$

$$P_k \leq \beta P_l, Q_k \leq \beta Q_l, R_k \leq \beta R_l, Y_k \leq \beta Y_l \quad (19)$$

$$b(k) \geq \frac{\lambda}{\alpha \delta(k)} \quad (20)$$

其中,  $\beta \geq 1, \gamma = e^{-\alpha h}, G = A\varepsilon_2 + B\varepsilon_4, J = G^T R_k G, \Pi_1 = \alpha \varepsilon_{13}^T H_k \varepsilon_{13}, \Pi_2 = G^T H_k \varepsilon_{13} + \varepsilon_{13}^T H_k G, \Gamma = G^T P_k \varepsilon_1 + \varepsilon_1^T P_k G + \alpha \varepsilon_1^T P_k \varepsilon_1 + \varepsilon_1^T Q_k \varepsilon_1 - \gamma \varepsilon_3^T Q_k \varepsilon_3 - \varepsilon_{13}^T H_k \varepsilon_{13} - M^T \varepsilon_{12} - \varepsilon_{12}^T M, \Pi_3 = G^T Y_k G, \Pi_4 = M^T Y_k^{-1} M, \delta(k)$  为智能体系统接入网络的总次数,且  $b(k)$  表示接入网络的时间占总时间的比例,则闭环多智能体系统(17)指数稳定.

证明:

令  $\varphi(t) = [z^T(t), z^T(t - \tau(t)), z^T(t - h), e^T(t - \tau(t))]$ .

记  $\varepsilon_i (i=1, 2, 3, 4)$  为块矩阵, 且  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_i - \varepsilon_j$ .

例如:  $\varepsilon_1 = [I_{2nN} \ 0 \ 0 \ 0]$ ,

$$\varepsilon_{14} = [I_{2nN} \ 0 \ 0 \ -I_{2nN}].$$

(1) 假设  $t \in (kh, (k+1)h)$  时, 系统处于第  $k$  个时间段. 构造 Lyapunov-Krasovskii 函数如下:

$$\begin{aligned} V_k(t) &= V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) + V_4(t) + V_5(t) \\ &= z^T(t)P_k z(t) + \int_{t-h}^t e^{\alpha(s-t)} z^T(s)Q_k z(s) ds + \\ &\quad \int_{-\tau(t)}^0 \int_{t+\theta}^t e^{\alpha(s-t)} z^T(s)Y_k \dot{z}(s) ds d\theta + \\ &\quad (h - \tau(t)) [z(t) - z(t-h)]^T \cdot \\ &\quad H_k [z(t) - z(t-h)] + \int_{t-\tau(t)}^t \cdot \\ &\quad (s-t+h) e^{\alpha(s-t)} z^T(s)R_k \dot{z}(s) ds \end{aligned} \quad (21)$$

其中,  $V_1(t) = z^T(t)P_k z(t)$ ,

$$V_2(t) = \int_{t-h}^t e^{\alpha(s-t)} z^T(s)Q_k z(s) ds,$$

$$V_3(t) = \int_{-\tau(t)}^0 \int_{t+\theta}^t e^{\alpha(s-t)} z^T(s)Y_k \dot{z}(s) ds d\theta,$$

$$V_4(t) = (h - \tau(t)) [z(t) - z(t-h)]^T \cdot H_k [z(t) - z(t-h)],$$

$$V_5(t) = \int_{t-\tau(t)}^t (s-t+h) e^{\alpha(s-t)} z^T(s)R_k \dot{z}(s) ds.$$

由于  $t \neq kh$  时  $\dot{\tau}(t) = 1$ , 对  $V_k(t)$  求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_k(t) &= \dot{z}^T(t)P_k z(t) + z^T(t)P_k \dot{z}(t) + z^T(t)Q_k z(t) - \\ &\quad e^{-\alpha h} z^T(t-h)Q_k z(t-h) - \alpha V_2(t) + \\ &\quad \tau(t) \dot{z}^T(t)Y_k \dot{z}(t) - \alpha V_3(t) - \\ &\quad \int_{t-\tau(t)}^t e^{\alpha(s-t)} z^T(s)Y_k \dot{z}(s) ds - \\ &\quad [z(t) - z(t-h)]^T H_k [z(t) - z(t-h)] + \\ &\quad (h - \tau(t)) \{ [\dot{z}(t) - \dot{z}(t-h)]^T \cdot \\ &\quad H_k [z(t) - z(t-h)] + [z(t) - z(t-h)]^T \cdot \\ &\quad H_k [\dot{z}(t) - \dot{z}(t-h)] \} + \\ &\quad h \dot{z}^T(t)R_k \dot{z}(t) - \alpha V_5(t) \end{aligned} \quad (22)$$

