

车-桥系统的振动分析及控制

彭 献 殷新锋 茆秋华

(湖南大学力学与航空航天学院,长沙 410082)

摘要 推导出了由变速行驶车辆与不同边界和路面不平桥梁组成的系统,在安装调质阻尼器(TMD)后的无量纲运动微分方程.作为其特例,研究了匀变速车辆与简谐路面简支桥梁系统,获得了桥梁跨中的无量纲最大挠度随加速度、减速度、初速度、质量比和路面不平度的变化规律,并对系统发生共振时进行 TMD 控制.数值计算表明:加速度、减速度、初速度和质量比对桥梁的影响均很大;路面不平度对桥梁的影响不可忽略,因为它甚至有可能使桥梁产生共振,TMD 可明显减小桥梁的共振振幅.

关键词 车-桥系统,不平路面,变速运动,振动分析,振动控制

引言

由于现代桥梁结构趋于轻型化而车的载重量却在不断增大、车速不断增加,这对矛盾的出现使得车-桥系统的振动分析与控制越来越受到工程界和研究人员的重视和关注.影响车-桥系统振动的因素很多,目前国内外的研究,大多限于车辆匀速运动而且未考虑桥面不平度的影响^[1-9]、或只是考虑了移动荷载作用下的简支桥梁的调质阻尼器(TMD)控制,没有将车辆与桥梁作为一个系统来研究^[10].事实上,车辆在桥面上总不可避免地会作加速或减速运动,桥面也总是粗糙不平的,因此,对车辆变速运动与桥梁粗糙不平这两个引起车-桥系统振动的因素展开研究,具有明确的工程背景和重要的应用价值^[11-14].本文推得安装有调质阻尼器(TMD)的车-桥系统的无量纲运动微分方程,该方程适合车辆作变速运动,桥梁具有任意路面不平函数和各种不同边界条件.研究了匀变速车辆与简谐路面简支桥梁系统,分析了桥梁跨中无量纲最大挠度随加速度、初速度、质量比、路面不平度的变化规律,讨论了 TMD 对抑制桥梁振动的效果.结果表明,加速度、初速度、质量比、路面不平度对桥梁跨中无量纲最大挠度均有不同程度的影响;采用 TMD 控制后,桥梁的共振幅值明显减小,用 TMD 控制车-桥系统的振动是十分方便、可行且有效的.

1 系统的运动微分方程及其解法

考察图 1 所示变速车辆与路面不平桥梁耦合系统.桥的跨度为 l ,单位长度的质量为 m ,抗弯刚度为 EI ,阻尼系数为 c ,路面不平度用函数 $u(x)$ 表示.质量为 M 的车辆,以速度 \dot{s} ,加速度 \ddot{s} 在桥面上行驶,设它始终不离开桥面,且桥梁的静平衡位置是水平的.位置 $s = s(t)$ 和函数 $u(x)$ 均自桥梁的最左端量起,时间 t 则是从车辆开始进入桥梁的最左端瞬间开始计时. M_z 、 c_z 和 k_z 分别是 TMD 的质量、阻尼和弹簧系数.

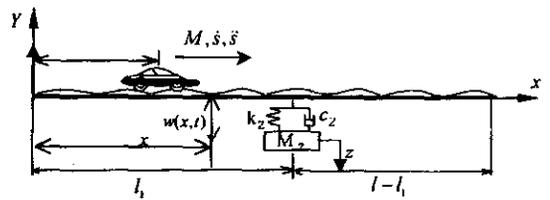


图 1 车-桥系统的力学模型

Fig.1 Mechanical model of the vehicle-bridge system

安装有调质阻尼器的车-桥系统,其运动微分方程为

$$EIw'''' + m\ddot{w} + c\dot{w} = M(g - \ddot{w} - \ddot{s}w' + \ddot{v} - \ddot{s}v')\delta(x - s) + (M_z g - M_z \ddot{z})\delta(x - l_1) \quad (1)$$

$$M_z \ddot{z} + c_z(\dot{z} - \dot{w}) + k_z(z - w) = 0 \quad (2)$$

式中 $w = u(x, t)$ 为桥梁的挠度, g 为重力加速度,

$\delta(x - s)$ 为狄拉克函数 其数学表达式为

$$\delta(x - s) \begin{cases} = 1, & \text{当 } x = s \text{ 时} \\ = 0, & \text{当 } x \neq s \text{ 时} \end{cases} \quad (3)$$

