

# 商品调价的动力学模型及其应用\*

化存才

(云南师范大学数学学院,昆明 650092)

**摘要** 提出了关于商品调价的几个微分方程动力学模型. 这些模型综合反映了商品的供求关系, 售后服务, 价格竞争关系, 消费者的承受能力. 通过定性分析三种情形下的相应的模型, 得到商品价格的稳定性和周期性调价的条件, 以及同类商品价格竞争的同步关系. 最后, 将模型应用于同类商品价格波动时的政府宏观调控分析, 提出了一些合理的建议.

**关键词** 商品调价, 微分方程动力学模型, 政府宏观调控

## 引言

在市场经济的条件下, 商品的调价是正常的经济活动, 商品定价是调价的基础, 而调价又是定价的重要组成部分. 对于关系国计民生的公共商品的调价问题而言, 它的合理解决对于协调各种经济关系, 构建和谐社会和引导政府的宏观经济调控行为都是非常重要的, 在这里, 微分方程动力学的建模可以起到关键的作用.

关于商品的定价问题, 一般文献都是考虑利润最大价格和折扣定价策略. 例如, 需求量是价格的线性减函数的简单最优价格模型<sup>[1]</sup>, 供应链管理中供需双方协调以节约双方费用的优化定价模型, 以及考虑经济批量的数学折扣定价模型等<sup>[2-4]</sup>. 最近, 我们则先后给出了商品几个的价格模型, 如给出商品价格上涨和保持的条件, 一种折扣定价策略和二次需求函数模型<sup>[5]</sup>, 商品的需求概率和需求风险模型<sup>[6]</sup>, 凸需求函数、凸分布与多种价格并存的优化模型, 并证明了在凸需求函数模型下, 需求最大价是利润增长价, 而利润最大价则是需求下降价<sup>[7]</sup>, 还有在价格波动时, 商品动态价格的数学模型, 以及商品的预期利润与销售量之间关系的二维微分方程模型<sup>[8]</sup>. 实际上, 由于商品的供求关系, 商品自身的质量, 损耗, 商品的售后服务和其它同类商品的价格竞争等多种因素存在着复杂作用, 故商品的调价过程充满了微分方程的动力学问题, 而已有的文献都没有进行过相关的研究.

在文中, 我们主要研究商品调价的微分方程动力学问题, 给出综合反映商品的供求关系, 售后服务, 竞争关系, 消费者承受能力的几个微分方程动力学模型, 最后将模型应用于分析同类商品价格波动时的政府调控问题, 提出一些有用的结论和建议.

## 1 在没有同类商品价格竞争时商品调价的动力学模型

在本节中, 我们先建立在没有其它同类商品的价格竞争时, 商品的调价动力学模型.

我们以  $p, P_s$  分别表示商品价格和售后服务价格, 它们随时间变化, 以  $f(p), g(p)$  分别为商品的需求函数与供给函数, 以  $p_0$  表示反映商品的成本 and 市场需求最大的价格.

由于当  $f(p) > g(p)$  (或者  $f(p) < g(p)$ ) 时, 价格可上调 (或者下调), 故我们可假设价格的变化率  $dp/dt = \dot{p}$  与  $f(p) - g(p)$  成正线性相关; 又由于商品的质量越好, 售后服务越好, 就越有利于商品的价格上调, 而商品的自然损耗则对商品的调价起较大的阻滞作用 (如食品、药品存在保质期的情况), 故我们可假设变化率  $dp/dt$  与  $P_s, p$  成正的线性相关, 而与  $-p^2$  成负相关. 综合一下, 我们得到在没有其它同类商品的价格竞争时, 关于商品调价的微分方程动力学模型为

$$\dot{p} = \lambda [f(p) - g(p)] + \alpha P_s(t) + \beta p - \gamma p^2 = h(p) \quad (1)$$

其中  $\lambda, \alpha, \beta, \gamma$  均为正的比例系数, 分别称为商品的供求系数, 售后服务系数, 质量系数与自然损耗系数.