由引理 2, 可得

$$\begin{aligned} - \int_{t-\tau(t)}^t e^{\alpha(s-t)} z^T(s)Y_k \dot{z}(s) ds \leq \\ \varphi^T(t) (\tau(t)M^T Y_k^{-1} M - M^T \varepsilon_{12} - \varepsilon_{12}^T M) \varphi(t) \end{aligned} \quad (23)$$

由式(22) ~ (23)可知,

$$\dot{V}_k(t) + \alpha V_k(t) \leq \varphi^T(t) \Sigma \varphi(t) \quad (24)$$

其中,

$\Sigma = \Gamma + hJ + (h - \tau(t))(\Pi_1 + \Pi_2) + \tau(t)(\Pi_3 + \Pi_4)$ . 可见,  $\Sigma$  是  $\Pi_1 + \Pi_2$  和  $\Pi_3$  在  $\tau(t) \in [0, h]$  上

的凸组合. 因此, 若(18)满足, 则有  $\Sigma < 0$ , 即:

$$\dot{V}_k(t) \leq -\alpha V_k(t)$$

对上式在  $t \in [t_k, t_{k+1}) = [kh, (k+1)h)$  上积分可得:

$$V_k(t) \leq e^{-\alpha(t-t_k)} V_k(t_k) \quad (25)$$

从而可知  $V_p$  在第  $P$  个时间段内指数衰减.

(2) 对任意采样时刻  $t_k = kh$ , 根据不等式组(19), 可知:

$$V_k(t_k) \leq \beta V_k(t_k^-) \quad (26)$$

记  $\delta(k) = \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^k s_i(m)$  为智能体系统接入网络的总次数, 且  $b(k) = \frac{\delta(k)h}{N(t_k - t_0)}$  表示接入网络的时间占总时间的比例.

因此, 当  $t \in [t_k, t_{k+1})$ , 由式(25) ~ (26)得:

$$\begin{aligned} V_k(t) &\leq e^{-\alpha(t-t_k)} V_k(t_k) \leq e^{-\alpha(t-t_k)} \beta V_k(t_k^-) \\ &\leq e^{-\alpha(t-t_k)} \beta e^{-\alpha(t_k-t_{k-1})} V_{k-1}(t_{k-1}) \leq \dots \\ &\leq \beta^{\delta(k)} e^{-\alpha \delta(k)h} V_0(t_0) \end{aligned} \quad (27)$$

根据式(19)有:

$$b(k) = \frac{\delta(k)h}{N(t_k - t_0)} \geq \frac{\lambda}{\alpha \delta(k)}$$

则  $\lambda N(t_k - t_0) \leq \alpha \delta^2(k)h < \alpha \delta(k)h$ , 代入式(27)得:

$$V_k(t) < \beta^{\delta(k)} e^{-\lambda N(t_k - t_0)} V_0(t_0)$$

结合式(21), 有:

$$\kappa_1 \|z(t)\|^2 \leq V(t) \leq \beta^{\delta(k)} e^{-\lambda N(t-t_0)} \kappa_2 \|z(t_0)\|^2,$$

进一步可得:

$$\begin{aligned} \|z(t)\| &\leq \sqrt{\frac{\kappa_2}{\kappa_1}} \beta^{\frac{\delta(k)}{2}} e^{-\frac{1}{2}\lambda N(t-t_0)} \|z(t_0)\| \\ &= \bar{\omega} e^{-\frac{1}{2}\lambda N(t-t_0)} \|z(t_0)\| \end{aligned} \quad (28)$$

其中,  $\bar{\omega} = \sqrt{\frac{\kappa_2}{\kappa_1}} \beta^{\frac{\delta(k)}{2}}$ ,  $\kappa_1 = \lambda(P_k)$ ,

$$\kappa_2 = \bar{\lambda}(P_k) + h \bar{\lambda}(Q_k) + h \bar{\lambda}(R_k) + \frac{h^2}{2} \bar{\lambda}(Y_k).$$

由  $\beta \geq 1, \lambda > 0$ , 可知  $\bar{\omega} > 0, \frac{1}{2}\lambda N > 0$ . 根据定义 1 可知, 闭环多智能体系统(17)指数稳定.