引入如下无量纲量

$$\xi = \frac{x}{l}, \tau = \omega t, \eta(\tau) = \frac{s(t)}{l},$$

$$y(\xi, \tau) = \frac{u(x, t)}{l}, \bar{v}(\xi) = \frac{v(x)}{l}, \bar{z} = \frac{z}{l} \quad (4)$$

式中 ω 为桥梁的自振频率, 则

$$\dot{s} = \omega l \dot{\eta}, \ddot{s} = \omega^2 l \ddot{\eta}, \dot{w} = \omega^2 l \dot{y},$$

$$\ddot{w} = \omega^2 l \ddot{y}, \dot{w}' = y', \dot{w}''' = \frac{y'''}{l^3}$$

$$\dot{v} = \omega l \dot{\bar{v}}, \ddot{v} = \omega^2 l \ddot{\bar{v}}, \dot{v}' = \bar{v}' ;$$

$$\delta(x - s) = \frac{\delta(\xi - \eta)}{l}, \varepsilon = \frac{l_1}{l} \quad (5)$$

又令

$$\mu = \frac{M}{ml}, \beta^4 = \frac{m\omega^2 l^4}{EI}, \alpha^2 = \frac{g}{\omega^2 l}, r = \frac{c}{m\omega},$$

$$\mu_z = \frac{M_z}{ml}, r_z = \frac{c_z}{M_z \omega}, \lambda_z = \frac{k_z}{M_z \omega^2} \quad (6)$$

于是微分方程(1)和(2)可分别化为如下无量纲形式

$$y''' + \beta^4 y'' + r\beta^4 \dot{y}' = \mu\beta^4(\alpha^2 - \ddot{y} - \ddot{\eta}y' +$$

$$\ddot{\bar{v}} - \ddot{\eta}\bar{v}')\delta(\xi - \eta) + \mu_z\beta^4(\alpha^2 -$$

$$\ddot{\bar{z}})\delta(\xi - \varepsilon) \quad (7)$$

$$\ddot{\bar{z}} + r_z(\ddot{\bar{z}} - \dot{y}') + \lambda_z(\bar{z} - y) = 0 \quad (8)$$

设

$$y(\xi, \tau) = \sum_{i=1}^N \phi_i(\xi)q_i(\tau) \quad (9)$$

将式(9)代入式(7)并注意到 $\phi_i'''(\xi) = \beta^4 \phi_i(\xi)$, 且两端乘以 $\phi_j(\xi)$ 后, 对 ξ 从 0 到 1 积分, 考虑到模态函数的正交性: $\int_0^1 q_i(\tau)\phi_i(\xi)\phi_j(\xi)d\xi = q_i(\tau)$, 以

及积分公式 $\int_0^1 f(\xi)\delta(\xi - \eta)d\xi = f(\eta)$, 得

$$\ddot{q}_i(\tau) + r_i \dot{q}_i(\tau) + q_i(\tau) = \mu l [\alpha_i^2 - \ddot{y}(\eta, \tau) -$$

$$\ddot{\eta}y'(\eta, \tau) + \ddot{v}(\eta) - \ddot{\eta}v'(\eta)]\phi_i(\eta) +$$

$$\mu_z(\alpha^2 - \ddot{\bar{z}})\phi_i(\varepsilon) \quad (10)$$

$$\ddot{\bar{z}} + r_z \ddot{\bar{z}} + \lambda_z \bar{z} = r_z \dot{y}(\eta, \tau) + \lambda_z y(\eta, \tau) \quad (11)$$

将

$$\dot{y}(\eta, \tau) = \sum_{j=1}^N [\phi_j(\eta)\dot{q}_j(\tau) + \dot{\eta} \cdot \phi_j(\eta)q_j(\tau)]$$