模型(1)是一个非自治系统,较困难.为分析方便起见,我们设  $P_s(t) \equiv \bar{P}_s$  为常数.此时,模型(1)为一个自治系统.利用微分方程平衡点的稳定性判别法<sup>[9]</sup>,我们有:

**定理1** 设  $p_{i0}$  满足  $h(p_{i0}) = 0, h'(p_{i0}) < 0$ ,

$$\lambda[f(p_{i0}) - g(p_{i0})] + \alpha\bar{P}_s(t) + \beta p_{i0} - \gamma p_{i0}^2 = 0,$$

$$f'(p_{i0}) - g'(p_{i0}) < \frac{-\beta + 2\gamma p_{i0}}{\lambda} \quad (2)$$

成立,则  $p_{i0}$  是(1)的稳定平衡点.

证略.

实际上,我们总可以通过调整系统的参数,供求关系,确保商品生产及其售后服务质量,使得(2)的第一个条件成立.下面我们根据(2)的第二个条件给出3个应用分析的结果:

(i) 当  $p_{i0} < \beta/2\lambda$  时,由(2)的第二个条件知  $f'(p_{i0}) < g'(p_{i0})$ ,因此,当供给函数在处的变化率大于需求函数的变化率时,价格  $p_{i0}$  才能保持稳定不变,并且  $p_{i0}$  的上限为  $\beta/2\lambda$ ,它与商品的质量成正比,而与商品的自然损耗成反比;

(ii) 当供求变化率达到平衡时,有  $f'(p_{i0}) = g'(p_{i0})$ ,由(2)的第二个条件得  $p_{i0} \geq \beta/2\lambda$ ,因此,当  $p_{i0}$  的下限为  $\beta/2\lambda$  时,才能使价格  $p_{i0}$  保持稳定不变;

(iii) 当  $\alpha = \beta = \gamma = 0$  时,  $p_{i0}$  是供求达到平衡的价格,即  $f(p_{i0}) = g(p_{i0})$ ,此时由(2)知  $f'(p_{i0}) < g'(p_{i0})$  是使价格  $p_{i0}$  稳定的充分条件,这与离散的蛛网模型的结果<sup>[11]</sup>一致.

如果把前面假设中的价格变化率(速度)  $dp/dt$  改为价格的变化加速度  $d^2p/dt^2 = \ddot{p}$ ,那么我们将得到,在没有其它商品的价格竞争时,商品调价的微分方程动力学模型为:

$$\ddot{p} = \lambda[f(p) - g(p)] + \alpha P_s(t) + \beta p - \gamma p^2 \quad (3)$$

或者等价的二维动力系统:

$$\begin{cases} \dot{p} = q \\ \dot{q} = \lambda[f(p) - g(p)] + \alpha P_s(t) + \beta p - \gamma p^2 \end{cases} \quad (4)$$

类似于前面的分析,假设  $P_s(t) \equiv \bar{P}_s$  为常数,此时(4)为一个自治系统,我们有:

**定理2** 当条件(2)成立时,模型(4)的平衡点  $(p_{i0}, 0)$  是中心,因此商品的价格可以在  $p_{i0}$  附近进行周期性地上下调节.

如果在前面的假设条件下,我们考虑通过售后

服务价格的调节而调节商品的价格,调节的原则是:当商品的售价过高( $p > p_{i0}$ )或者过低( $p < p_{i0}$ )时,将售后服务价格下调(或者上调),故我们补充假设  $dP_s/dt = \dot{P}_s$  与  $p - p_{i0}$  成负的线性相关,比例系数为  $\mu > 0$ .于是,我们得到关于商品调价的微分方程动力学模型为

$$\begin{cases} \dot{p} = \lambda[f(p) - g(p)] + \alpha P_s(t) + \beta p - \gamma p^2 \\ \dot{P}_s = -\mu(p - p_{i0}) \end{cases} \quad (5)$$

利用平衡点的稳定性定理和 Hopf 分支定理<sup>[9]</sup>,有:

**定理3** 当条件  $f'(p_{i0}) - g'(p_{i0}) < \frac{-\beta + 2\gamma p_{i0}}{\lambda}$

时,模型(5)有稳定的平衡点

$$(p^*, P_s^*) = (p_{i0}, \frac{-\lambda[f(p_{i0}) - g(p_{i0})] - \beta p_{i0} + \gamma p_{i0}^2}{\alpha}) \quad (6)$$

当  $f'(p_{i0}) - g'(p_{i0}) = \frac{-\beta + 2\gamma p_{i0}}{\lambda}$  时,模型(5)

在(6)的附近存在稳定的极限环.

证:记  $l = l(p_{i0}) = \lambda[f'(p_{i0}) - g'(p_{i0})] + \beta p_{i0} - 2\gamma p_{i0}$ ,则模型(5)在平衡点(6)处的线性化系统的矩阵的特征根为:  $r_{1,2} = \frac{-l \pm \sqrt{l^2 - 4\alpha\mu}}{2}$ .

当  $f'(p_{i0}) - g'(p_{i0}) < \frac{-\beta + 2\gamma p_{i0}}{\lambda}$  时,有  $\text{Rer}_{1,2} < 0$ ,故据平衡点的稳定性定理<sup>[9]</sup>,平衡点(6)是稳定的;

当  $f'(p_{i0}) - g'(p_{i0}) = \frac{-\beta + 2\gamma p_{i0}}{\lambda}$  时,  $r_{1,2}$  为一对共轭虚根,我们选取  $l$  为分支控制参数,则有  $l = 0$ ,  $\text{Rer}_{1,2} = 0$ ,  $\frac{d\text{Rer}_{1,2}}{dl} = \frac{1}{2} > 0$ ,故根据 Hopf 分支定理<sup>[9]</sup>,对充分小的  $l > 0$ ,模型(5)在平衡点(6)的附近存在稳定的极限环.证毕!

根据定理3,当条件  $f'(p_{i0}) - g'(p_{i0}) = \frac{-\beta + 2\gamma p_{i0}}{\lambda}$  时,  $r_{1,2}$  成立时,商品的价格将是稳定的周期性变化,故可以按照模型(5)去周期性地调节商品的价格.

## 2 在有同类商品价格竞争时商品调价的动力学模型

在本节中,我们主要建立在有同类其它商品的价格竞争时,商品调价的二维动力学模型.

在前面的假设条件下,我们以  $p_c$  表示同类其

它商品的价格,注意到一种商品的价格随其它同类商品价格的上调(或者下调)而上调(或者下调),故我们补充假设  $dp/dt = \dot{p}$  与  $p_c$  成正线性相关  $\delta > 0$ , 比例系数为  $\delta$ . 另一方面,其它同类商品也会对商品的调价产生同步反作用,故可设其价格变化率  $dp_c/dt$  与  $p - p_{10}$  成正比,比例系数为  $\mu > 0$ . 于是,我们得到在有其它同类商品的价格竞争时,商品调价的二维微分方程动力学模型为:

$$\begin{cases} \dot{p} = \lambda[f(p) - g(p)] + \alpha P_s + \beta p - \gamma p^2 + \delta p_c \\ \dot{p}_c = \mu(p - p_{10}) \end{cases} \quad (7)$$

类似于前面的分析,我们有:

**定理 4** 当  $f'(p_{10}) - g'(p_{10}) < \frac{-\beta + 2\gamma p_{10}}{\lambda}$ , 且

$P_s(t) \equiv \bar{P}_s$  为常数时,(7)有稳定平衡点:

$$(p^*, p_c^*) = (p_{10}, \frac{-\lambda[f(p_{10}) - g(p_{10})] - \beta p_{10} + \gamma p_{10}^2}{\alpha}) \quad (8)$$

由于定理 4 的条件与定理 1 相同,故对模型(7)进行应用分析的结果同前面的(i)(ii).