**定理 2** 针对图 1 所示的多智能体系统, 给定常数  $\lambda > 0, \alpha > 0, \mu > 0, \vartheta_1 > 0, \vartheta_2 > 0$ , 在节点调度协议(2)及编队控制协议(9)的作用下, 若存在一系列适维正定矩阵  $\hat{P}_k, \hat{Q}_k, \hat{Y}_k, \hat{H}_k, \hat{R}_k, \hat{R}_k$ , 使得线性矩阵不等式(29) - (30)成立.

$$\begin{bmatrix} \hat{\Gamma} + h(\hat{\Pi}_1 + \hat{\Pi}_2) & h\hat{G}^T \\ * & -h\hat{\Theta}_1 \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

$$\begin{bmatrix} \Gamma & h\hat{G}^T & h\hat{M}^T \\ * & -h\Theta_2 & 0 \\ * & * & -h\hat{Y}_k \end{bmatrix} < 0 \quad (30)$$

且智能体节点调度协议(2)满足式(3)及如下不等式:

$$\frac{\lambda}{\alpha\delta(k)} \leq \sum_{i=1}^N p_i \leq C \quad (31)$$

其中,  $C$  是智能体节点接入网络最多允许个数,  $0 < \sigma < 1$  表示了智能体节点  $\mu_{i,k}$  接入网络次数的渐近平均值,  $\delta(k)$  为智能体系统接入网络的总次数, 且:

$$\begin{aligned} \gamma &= e^{-\alpha h}, 0 < p_i \leq 1, \hat{G} = \hat{A}\varepsilon_2 + \hat{B}\varepsilon_4, \\ \hat{\Pi}_1 &= \alpha\mu\varepsilon_{13}^T \hat{P}_k \varepsilon_{13}, \hat{\Pi}_2 = \mu(\hat{G}^T \varepsilon_{13} + \varepsilon_{13}^T \hat{G}), \\ \Theta_1 &= 2\vartheta_1 \hat{P}_k - \vartheta_1^2 \hat{R}_k, \\ \hat{\Gamma} &= \hat{G}^T \varepsilon_1 + \varepsilon_1^T \hat{G} + \alpha\varepsilon_1^T P_k \varepsilon_1 - \mu\varepsilon_{13}^T \hat{P}_k \varepsilon_{13} + \varepsilon_1^T \hat{Q}_k \varepsilon_1 - \\ &\quad \gamma\varepsilon_3^T \hat{Q}_k \varepsilon_3 - \varepsilon_{12}^T \hat{M} - \hat{M}^T \varepsilon_{12} \\ \Theta_2 &= 2\vartheta_2 \hat{P}_k - \vartheta_2^2 (\hat{R}_k + \hat{Y}_k). \end{aligned}$$

则闭环多智能体系统(17)在具有介质访问受限及不确定性的无线通信下能够达到稳定编队.

证明: 式(18)等价于

$$\begin{cases} \Gamma + h(\hat{\Pi}_1 + \hat{\Pi}_2) - h\hat{G}^T R_k \cdot (-hR_k)^{-1} \cdot hR_k G < 0 \\ \Gamma - h\hat{G}^T (R_k + Y_k) (-h(R_k + Y_k))^{-1} \cdot h(R_k + Y_k) G \\ -h\hat{M}^T \cdot (-hY_k)^{-1} \cdot hM < 0 \end{cases}$$

根据 Schur 补引理, 则有:

$$\begin{bmatrix} \Gamma + h(\hat{\Pi}_1 + \hat{\Pi}_2) & h\hat{G}^T R_k \\ * & -hR_k \end{bmatrix} < 0 \quad (32)$$

$$\begin{bmatrix} \Gamma & h\hat{G}^T (R_k + Y_k) & h\hat{M}^T \\ * & -h(R_k + Y_k) & 0 \\ * & * & -hY_k \end{bmatrix} < 0 \quad (33)$$