以及

$$\ddot{y}(\eta, \tau) = \sum_{j=1}^N [\phi_j(\eta)\ddot{q}_j(\tau) + 2\dot{\eta}\phi_j'(\eta)\dot{q}_j(\tau) +$$

$$\ddot{\eta}\phi_j'(\eta)q_j(\tau) + \dot{\eta}^2 \phi_j''(\eta)q_j(\tau)]$$

代入式(10)和(11), 得桥梁的各阶主振动和 TMD 的运动微分方程分别为

$$\ddot{q}_i + r_i \dot{q}_i + q_i = \mu l [\alpha_i^2 - \sum_{j=1}^N (\phi_j \ddot{q}_j + 2\dot{\eta} \phi_j' \dot{q}_j +$$

$$2\dot{\eta} \phi_j' q_j + \dot{\eta}^2 \phi_j'' q_j) + \ddot{v} - \ddot{\eta} v'] \phi_i +$$

$$\mu_z (\alpha^2 - \ddot{\bar{z}}) \phi_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (12)$$

$$\ddot{\bar{z}} + r_z \ddot{\bar{z}} + \lambda_z \bar{z} = r_z \cdot \sum_{j=1}^N (\phi_j \dot{q}_j + \dot{\eta} \phi_j' q_j) +$$

$$\lambda_z \cdot \sum_{j=1}^N \phi_j q_j \quad (13)$$

式(12)和(13)可改写成如下的矩阵形式

$$[M] \ddot{q} + [C] \dot{q} + [K] q = \{P\} \quad (14)$$

方程(14)为参数激励时变微分方程组 $[M]$, $[C]$, $[K]$, $\{P\}$ 均随无量纲时间 τ , 参数 η 及其一阶导数 $\dot{\eta}$ 、二阶导数 $\ddot{\eta}$ 而变化, 可采用数值方法求解. 同时方程(14)适合于任意路面不平函数、各种不同边界条件的桥梁以及车辆作任意变速运动的车-桥系统.

2 车-桥系统的振动分析

考察匀变速车辆与简谐路面简支梁桥系统, 此

时取 $v(x) = d \sin \frac{\pi x}{L}$, 其中 d 和 L 分别表示路面不

平度函数的幅值和半波长, 且有 $\omega_i = (i\pi)^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}}$,

$\varphi_i(\xi) = \sqrt{2} \sin(i\pi\xi)$, 系统的参数设定为 $M = 61.2 \times 10^3 \text{ kg}$, $m = 15.3 \times 10^3 \text{ kg/m}$,

$$E = 2.15 \times 10^{11} \text{ N/m}, I = 0.8 \text{ m}^4,$$

$$l = 100 \text{ m}, \dot{s}_0 = 20, 30, 40 \text{ m/s},$$

$$|\ddot{s}| = 0.3, 0.9, 1.2 \text{ m/s}^2.$$

另设: $d = 5 \text{ mm}$, $L = 5 \text{ m}$. 换算成无量纲量则分别为

$$\mu = 0.04, \dot{\eta} = 0.06, 0.09, 0.12;$$

$$|\ddot{\eta}| = 0.0027, 0.0055, 0.0082, 0.011,$$

$$\bar{d} = \frac{d}{L} = 0.001$$

特别说明: 为了用 MATLAB 画图时图形标注方便起见, 以下所有的图形标注都用 η_1 代替 $\dot{\eta}$, η_2 代替 $\ddot{\eta}$.