根据定理 1 和 4,对于有同类其它商品的价格竞争存在时,只要竞争关系是按照模型(7)去展开的,那么,商品价格竞争的最终结果将是会与在没有价格竞争时的结果达到同步.这一结果对于商品的经济活动有如下重要的指导意义:不提倡同类商品在销售的经济活动中发生相互排斥的价格竞争行为.

### 3 考虑消费者承受力时商品调价的三维动力学模型

在本节中,我们主要建立考虑消费者的承受力时商品调价的动力学模型.

在前面 §2 的假设条件下,我们增加考虑消费者的承受价格  $q_c(t)$ . 注意到消费者的承受力对一类商品在调价竞争的过程起着一定的阻滞作用,故我们应在模型(7)的两个方程中分别加上  $-m_1 q_c$  与  $-m_2 q_c$ ; 又由于消费者一般都会因商品的价格而在两种同类商品之间作权衡选择,故我们再补充假设  $dq_c/dt = \dot{q}_c$  与  $p$  和  $p_c$  成线性相关(例如,  $\dot{q}_c$  与  $p$  成正线性相关,而与  $p_c$  成负线性相关). 于是,我们得到在考虑消费者的承受力时,关于商品调价的三维微分方程动力学模型为:

$$\begin{cases} \dot{p} = \lambda[f(p) - g(p)] + \alpha P_s + \beta p - \gamma p^2 + \delta p_c - m_1 q_c \\ \dot{p}_c = \mu(p - p_{10}) - m_2 q_c \\ \dot{q}_c = k_1 p - k_2 p_c \end{cases} \quad (9)$$

其中  $m_1, m_2, k_1, k_2 > 0$  均为比例系数.

利用平衡点的稳定性判别法和 Hurwitz 判别法<sup>[10]</sup>,我们有:

**定理 5** 设  $P_s(t) \equiv \bar{P}_s$  为常数,并且记  $l = l(p_{10}) = \lambda[f'(p_{10}) - g'(p_{10})] + \beta - 2\gamma p_{10}$  为定理 3 的证明中引入的符号,  $a_2 = k_1 m_1 - k_2 m_2 - \mu \delta$ ,  $a_3 = k_2 m_2 l(p_{10}) - \mu k_2 m_1 + \delta k_1 m_2$ , 则模型(9)有稳定平衡点的充分条件是下列三个条件同时成立:

$$l(p_{10}) < 0, a_3 > 0, a_2 l(p_{10}) < -a_3 \quad (10)$$

证:(9)在平衡点处的线性化系统的矩阵为

$$\begin{pmatrix} l(p_{10}) & \delta & m_1 \\ \mu & 0 & m_2 \\ k_1 & -k_2 & 0 \end{pmatrix}, \text{ 它的特征方程为:}$$

$$r^3 - l(p_{10})r^2 + a_2 r + a_3 = 0 \quad (11)$$

由文献[10]关于平衡点的稳定性判别法和 Hurwitz 判别法,模型(9)有稳定平衡点的充分条件是三次方程(11)的所有根均具有负实部,而方程(11)的所有根均具有负实部的充分条件是  $-l(p_{10}) > 0, a_3 > 0, -l(p_{10})a_2 > a_3$ , 即条件(10),于是我们就得到定理 5 的结论成立.

### 4 模型应用于有同类商品价格波动时公共商品的政府调控

通常,一种商品在有同类商品发生价格的波动时,迟早都要考虑调价问题.对于公共商品而言,商品的调价就是一个非常敏感的社会问题,如春运客票、水、电、油、气、教育收费等,这时,就需要政府制定出稳定合理的价格宏观调控政策.