令  $P_k = I_N \otimes U, V = \text{diag}\{P_k^{-1}, P_k^{-1}, P_k^{-1}, P_k^{-1}\}$ , 并作以下变量代换  $\hat{P}_k = I_N \otimes U^{-1}, H_k = \mu P_k, \hat{Y}_k = P_k^{-1} Y_k P_k^{-1}, \hat{Q}_k = P_k^{-1} Q_k P_k^{-1}, \hat{R}_k = P_k^{-1} R_k P_k^{-1}, \hat{A} = \hat{A} P_k, \hat{B} = \hat{B} P_k, \hat{M} = P_k^{-1} M V$ . 对式(32)和(33)分别左乘和右乘  $L_1 = \text{diag}\{V, R_k^{-1}\}, L_2 = \text{diag}\{V, (R_k + Y_k)^{-1}, P_k^{-1}\}$  得:

$$\begin{bmatrix} \hat{\Gamma} + h(\hat{\Pi}_1 + \hat{\Pi}_2) & h\hat{G}^T \\ * & -hR_k^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (34)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\Gamma} & h\hat{G}^T & h\hat{M}^T \\ * & -h(R_k + Y_k)^{-1} & 0 \\ * & * & -h\hat{Y}_k \end{bmatrix} < 0 \quad (35)$$

由于  $-PR^{-1}P \leq \vartheta^2 R - 2\vartheta P$ , 有:

$$\begin{cases} -R_k^{-1} = -P_k^{-1}(\hat{R}_k)^{-1}P_k^{-1} \leq -\Theta_1 \\ -(R_k + Y_k)^{-1} = -P_k^{-1}(\hat{R}_k + \hat{Y}_k)^{-1}P_k^{-1} \leq -\Theta_2 \end{cases} \quad (36)$$

将式(36)代入式(34) ~ (35), 即得式(29) ~ (30).

对于任意时间间隔  $[0, t]$ , 令  $t = nh + \bar{h}$ , 其中  $n$  为大于零的整数,  $0 \leq \bar{h} < h$ . 可得所有智能体节点接入网络的总时间为  $\rho(t) = \sum_{i=1}^N n \lceil p_i h \rceil + \lceil p_i \bar{h} \rceil$ . 则:

$$\begin{aligned} b(t) &= \sum_{i=1}^N \frac{n \lceil p_i h \rceil + \lceil p_i \bar{h} \rceil}{Nt} \geq \sum_{i=1}^N \frac{np_i h + p_i \bar{h}}{N(nh + \bar{h})} \\ &= \sum_{i=1}^N p_i \geq \frac{\lambda}{\alpha\delta(k)} \end{aligned}$$

由于信道的约束, 要求  $\sum_{i=1}^N p_i \leq C$ . 即有式(31).

### 3 算例仿真

本文仿真采用的二阶多智能体系统的通信拓扑如图3所示. 其中, 传感器的采样周期为  $h = 0.1$  s. 期望的正方形编队队形如图4所示, 且各智能体节点期望的平均传输速率分别为  $W_1^* = 0.45, W_2^* = 0.26, W_3^* = 0.33, W_4^* = 0.40$ . 假定任意时刻最多有3个智能体节点可以接入网络, 即  $C = 3$ .

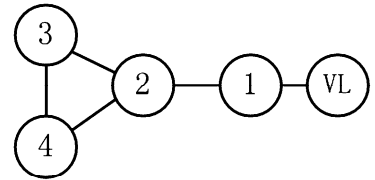


图3 多智能体系统通信拓扑图

Fig. 3 Communication topology of multi-agent system

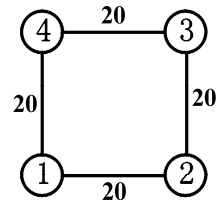


图4 期望的正方形编队队形

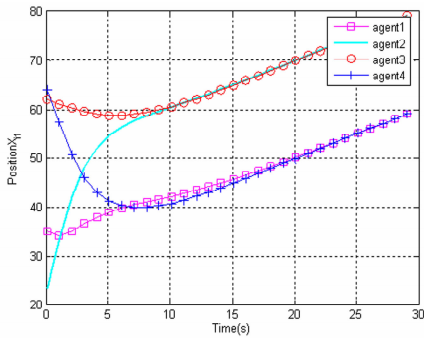
Fig. 4 Expected square formation

拓扑图连接权重的参数为  $\delta = 2, \frac{\sigma^2}{P_0} = 10^{-5}, d_0 = 5, v = 2, d_T = 100$ . 给定  $\alpha = 0.2, \mu = 1, \lambda = 0.1$ , 解推论1的矩阵不等式(29) - (30), 得  $k_1 = 0.25, k_2 = 0.66$ . 根据节点调度协议条件(31)及式(3), 得:

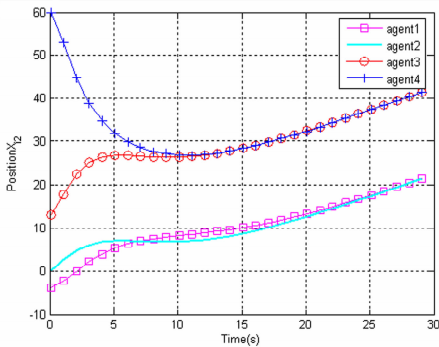
$$s_1(k) = \lceil \frac{9}{14}(k+1) \rceil - \lceil \frac{9}{14}k \rceil, s_2(k) = 1 - s_1(k),$$

$$s_3(k) = \lceil \frac{5}{14}(k+1) \rceil - \lceil \frac{5}{14}k \rceil,$$

$$s_4(k) = \lceil \frac{7}{13}(k+1) \rceil - \lceil \frac{7}{13}k \rceil.$$



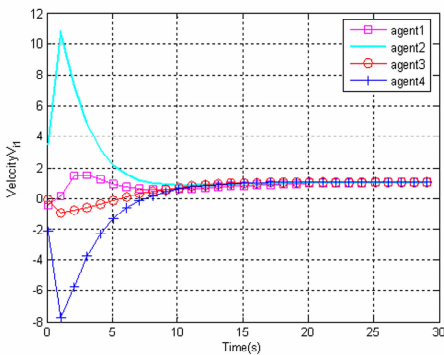
(a) Position trajectories of Agents 1



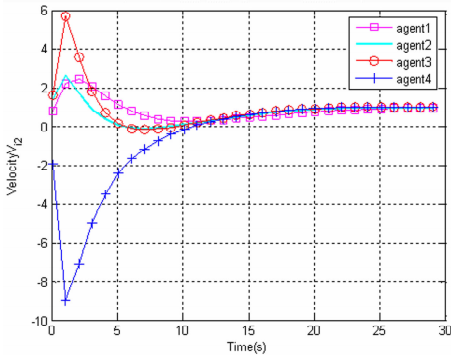
(b) Position trajectories of Agents 2

图 5 智能体节点的位置轨迹

Fig. 5 Position trajectories of Agents



(a) Velocity trajectories of Agents 1



(b) Velocity trajectories of Agents 2

图 6 智能体节点的速度轨迹

Fig. 6 Velocity trajectories of Agents

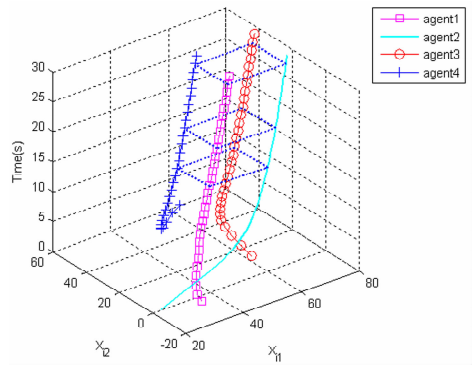


图 7 多智能体系统的位置响应

Fig. 7 Position response of multi-agent system

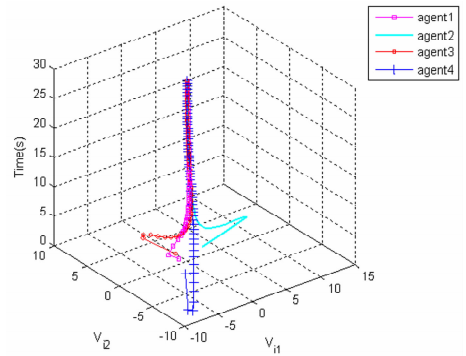


图 8 多智能体系统的速度响应

Fig. 8 Velocity response of multi-agent system

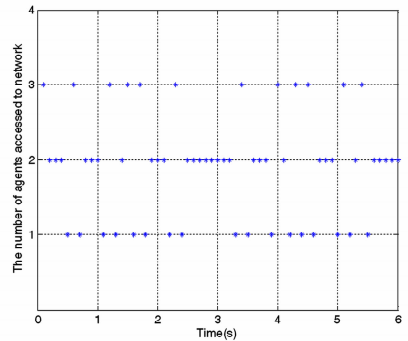


图 9 接入网络的智能体节点的数量

Fig. 9 Number of agents accessed to network

上述多智能体系统的编队控制仿真结果如图 5 ~ 图 10 所示. 智能体节点的位置轨迹如图 5 的 (a)、(b) 所示, 可见两个位置分量分别收敛并保持期望的距离. 图 6 的 (a)、(b) 给出了智能体节点的速度轨迹, 可见两个速度分量均保持一致. 图 7 和图 8 分别为多智能体系统的位置和速度轨迹曲线, 表明了随着时间推移, 智能体节点的队形达到期望的正方形编队队形, 且速度达到一致, 并保持队形运动. 根据本文设计的节点调度协议, 图 9 表示接入网络的智能体节点的数量, 可以看出任意时刻最

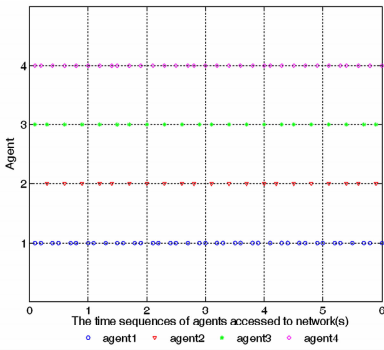


图10 智能体节点接入网络的时序

Fig. 10 Time sequences of agents accessed to network

多有3个智能体节点接入网络传输采样信息.图10给出了各个智能体节点在调度策略下的接入网络的时序,可见智能体节点在调度策略下间断性地传输信息,最终达到了稳定的编队.以上结果表明,在具有介质访问约束及不确定性的无线通信下,多智能体系统快速地形成期望的编队队形并保持该队形运动.为验证方法的有效性,本文仅采用了四个智能体节点进行编队分析,而对更多数量的多智能体系统,此方法同样有效.

## 4 结论

本文针对无线网络环境下二阶多智能体系统的编队控制问题,考虑到网络的不确定性及介质访问约束,采用二进制序列设计智能体节点调度策略,并利用接收概率描述通信拓扑的连接权重,使得任意时刻传输状态信息的智能体节点数满足约束且达到稳定的编队队形.首先,通过定义信息更新误差及编队误差,将二阶多智能体系统模型转化为闭环延时系统模型.其次,利用Lyapunov-Krasovskii函数及LMI技术给出了二进制节点调度策略下编队控制协议的设计.最后,通过仿真验证了所提方法的有效性.本文后续工作是将进一步研究基于事件触发机制的无线网络通信协议以节省无线网络的带宽和能量,以及将该方法推广到高阶非线性多智能体的编队控制.

## 参 考 文 献

- 1 Wang J. Integrated optimal formation control of multiple unmanned aerial vehicles. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2013, 21(5): 1731 ~ 1744
- 2 Oh K K, Ahn H S. Formation control of mobile agents based on distributed position estimation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(3): 737 ~ 742