(1)加速度对桥梁跨中挠度的影响,如图 2 所示.由图可见,车辆加速运动时,在同一初速度 η_1 下,加速度 $\ddot{\eta}$ 愈大,桥梁跨中的最大挠度也愈大,而

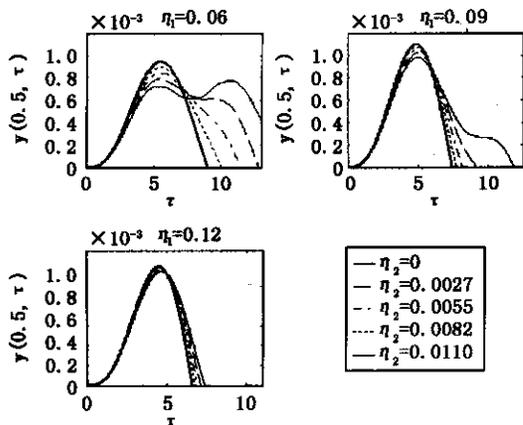


图 2 加速度对桥梁跨中挠度的影响

Fig.2 Effect of acceleration of vehicle on the mid-span deflection of the bridge

在匀速运动情况下,桥梁跨中的最大挠度为最小.这说明加速度对桥梁的影响很大,一般情况下不容忽视.

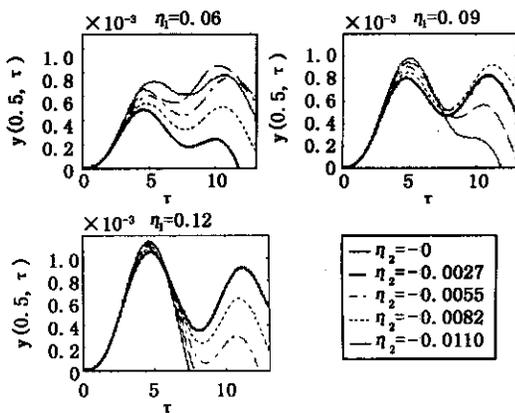


图 3 减速度对桥梁跨中挠度的影响

Fig.3 Effect of deceleration of vehicle on the mid-span deflection of the bridge

(2)减速度对桥梁跨中挠度的影响,如图 3 所示.由图可见,车辆减速运动时,在同一初速度 η_1 下,减速度 $\ddot{\eta}$ 的绝对值愈大,桥梁跨中的最大挠度就愈小,而在匀速运动情况下,桥梁跨中的最大挠度为最大.这说明与加速运动时的情形恰恰相反.

(3)初速度对桥梁跨中挠度的影响,如图 4 所示.由图可见,无论车辆是加速(图 4a)还是减速运动(图 4b),初速度愈大,桥梁跨中的最大挠度均愈大.这说明初速度对桥梁的影响很大.

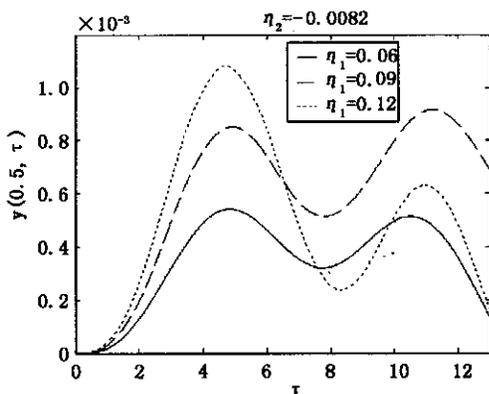
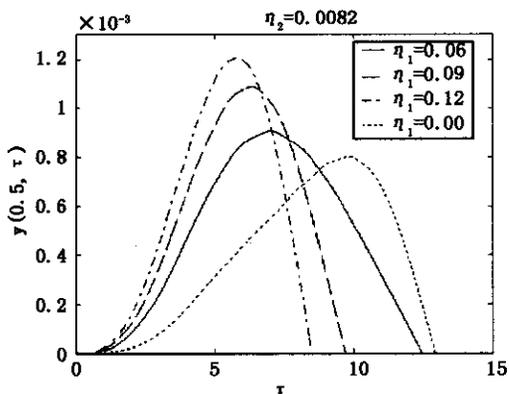


图 4 初速度对桥梁跨中挠度的影响

Fig.4 Effect of initial speed of vehicle on the mid-span deflection of the bridge

(4)质量比对桥梁跨中挠度的影响,如图 5 所示.由图可见,车辆做变速运动时,桥梁跨中的最大挠度随质量比 μ 的增大而增大.这说明质量比对桥梁的影响也很大,不容忽视.