首先,我们考虑仅由供求关系和同类商品价格波动时的模型(7),即  $\alpha = \beta = \gamma = 0$ , 有

$$\begin{cases} \dot{p} = \lambda[f(p) - g(p)] + \delta p_c \\ \dot{p}_c = \mu(p - p_{10}) \end{cases} \quad (12)$$

其中  $\delta, \lambda > 0$ , 而  $\mu$  可正可负. 模型(12)有正平衡点

$$(\bar{p}, \bar{p}_c) = \left( p_{10}, \frac{\lambda}{\delta} [g(p_{10}) - f(p_{10})] \right) \quad (13)$$

的充要条件是  $g(p_{10}) > f(p_{10})$ , 即供大于求. 但是,当  $\mu > 0$  时,正平衡点(13)却是不稳定的鞍点,这就表明,在供大于求的前提下,由同类商品价格的波动而引起商品价格的波动是难免的. 不过,我们却有如下结果:即使同类商品的价格波动到极大价,商品的价格也可以在一段时间内保持不变.

事实上,设  $t_{10}$  在时刻满足:  $p(t_{10}) = p_{10}, 0 < p_c(t_{10}) < \bar{p}_c$ , 则有  $\dot{p}_c(t_{10}) = 0, \ddot{p}_c(t_{10}) < 0$  和  $\dot{p}(t_{10}) < 0$  故  $t_{10}$  是同类商品价格  $p_c(t)$  波动达到极大值的时刻, 而  $p(t)$  在超过  $t_{10}$  的近期内 ( $t_{10} + \tau > t > t_{10}$ ) 是单调减少的, 故我们有  $p(t) < p(t_{10}) = p_{10}$ , 即所述结果成立. 据此, 我们可提出如下建议: 政府应抓紧时间, 及时分析同类商品波动产生的原因, 采取有效的应对措施, 以确保商品的价格保持不变.

当  $\mu < 0, f'(p_{10}) < g'(p_{10})$  时, 正平衡点(13)是稳定的, 这种情况相当于要求政府协调好同类商品之间的供求关系, 促使其降价. 当  $\mu < 0, f'(p_{10}) = g'(p_{10})$  时, (12) 在正平衡点(13)附近存在 Hopf 分支(极限环), 此时, 商品价格的波动是小振幅周期性的, 因此政府可允许商品价格有小幅度的周期性波动.

其次, 我们考虑由供求关系和同类商品价格波动时的模型(9), 即  $\alpha = \beta = \gamma = 0$ . 为简便计, 我们设  $p$  为公共商品价格, 消费者的承受价格为常数  $q_c(t) = \bar{q}_c$ , 此时三维微分方程动力学模型(9)退化为如下微分-代数系统:

$$\begin{cases} \dot{p} = \lambda[f(p) - g(p)] + \delta p_c - m_1 \bar{q}_c \\ \dot{p}_c = \mu(p - p_{10}) - m_1 \bar{q}_c \\ k_1 p - k_2 p_c = 0 \end{cases} \quad (14)$$

其中  $m_1, m_2, k_1, k_2 > 0$  均为比例系数,  $\mu$  可正可负. 模型(14)有正平衡点

$$(p^*, p_c^*) = \left( p_{10} + \frac{m_2 \bar{q}_c}{\mu}, \frac{k_1}{k_2} \left( p_{10} + \frac{m_2 \bar{q}_c}{\mu} \right) \right) \quad (15)$$

的充要条件是  $p_{10} + \frac{m_2 \bar{q}_c}{\mu} > 0$ . 在(15)中, 还应成立着

$$p_c^* = \frac{\lambda}{\delta} [g(p_{10}) - f(p_{10})] + \frac{m_1}{\delta} \bar{q}_c. \text{ 可见, 供大于求的}$$

充要条件是  $p_c^* \geq \frac{m_1}{\delta} \bar{q}_c$ . 类似于本节中前面的分析, 当  $\mu > 0$  时, 平衡点(15)是不稳定的, 因此, 由同类商品价格的波动而引起公共商品价格的波动是难免的, 波动的绝对值为  $p^* - p_{10} = \frac{m_1 \bar{q}_c}{\mu} > 0$ . 如果在  $t_{10}$  满足:

$$p(t_{10}) = p^*, \frac{\lambda}{\delta} [g(p_{10}) - f(p_{10})] + \frac{m_1}{\delta} \bar{q}_c > p_c(t_{10}), \text{ 则}$$