- 3 Park M C, Jeong K, Ahn H S. Formation stabilization and resizing based on the control of inter-agent distances. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015, 25(14): 2532 ~ 2546
- 4 Oh K K, Ahn H S. Formation control and network localization via orientation alignment. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, 59(2): 540 ~ 545
- 5 Travis D, Sarangapani J. Neural network output feedback control of robot formations. *IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics Part B Cybernetics A Publication of the IEEE Systems Man & Cybernetics Society*, 2010, 40(2): 383 ~ 399
- 6 Liu T, Jiang Z P. Distributed nonlinear control of mobile autonomous multi-agents. *Automatica*, 2014, 50(4): 1075 ~ 1086
- 7 Chen X, Jia Y. Adaptive leader-follower formation control of non-holonomic mobile robots using active vision. *IET Control Theory & Applications*, 2015, 9(8): 1302 ~ 1311.
- 8 Rahimi R, Abdollahi F, Naqshi K. Time-varying formation control of a collaborative heterogeneous multi agent system. *Robotics & Autonomous Systems*, 2014, 62(12): 1799 ~ 1805
- 9 Lu H, Zhou C. Dual scheduling and quantised control for networked control systems with communication constraints. *International Journal of Systems Science*, 2015, 47(10): 1 ~ 12
- 10 Xue D, Yao J, Wang J, et al. Formation control of multi-agent systems with stochastic switching topology and time-varying communication delays. *IET Control Theory & Applications*, 2013, 7(13): 1689 ~ 1698
- 11 Rahimi R, Abdollahi F, Naqshi K. Time-varying formation control of a collaborative heterogeneous multi agent system. *Robotics & Autonomous Systems*, 2014, 62(12): 1799 ~ 1805
- 12 Lu X, Austin F, Chen S. Formation control for second-order multi-agent systems with time-varying delays under directed topology. *Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation*, 2012, 17(3): 1382 ~ 1391.
- 13 He D X, Xu G H, Guan Z H, et al. Hybrid coordination of multi-agent networks with hierarchical leaders. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2015, 27(1): 110 ~ 119
- 14 Dong L J, Chai S C, Zhang B H, et al. High-order tracking problem with a time-varying topology and communication delays. *Neurocomputing*, 2015, 149(23): 1360 ~ 1369
- 15 Shang Y L. Continuous-time average consensus under dynamically changing topologies and multiple time-varying