6 所示.由图可见,路面不平参数 \bar{d} 在 0.005 之间变化时,桥梁跨中的最大挠度先增后减,而当 $\bar{d} = 0.004$ 时,达到最大值,但当 $\bar{d} \leq 0.002$ 时,则影响不很明显.这说明路面不平对桥梁的影响不能简单地忽略,甚至有可能使桥梁发生共振.

(5)路面不平度对桥梁跨中挠度的影响,如图

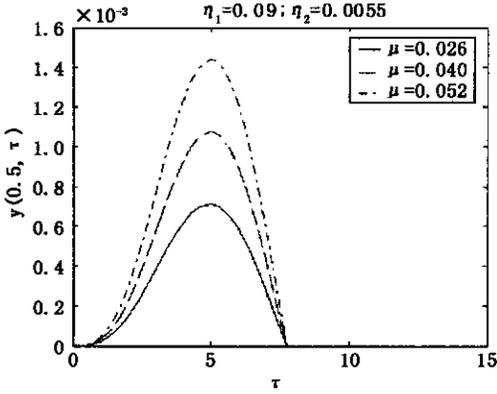


图5 质量比对桥梁跨中挠度的影响

Fig.5 Effect of mass ratio on the mid-span deflection of the bridge

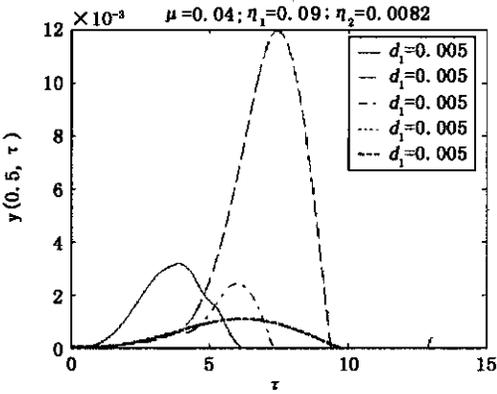


图6 路面不平度对桥梁跨中挠度的影响

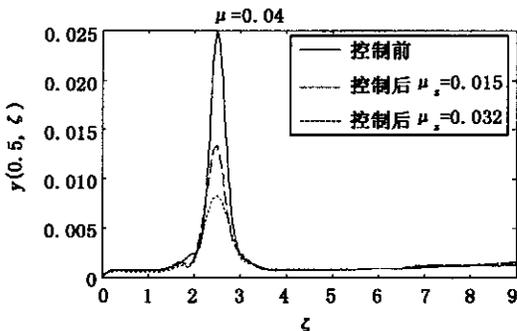
Fig.6 Effect of roughness of the bridge deck on the mid-span deflection of the bridge

3 车 - 桥系统的振动控制

考察匀速车辆与简支梁桥系统,先定义速度系数

$$\zeta = \frac{\pi s}{L\omega} = \frac{\pi l \dot{\eta}}{L} \quad (15)$$

利用速度系数可确定车辆的共振临界速度.令



$$\mu_z = \frac{M_z}{mL} \omega_z = \frac{\omega_i}{1 + \mu_z}$$

$$\left(\frac{c_c}{c_c}\right)^2 = \frac{3\mu_z}{8(1 + \mu_z)^3} \quad r c_c = 2M_z \omega_i \quad (16)$$

式中 c_c 为 TMD 的临界阻尼系数,质量比 μ_z 通常在 0.01 ~ 0.04 之间取值,本文分别取 $\mu_z = 0.015$ 和 $\mu_z = 0.032$,并取 $\epsilon = 0.5$,即设 TMD 安装在桥梁跨中位置.