$t_{10}$  是同类商品价格  $p_c(t)$  波动达到极大值的时刻, 并且在  $p(t)$  超过  $t_{10}$  的近期内 ( $t_{10} + \tau > t > t_{10}$ ) 满足  $p(t) < p^*$ , 这表明: 即使同类商品的价格波动到极大, 商品的价格也可在一段时间内保持  $p^*$  不变. 当  $\mu < 0, f'$

$(p^*) < g'(p^*)$  时, 正平衡点(15)是稳定的, 这时要求政府协调同类商品的价格关系, 促使其降价. 当  $\mu < 0, f'(p^*) = g'(p^*)$  时, 模型(14)在正平衡点(15)附近存在 Hopf 分支(极限环), 这时, 政府可以允许公共商品价格有小幅度的周期性波动.

最后, 我们考虑由供求关系和同类商品价格波动时的模型(9), 即  $\alpha = \beta = \gamma = 0$ , 且设  $p$  仍为公共商品价格, 但是, 将消费者的承受价格改为与公共商品价格是同一的, 即:  $q_c(t) = p(t)$ , 此时三维微分方程动力学模型(9)退化为如下的微分-代数系统:

$$\begin{cases} \dot{p} = k_1 p - k_2 p_c; \\ \dot{p}_c = \mu(p - p_{10}) - m_1 \bar{q}_c \\ \lambda[f(p) - g(p)] + (\delta + k_2)p_c = (m_1 + k_1)p \end{cases} \quad (16)$$

其中  $m_1, m_2, k_1, k_2 > 0, \mu > m_2$ . 模型(16)有正平衡点

$$(p^*, p_c^*) = \left( \frac{\mu}{\mu - m_2} p_{10}, \frac{k_1}{k_2} \frac{\mu}{\mu - m_2} p_{10} \right) \quad (17)$$

其中, 平衡点还应满足  $\lambda[f(p^*) - g(p^*)] + (\delta + k_2)p_c^* = (m_1 + k_1)p^*$  条件易知, 供大于求的充要条件是  $\frac{k_1}{k_2} \geq \frac{m_1 + k_1}{\delta + k_2}$  或者等价地,  $\frac{k_1}{k_2} \geq \frac{m_1}{\delta}$ . 当  $k_1 < 2$

$\sqrt{k_2(\mu - m_2)}$  时, 平衡点(17)是不稳定的焦点, 因此, 由同类商品价格的波动而引起公共商品价格的波动

确是难免的, 价格波动的相对值为  $\frac{p^* - p_{10}}{p_{10}} = \frac{m_2}{\mu - m_2} > 0$ .

如果设在时刻  $t_{10}$  满足:  $p(t_{10}) = p^*, p_c(t_{10}) > p_c^*$ , 则  $t_{10}$  是同类商品价格  $p_c(t)$  波动达到极大值的时刻, 并且  $p(t)$  在超过  $t_{10}$  的近期内 ( $t_{10} + \tau > t > t_{10}$ ) 满足  $p(t) < p^*$ , 这就表明: 即使同类商品的价格波动到极大, 公共商品的价格也可以在一段时间内保持  $p^*$  不变.

## 5 结论

主要针对商品的调价问题, 系统地提出了综合反映商品的供求关系, 售后服务, 价格竞争关系, 消费者的承受能力的几个微分方程动力学模型. 定性分析得到了三种情形下商品价格的稳定性和周期性调价的条件, 以及同类商品价格竞争的同步关系. 将模型应用于有同类商品价格波动时的公共商品调价问题的政府宏观调控分析, 提出了一些合理的建议.