- delays. *Applied Mathematics and computation*, 2014, 244 (2):457 ~ 466
- 16 Li C, Qu Z, Weitnauer M A, et al. Distributed extremum seeking and formation control for nonholonomic mobile network. *Systems & Control Letters*, 2015, 75 (75):27 ~ 34
- 17 Yan Y, Mostofi Y. Co-optimization of communication and motion planning of a robotic operation under resource constraints and in fading environments. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2013, 12 (4):1562 ~ 1572
- 18 Li H, Peng J, Liu W R, et al. A novel communication-aware formation control strategy for dynamical multi-agent systems. *Journal of the Franklin Institute*, 2015, 352 (9):3701 ~ 3715
- 19 Hajek B. Extremal splittings of point processes. *Mathematics of Operations Research*, 1985, 10 (4):543 ~ 556
- 20 Scaglione A, Goeckel D L, Laneman J N. Cooperative-communications in mobile ad hoc networks. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2006, 23 (5):18 ~ 29
- 21 Ji Z, Wang L, Xie G, et al. Linear matrix inequality approach to quadratic stabilization of switched systems. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 2004, 151 (3):289 ~ 294
- 22 Zhang X M, Han Q L. Novel delay-derivative-dependent stability criteria using new bounding techniques. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2013, 23 (13):1419 ~ 1432.
- 23 王荣浩,邢建春,王平,王春明. 地面无人系统的多智能体协同控制研究综述. *动力学与控制学报*, 2016, 14 (2):97 ~ 108 (Wang R H, Xing J C, Wang P, Wang C M. An overview on multi-agents cooperative control of unmanned ground system. *Journal of Dynamics and Control*, 2016, 14 (2):97 ~ 108 (in Chinese))

## FORMATION CONTROL OF NETWORKED MULTI-AGENT SYSTEM WITH COMMUNICATION CONSTRAINS\*

Song Na Hong Xiaomin Zhou Chuan<sup>†</sup>

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

**Abstract** The formation control of second-order multi-agent system under wireless network with communication constrains and uncertainty is investigated in this paper. The binary sequence is used to design the agent scheduling protocol for the media access constrains in wireless network, where only the sampling information of the agents which satisfies the constraints is allowed to transmit through network. On the other hand, in order to build more realistic communication channel model, the wireless network metric is used to construct a new topology model rather than the traditional fixed interaction weights, which considers the uncertainties of wireless network and also the relationship between interaction weights and the distances among agents. Furthermore, the second-order multi-agent system model is transformed into close-loop system model with time-delay by defining information updating error and formation error. The formation control scheme is then designed by constructing Lyapunov-Krasovski function and taking advantage of LMI techniques. Finally, a simulation example illustrates the effectiveness of the proposed method.

**Key words** multi-agent system, formation control, wireless network, communication constraints, uncertainties

Received 20 April 2016, revised 23 June 2016.

\* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (61074023) and Undergraduate innovation training projects of Jiangsu province

<sup>†</sup> Corresponding author E-mail: njust\_zc@126.com