采用 TMD 前、后,车速对桥梁跨中挠度的影响,如图 7 所示.图 7(a,b) 为车 - 桥质量比分别取 $\mu = 0.04$ 和 $\mu = 0.013$.由图 7(a) 可见,当车速系数 $\zeta = 2.55$ 时,车 - 桥系统发生共振,对应的无量纲临界车速 $\dot{\eta} = 0.04058$,有量纲临界车速 $v = 13.472$ m/s,安装 TMD 前的无量纲共振振幅为 0.02489,是静挠度的 33.602 倍,安装后,对应于 TMD- 桥质量比 $\mu_z = 0.015$ 和 $\mu_z = 0.032$ 的无量纲共振振幅分别为 0.01323 和 0.008278,振动分别被抑制了 46.4% 和 66.74%.由图 7(b) 可见,当车速系数 $\zeta = 2.25$ 时,车 - 桥系统发生共振,对应的无量纲临界车速 $\dot{\eta} = 0.0358$,有量纲临界车速 $v = 11.842$ m/s,安装 TMD 前的无量纲共振振幅为 0.01745,是静挠度的 71.966 倍,安装后,对应于 TMD- 桥质量比 $\mu_z = 0.015$ 和 $\mu_z = 0.032$ 的无量纲共振振幅分别为 0.00675 和 0.004467,振动分别被抑制了 61.2% 和 74.4%.由该图还可见,当 $\zeta = 1.75$ 时有亚共振现象发生,相应的无量纲临界车速 $\dot{\eta} = 0.0279$,有量纲临界车速为 $v = 9.21$ m/s.由以上两图可以看出,采用 TMD 控制车 - 桥系统的振动是可行而十分有效的,且随着 μ_z 的增大,抑制振动的效果更佳,但在实际应用中 μ_z 不能太大,否则会增大桥梁的静挠度.

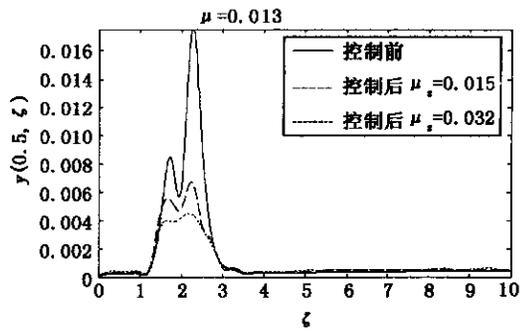


图7 采用 TMD 前、后车速对桥梁跨中挠度的影响

Fig.7 Effect of speed of the vehicle on the mid-span deflection of the beam before and after TMD is installed

4 结论

本文推得变速行驶车辆与任意路面不平函数、各种不同边界条件的桥梁系统,安装有调质阻尼器的无量纲运动微分方程.研究了匀变速车辆与简谐路面简支桥梁系统,讨论了加速度、初速度、质量比、路面不平度对桥梁跨中无量纲最大挠度的影响,研究了TMD对抑制桥梁振动的效果.数值计算结果表明,桥梁跨中的最大挠度①随加速度增大而增大,②随减速度的绝对值增大而减小;③随初速度增大而增大;④随车-桥质量比的增大而增大.路面不平度对桥梁的影响不能简单地忽略,甚至有可能使桥梁产生共振.采用TMD控制后,桥梁的共振幅值明显减小,用TMD控制车-桥系统的振动是十分方便、可行且有效的.