## 参 考 文 献

- 育出版社,2003 (Jiang Qiyuan, Xie Junxing, Yue Jing. *Mathematical Models* (third edition). Beijing: Higher Education Press, 2003 (in Chinese))
- 2 韩晓军,陈秋双. 供应链中的买卖协调及数量折扣定价模型. 天津纺织工学院学报,2000,19(6):40~42 (Han Xiaojun, Chen Qiushuang. Buyer-seller coordination and quantity discount pricing model in the supply-chain. *Journal of Tianjin Institute of Textile Science and Technology*, 2000, 19(6):40~42 (in Chinese))
  - 3 马祖军. 供应链中的供需协调及数量折扣定价模型. 西南交通大学学报,2004,39(2):185~188 (Ma Zujun. Vendor-purchaser coordination and quantity discount pricing model in supply chain. *Journal of South-west Jiaotong University*, 2004, 39(2):185~188 (in Chinese))
  - 4 李成标. 经济批量下带有数量折扣的定价模型. 江汉石油学院学报,1997,19(1):105~107 (Li Chenbiao. A quantity discount pricing model under the EOQ environment. *Journal of Jianhan Petrol Institute*, 1997, 19(1):105~107 (in Chinese))
  - 5 化存才. 商品购销中的浮动价格和二次需求函数模型. 南京师范大学学报:工程技术版,2006,6(1):33~38 (Hua Cuncai. Mathematical models for floating price of purchase and sale of commodity and a quadratic function of demand. *J of Nanjing Normal University: Engineering and Technology*, 2006, 6(1):33~38 (in Chinese))
  - 6 化存才. 商品价格需求概率和需求风险模型. 南京师范大学学报:工程技术版,2006,6(3):70~74 (Hua Cuncai. Probability and risk models of demand for the price of commodity. *J of Nanjing Normal University: Engineering and Technology*, 2006, 6(3):70~74 (in Chinese))
  - 7 化存才. 凸需求函数,凸分布和多种价格并存的优化模型. 云南大学学报,2007,29(2):123~126 (Hua Cuncai. Convex function of demand, convex distribution of price and an optimal model of coexistence of multi-prices. *J of Yunnan University*, 2007, 29(2):123~126 (in Chinese))
  - 8 化存才. 价格波动时商品动态价格的数学模型. 物价稳定性与宏观调控分析. 工程数学学报,2007,24(3):446~450 (Hua Cuncai. Mathematical models of dynamical prices for sale of commodity when the prices wave: Stability of prices with analysis of macroscopic adjustment and control. *J Eng Math*, 2007, 24(3):446~450 (in Chinese))
  - 9 张锦炎,冯贝叶. 常微分方程几何理论与分支. 北京:北京大学出版社,2000 (Zhang Jingyan, Feng Beiyue. *Geometric Theory and Bifurcation of Ordinary Differential Equations*. Beijing: Beijing University Press, 2000 (in Chinese))
  - 10 陆启韶. 常微分方程的定性方法与分叉. 北京:北京航空航天大学出版社,1989 (Lu Qishao. *Qualitative Methods and Bifurcation of Ordinary Differential Equations*. Beijing: Press of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1989 (in Chinese))

## DYNAMICAL MODELS AND APPLICATIONS OF ADJUSTING THE PRICES OF COMMODITIES \*

Hua Cuncai

(School of Mathematics and Institute of Mathematical Science, Yunnan Normal University, Kunming 650092, China)

**Abstract** Several dynamical models of ordinary differential equations were proposed for adjusting the prices of commodities. The models reflect the relations among the supply and demand, the service after sale and competition of prices among the same kind of commodities, and the endurability of consumers. By analyzing the models qualitatively, some conditions were obtained for the stability of the prices, periodicity of adjusting the prices and the synchronization of competing prices of the same kind of commodities. Finally, some of the models were applied to analyze the problem of Government's macroscopical controls for the prices of commodities. Some reasonable suggestions were thus given.

**Key words** adjustment of prices of commodities, dynamical models of ordinary differential equations, government's macroscopical controls

Received 28 July 2008, revised 12 December 2008.

\* The project supported by the Leading Youth Scholars of Science and Technology of Yunnan Province of China (2008PY059), the National Natural Science Foundation of China (10772158), and the Natural Science Foundation of Yunnan Province of China (2005A0026M)