参 考 文 献

- Esmailzaden E, Jorashi MG. Vibration analysis of beams traversed by uniformed partially distributed moving masses. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, 184(1): 106 ~ 118
- Lee U. Revisiting the moving mass problem: Onset of separation between the mass and beam. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1996, 118(7): 516 ~ 521
- Lee HP. Dynamic response of beam with a moving mass. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, 191(2): 289 ~ 294
- Michaltsos GT, Sophianopoulos D, Kounadis AN. The effect of a moving mass and other parameters on the dynamic response of a simply supported beam. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, 191(3): 357 ~ 362
- 何万龙, 任伟新, 吴建基. 柔性梁上高速移动的质量动力响应分析. *振动与冲击*, 1998, 17(1): 67 ~ 72 (He WL, Ren WX, Wu JJ. Dynamic response analysis of flexible beam with a high speed moving mass. *Journal of Vibration and Shock*, 1998, 17(1): 67 ~ 72 (in Chinese))
- Michaltsos GT, Kounadis AN. The effects of centripetal and coriolis forces on the dynamic response of light bridges under moving loads. *Journal of Vibration and control*, 2001(7): 315 ~ 326
- Yonghongchen, Tan CA, Bergman LA. Effects of boundary flexibility on the vibration of a continuum with a moving oscillator. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2002, 124: 552 ~ 560
- 张庆, 史家均, 胡振东. 高速车辆 - 桥梁结构耦合振动分析. *振动与冲击*, 2003, 22(2): 49 ~ 52 (Zhang Q, Shi JJ, Hu ZD. Analysis on the coupled vibration of high speed vehicle-bridge. *Journal of Vibration and Shock*, 2003, 22(2): 49 ~ 52 (in Chinese))
- 张庆, 史家均, 胡振东. 车辆 - 桥梁耦合作用分析. *力学季刊*, 2003, 24(4): 577 ~ 584 (Zhang Q, Shi JJ, Hu ZD. Coupled interaction analysis on vehicle-bridge system. *Journal of Chinese quarterly of mechanics*, 2003, 24(4): 577 ~ 584 (in Chinese))
- 肖新标, 沈火明. 移动荷载作用下的桥梁振动及其TMD控制. *振动与冲击*, 2005, 24(2): 58 ~ 61 (Xiao XB, Shen HM. Vibration and the TMD control of bridges under moving loads. *Journal of Vibration and Shock*, 2005, 24(2): 58 ~ 61 (in Chinese))
- 彭献, 陈自力. 一类强非线性系统共振周期解的渐近分析. *动力学与控制学报*, 2004, 2(1): 46 ~ 50 (Peng Xian, Chen Zili. Asymptotic analysis for resonance cycle solution of a type of strongly nonlinear systems. *Journal of Dynamics and Control*, 2004, 2(1): 46 ~ 50 (in Chinese))
- 王洪礼, 乔宇, 张锋, 张伯俊. 汽车四轮转向动力系统的Hybrid控制研究. *动力学与控制学报*, 2003, 1(1): 53 ~ 58 (Wang Hongli, Qiao Yu, Zhang Feng, Zhang Bojun. Research of hybrid control for vehicle 4WS dynamic system. *Journal of Dynamics and Control*, 2003, 1(1): 53 ~ 58 (in Chinese))
- 郭京波, 杨绍普, 高国生. 高速铁路接触网 - 受电弓系统受流稳定性. *动力学与控制学报*, 2004, 2(3): 60 ~ 63 (Guo Jingbo, Yang Shaopu, Gao Guosheng. Analysis on stable current-collecting of pantograph-catenary system. *Journal of Dynamics and Control*, 2004, 2(3): 60 ~ 63 (in Chinese))
- 王昊, 胡海岩. 基于磁流变阻尼器整车半主动悬架的开关控制. *动力学与控制学报*, 2004, 2(4): 71 ~ 76 (Wang Hao, Hu Haiyan. The on-off control of a semi-active suspension of the full-vehicle model based on MR dampers. *Journal of Dynamics and Control*, 2004, 2(4): 71 ~ 76 (in Chinese))

VIBRATION ANALYSIS AND CONTROL ON VEHICLE-BRIDGE SYSTEM*

Peng Xian Yin Xinfeng Mao Qihua

(*College of Mechanics and Aerospace , Hunan University , Changsha 410082 , China*)

Abstract The dimensionless differential equations of motion of system , which consists of the bridge with rugged surface and the vehicle with variable speeds , were derived after a tuned mass damper(TMD) was installed . The system of the simple-supported bridge with simple harmonic surface and the vehicle with uniformly variable speeds was researched . The variable regularities of the mid-span dimensionless maximal deflection of the bridge were obtained with acceleration , deceleration , initial speed , mass ratio and roughness of bridge deck , and the resonance vibration was controlled by using TMD . Numerical results show that the effects of the acceleration , deceleration , initial speed and mass ratio on the bridge are very large , and the roughness of bridge deck can ' t be ignored because it produces the possibility of resonance vibration . The maximal amplitude of resonance vibration was reduced by TMD .

Key words vehicle-bridge system , rugged surface , variable motion , vibration analysis , vibration control